

СТАТИЧЕСКОЕ
И ДИНАМИЧЕСКОЕ
ДАВЛЕНИЕ ГРУНТОВ
И РАСЧЕТ
ПОДГОРНЫХ СТЕНОК

ДАВЛЕНИЕ ГРУНТОВ И РАСЧЕТ ПОДГОРНЫХ СТЕНОК

БЮСТРОФИЗЛАТ
1 9 6 3

В книге изложены классическая теория давления грунтов, решения некоторых практических задач по определению давления сыпучих и связанных грунтов, а также решение задачи о давлении, основанное на применении условий совместности перемещений стенки и грунта и уравнений упругих сдвигов.

Излагаются теория определения динамического давления грунтов на подпорные стенки как системы с различными степенями свободы при действии ударной нагрузки на поверхности и методы вычисления динамических напряжений в грунтовых основаниях. Приводятся различные справочные материалы, характеризующие физические свойства грунтов, и примеры расчета подпорных стенок на прочность и устойчивость.

Книга предназначена для инженеров-проектировщиков и научных работников.

В связи со значительным развитием гидротехнического и промышленного строительства большое значение приобретает совершенствование теории давления грунтов на подпорные стенки и расчет их на прочность и устойчивость.

Теория Кулона (простейшая теория предельного состояния), предложенная 190 лет тому назад и построенная на ряде предложений, дает лишь приближенное решение задачи о боковом давлении грунта и не позволяет оценить перемещение подпорной стенки в грунтовой среде.

Основным недостатком теории Кулона является игнорирование всех сил сопротивления, действующих по граням стенки (существенно влияющих на величину бокового давления), и рассмотрение лишь особого случая предельного состояния, когда активное боковое давление грунта оказывается меньшим сравнительно с естественным боковым давлением, возникающим при малом смещении стенки. Во всех возможных случаях (при наличии таблиц коэффициентов) следует, конечно, применять более строгую, чем Кулонова, теорию пластичности В. В. Соколовского, основанную также на представлении о предельном состоянии всей грунтовой массы и не рассматривающую задачу как статически неопределенную. По этой теории пока нет возможности определять перемещения стенки и тем самым проводить расчет по второму предельному состоянию. Как показано в работах М. И. Горбунова-Посадова [16], в действительности всегда имеет место смешанная задача теории упругости, однако ее применение пока очень трудоемко. Задачи динамики (да и ряд сложных задач статики) пока не могут быть решены на основе теории В. В. Соколовского, поэтому для них в настоящее время приходится в качестве основы сохранить теорию Кулона.

В действительности задача о боковом давлении грунта является статически неопределенной и для решения ее необходимо вводить

и совместности перемещений стенки и грунтовой среды; решены задачи (статическое и динамическое) на основе введенных условий совместности перемещений стенки и клина сползания, а также учета всех сил сопротивления по граням стенки осуществлено в первом приближении в данной работе. При этом потребовалось введение ряда физических закономерностей, связывающих усилия и перемещения в грунте, поэтому в книге приведены многочисленные современные данные по физическим характеристикам грунтов, рекомендуемым нормами, а также даны результаты некоторых экспериментальных исследований.

Автор выражает свою большую признательность профессорам М. И. Горбунову-Посадову, О. Я. Шехтер и Г. К. Клейну за ценные замечания, сделанные при рецензировании рукописи.

ГЛАВА ПЕРВАЯ

ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ СТРОИТЕЛЬНОЙ МЕХАНИКИ ГРУНТОВ

§ 1. ГРУНТЫ И ИХ СВОЙСТВА

А. ВВЕДЕНИЕ

Ряд сооружений (подпорные стени набережных, гидroteхнические сооружения, устои мостов, фундаменты) подвергается действию бокового давления грунтов. Эта нагрузка является одной из самых существенных при исследовании их прочности и устойчивости.

Для выбора исходных данных, определяющих давление грунтов на подпорные стени, необходимо знать свойства грунтов, уметь правильно выбрать их расчетные характеристики, а также использовать результаты специальных испытаний с подпорными стенками, проводимых инженерами-строителями как в лабораториях, так и в полевых условиях.

Грунт представляет собой совокупность твердых минеральных частиц, пространство между которыми (поры) заполнено жидкостью (вода) и газом (воздух, водяной пар). При этом жидкость либоочно связана с частицами грунта («пленочная» вода), либо свободна (капиллярная вода).

Перемещение и накопление тепла и влаги в грунте взаимообусловлены и поэтому обычно рассматриваются как единый водно-тепловой процесс. Так, перемещение воды происходит при изменении теплового режима. С другой стороны, скорость распространения тепла в грунте в значительной степени зависит от его влажности.

В изменении температуры грунта оснований различных сооружений, как правило, наблюдается суточная и годовая периодичность. За сутки грунт от восхода солнца до полудня нагревается, а в остальное время остывает. В течение года в ряде районов грунт может оставаться до отрицательных температур, что особенно существенно для влажного грунта, так как изменение температуры влияет на его механические свойства.

Влага в грунте перемещается под воздействием силы тяжести, молекулярных сил и перепада температур. Различают два вида движения воды через грунт: миграцию и фильтрацию.

Миграция представляет собой местное перераспределение влаги под воздействием молекулярных сил, температурных градиентов и испарения. При наличии в грунте только связанной воды перемещение ее в жидкой форме происходит под воздействием поверхностных молекулярных сил, причем от более толстых пленок к более тонким. При этом скорость перемещения воды невелика, и грунт увлажняется незначительно, однако длительное воздействие факторов, способствующих указанному явлению, вызывает сильное увлажнение грунта. Кроме того, в этом случае перемещение влаги происходит и в форме пара от участков с большим давлением к участкам с меньшим давлением.

В глинистом грунте, размеры частиц которого невелики, пленочная вода вызывает явления тиксотропии, электроосмоса и др.

В состоянии покоя пленки связанной воды твердеют, превращаясь в студнеобразную массу, а при динамической нагрузке становятся жидкими; при прекращении действия нагрузки глинистый грунт вновь отвердевает. Это явление называется тиксотропией [39].

В песках связанная вода не играет практически заметной роли.

Электроосмосом называют течение поровой воды в глине, вызванное действием электрического тока; это явление используется для осушения тонкозернистых грунтов в случаях, когда затруднительно снизить уровень грунтовой воды.

В грунте возможно движение гравитационной и капиллярной воды, при этом перемещение ее происходит от участков с большей влажностью к участкам с меньшей влажностью. Кроме того, под воздействием капиллярных сил вода движется от капилляров с большим диаметром к капиллярам с меньшим диаметром.

При наличии грунтовых вод верхние слои грунтовых оснований могут увлажняться поднятием влаги капиллярными силами; в крупнозернистых грунтах такое поднятие незначительно.

Под воздействием силы тяжести и внешнего давления возникает фильтрация воды в грунте как сверху вниз, так и в горизонтальном направлении; фильтрация в горизонтальном направлении происходит под воздействием внешнего давления, а при наличии гидравлического уклона — и под воздействием силы тяжести.

Наличие в грунте газа имеет существенное значение; газовыделение приводит к дополнительной деформации грунта [55].

В воде, поднимающейся в вертикальных порах грунта (капиллярное поднятие), возбуждаются растягивающие напряжения, а в твердой части грунта создаются дополнительные сжимающие напряжения, вызванные так называемым капиллярным давлением [49].

Таким образом, грунт представляет собой трехфазную дисперсную систему, состоящую из трех основных компонентов: твердого, жидкого и газообразного.

Б. ВИДЫ ГРУНТОВ И ИХ СВОЙСТВА

В основу классификации грунтов положены признаки, определяющие их механические свойства, важные для строительного дела. Эти свойства зависят в основном от гранулометрического состава грунта.

По характеру восприятия механических усилий грунты делятся на связные и сыпучие.

Связные, обычно мелкозернистого строения (глинистые грунты), обладают так называемым сцеплением, обуславливающим способность их сопротивляться небольшим растягивающим напряжениям. Благодаря сцеплению связные грунты [14] способны сохранять без разрушения вертикальные откосы определенной высоты. Сцепление (c_s) объясняется прежде всего молекулярными силами взаимодействия между твердыми частицами (склеиванием коллоидных частиц), существованием между ними цементационных связей, которые нарушаются при взаимном их перемещении, и, наконец, — наличием капиллярных явлений (так, песок при увлажнении его может сохранять вертикальный откос небольшой высоты вследствие связности от капиллярного действия поровой воды).

Сыпучие, или несвязные, грунты (сыпучие пески) обладают значительным внутренним трением и слабым сцеплением. Их водопроницаемость велика, и, в отличие от мелкозернистых грунтов, изменение объема протекает значительно быстрее.

Приводим классификацию грунтов по «Строительным нормам и правилам» 1962 г. [29]. Согласно этим нормам грунты подразделяются на глинистые, песчаные, крупнообломочные и скальные.

Глинистые грунты — связные тонкозернистые грунты, обладающие свойством пластичности, характеризуемым так называемым числом пластичности ω_p , т. е. разностью весовых влажностей (в процентах), соответствующих двум состояниям грунта: на границе текучести — ω_t и на границе раскатывания — ω_p . Для глин $\omega_p > 17$. Глинистые грунты в зависимости от числа пластичности подразделяются на:

супесь	$1 \leq \omega_n \leq 7$
суглинок	$7 \leq \omega_n \leq 17$
глина	$\omega_n > 17$

Размеры частиц глин менее 0,002 мм. Консистенция глинистых грунтов B определяется по формуле:

$$B = \frac{\omega - \omega_p}{\omega_n} \quad (1.1)$$

По консистенции ω_p эти грунты классифицируются таким образом:

Супеси	
Твердые	$B < 0$
Пластичные	$0 \leq B \leq 1$
Текущие	$B > 1$

Суглинки и глины

Твердые	$B \leq 0$
Полутвердые	$0 \leq B \leq 0,25$
Тугопластичные	$0,25 < B \leq 0,50$
Мягкопластичные	$0,50 < B \leq 0,75$
Текучепластичные	$0,75 < B \leq 1$
Текущие	$B > 1$

Песчаные — сыпучие в сухом виде грунты, не обладающие пластичностью ($\omega_n < 1$), содержат менее 50% по весу частиц крупнее 2 мм.

Крупнообломочные — песцементированные грунты, содержащие более 50% по весу кристаллических или осадочных пород с размерами частиц более 2 мм.

В табл. I приведена характеристика крупнообломочных и песчаных грунтов по СНиП-62.

Таблица I

Виды крупнообломочных и песчаных грунтов

Наименование грунтов	Преобладающие размеры частиц в мм	Распределение частиц в % от веса сухого грунта
Крупнообломочные		
Щебенистый	10	Крупнее 10
Гравийный	2	" 2 " — более 50
Песчаные		
Гравелистый песок	1	" 2 " — 25
Крупный песок	> 0,5	" 0,5 " — 50
Песок средней крупности	> 0,25	" 0,25 " — 50
Мелкий песок	> 0,1	" 0,1 " — 75
Пылеватый песок	> 0,1	" 0,1 " — менее 75

В. КОЭФФИЦИЕНТ УПЛОТНЕНИЯ И ПОРИСТОСТИ ГРУНТОВ, ОБЪЕМНЫЙ ВЕС, ВЛАЖНОСТЬ

Для расчета бокового давления водонасыщенного несвязанного грунта необходимо знать величину относительного объема твердой части m . Пусть в объеме v грунта объем пор v_n , а объем твердой части грунта v_t . Очевидно,

$$v = v_n + v_t. \quad (1.2)$$

Пористостью грунта n называют объем пор, приходящийся на 1 m^3 объема грунта,

$$n = \frac{v_n}{v}. \quad (1.3)$$

Относительный объем твердой части, или объем твердых частиц в единице объема грунта,

$$m = \frac{v_t}{v}. \quad (1.4)$$

Ясно, что

$$m + n = 1. \quad (1.5)$$

Коэффициентом уплотнения часто также называют компрессионную характеристику грунта [56]. Коэффициентом пористости грунта считают отношение

$$\epsilon = \frac{v_n}{v_t} = \frac{1 - m}{m} = \frac{n}{1 - n}, \quad (1.6)$$

где

$$m = \frac{1}{1 + \epsilon}; \quad n = \frac{\epsilon}{1 + \epsilon}.$$

Ниже приведены значения коэффициентов m , n и ϵ и объемный вес γ_q (в m/m^3) для некоторых видов грунтов [55]:

	m	n	ϵ	γ_q
пески	0,65 — 0,55	0,35 — 0,45	0,54 — 0,82	1,45 — 1,70
лесссы	0,60 — 0,45	0,40 — 0,55	0,67 — 1,20	1,20 — 1,60
или	0,50 — 0,25	0,50 — 0,75	1,00 — 3,00	—
суглинки и глины . . .	0,60 — 0,50	0,40 — 0,50	0,67 — 1,00	1,35 — 1,80

Свойства влажного грунта зависят от степени его влажности. Под весовой влажностью w понимают отношение весов воды q_w и твердых частиц q_t в данном объеме грунта

$$w = \frac{q_w}{q_t}. \quad (1.7)$$

Согласно СНиП-62 степень влажности грунта g (доля заполнения объема пор грунта водой) определяется по формуле:

$$g = \frac{w \gamma_q}{\epsilon_0 \gamma_w}, \quad (1.8)$$

где w — природная весовая влажность грунта в долях единицы;

γ_q — удельный вес материала частиц грунта в m/m^2 ;

ϵ_0 — коэффициент пористости образца грунта природного сложения и влажности;

γ_w — удельный вес воды в m/m^3 .

Песчаные грунты считаются маловлажными, если $g \leq 0,5$; влажными — при $0,5 < g \leq 0,8$; насыщенными водой — при $g > 0,8$.

§ 2. ТРЕНИЕ И СЦЕПЛЕНИЕ В ГРУНТАХ, УГЛЫ ОТКОСА

А. ТРЕНИЕ И СЦЕПЛЕНИЕ В СЫПУЧИХ ГРУНТАХ

Важнейшее свойство сыпучих грунтов — внутреннее трение. Сопротивление сдвигу песков (как в сухом состоянии, так и в условиях полного насыщения водой) полностью обусловливается тре-

нием скольжения и качения перемещающихся частиц, а также зацеплением их между собой (в плотных песках). Как первая, наиболее простая зависимость используется при этом закон Кулона:

$$T = fN, \quad (1.9)$$

где f — коэффициент внутреннего трения.

Этот коэффициент является тангенсом угла трения, т. е.

$$f = \operatorname{tg} \rho. \quad (1.10)$$

Деля обе части равенства (1.9) на площадь F , получим:

$$\tau = f\sigma = \operatorname{tg} \rho \cdot \sigma, \quad (1.11)$$

где τ — касательное напряжение;

σ — нормальное напряжение.

Для сухого несцепленного песка (не имеющего молекулярного сцепления) и в пределах относительно небольших нормальных напряжений графическая зависимость между предельным касательным напряжением и нормальным напряжением представляется прямой, проходящей через начало координат (рис. 1 — прямая I).

Угол наклона ρ этой прямой к оси σ равен углу внутреннего трения, так как τ выражается через σ по (1.11).

Величина угла ρ в большой степени зависит от плотности песка, его структуры, напряженного состояния, влажности и других факторов, которые должны учитываться при

проектировании ответственных сооружений. Угол внутреннего трения для сухих и полностью водонасыщенных песков при средних значениях их плотности равен $30—40^\circ$. В табл. 2 приведены значения углов внутреннего трения (нормативных и расчетных) для различных песков по работе В. В. Михеева, Д. Д. Польшина, Р. А. Токарь [25].

Заметим, что нормативные значения углов ρ вводятся при определении деформаций оснований, а расчетные значения — при анализе устойчивости.

Для влажного песка, между частицами которого возникает сцепление, зависимость между τ и σ оказывается более сложной и графически изображается кривой, которую для упрощения в области малых нормальных напряжений заменяют прямой по уравнению

$$\tau = \sigma \operatorname{tg} \rho + c, \quad (1.12)$$

где ρ — угол внутреннего трения;
 c — параметр, условно называемый удельным сцеплением, в $\text{кг}/\text{см}^2$.

Таблица 2

Углы внутреннего трения для песчаных грунтов

Наименование грунтов	Коэффициент пористости e	Угол внутреннего трения ρ в град	
		нормативные	расчетные
Крупные пески	0,41 — 0,50	43	41
	0,51 — 0,60	40	38
	0,61 — 0,70	38	36
Пески средней крупности	0,41 — 0,50	40	38
	0,51 — 0,60	38	36
	0,61 — 0,70	35	33
Мелкие пески	0,41 — 0,50	38	36
	0,51 — 0,60	36	34
	0,61 — 0,70	32	30
Пылеватые пески	0,41 — 0,50	36	34
	0,51 — 0,60	34	32
	0,61 — 0,70	30	28

Таблица 3

Удельное сцепление и модули деформации для песчаных грунтов

Наименование грунтов	Коэффициент пористости e	Удельное сцепление c , $\text{кг}/\text{см}^2$	Модуль деформации E , $\text{кг}/\text{см}^2$
Крупные пески	0,41 — 0,50	0,02	460
	0,51 — 0,60	0,01	460
	0,61 — 0,70	—	330
Пески средней крупности	0,41 — 0,50	0,03	460
	0,51 — 0,60	0,02	400
	0,61 — 0,70	0,01	330
Мелкие пески	0,41 — 0,50	0,06	370
	0,51 — 0,60	0,04	280
	0,61 — 0,70	0,02	240
Пылеватые пески	0,41 — 0,50	0,08	140
	0,51 — 0,60	0,06	120
	0,61 — 0,70	0,04	100

Прямая AB , полученная по (1.12), отсекает (при продолжении) на оси τ отрезок OA , равный c . Необходимо подчеркнуть, что параметр c не следует рассматривать как действительное физическое сцепление; ввиду криволинейности графика $OA = c$ является лишь отрезком прямой AB на оси τ ; действительное молекулярное сцепление изображается значительно меньшим отрезком — c_m .

В табл. 3 приведены средние значения удельного сцепления и модуля деформации для песков по работе [25].

Значения модуля деформации даны при коэффициенте неоднородности $k < 3$.

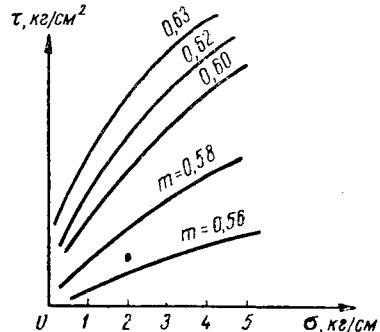


Рис. 2

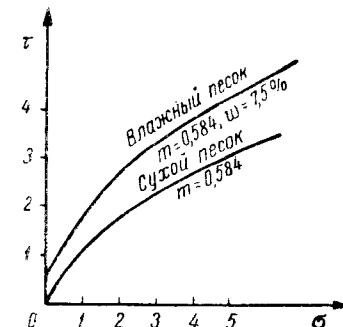


Рис. 3

Заметим, что действительные зависимости между τ и σ для песков всегда криволинейны. На рис. 2 представлены кривые зависимости между τ и σ для песков при различных значениях коэффициентов уплотнения m , определяемых по (1.4). Эти данные, полученные Дюрие и Люка, свидетельствуют о существенном влиянии уплотнения песка: при увеличении коэффициента уплотнения от 0,56 до 0,58 сопротивление песка сдвигу увеличивается вдвое; чем больше уплотнение, тем больше сопротивление сдвигу (см. также табл. 2). Для рыхлого песка получается наибольшее боковое давление грунта на ограждающие сооружения, так как при слабом уплотнении имеет место низкое сопротивление срезу.

Отметим также влияние влажности на сопротивление песка срезу. На рис. 3 для сопоставления приведены две кривые зависимости между τ и σ для сухого и влажного песка. Как видно, для влажного песка (не водонасыщенного), поры которого содержат воду и воздух, сопротивление срезу повышается за счет сцепления. Кривая τ — σ во втором случае пересекает ось ординат и дает сцепление $c = 0,2 \text{ кг}/\text{см}^2$. На рис. 4 изображена кривая изменения τ в зависимости от влажности w при определенном σ : при небольшом увеличении влажности (до 2,5%) получается наибольшее сопротивле-

ние срезу; при дальнейшем увеличении влажности оно уменьшается и при полном насыщении водой становится равным сопротивлению срезу для сухого песка.

Таким образом, для водонасыщенного песка угол внутреннего трения тот же, что и для сухого. Влажный же песок обладает повышенным сопротивлением сдвигу; так, при $w = 15\%$ коэффициент трения влажного песка $f_1 = 1,4f_0$, где f_0 — для сухого песка.

Форма зерен песка оказывает незначительное влияние на угол внутреннего трения. Опытами установлено, что если для песка с окружными зернами $\rho = 34,5^\circ$, то для песка с пластинчатыми зернами $\rho = 37^\circ$, так как в этом случае происходит некоторое зацепление зерен.

Б. ТРЕНИЕ И СЦЕПЛЕНИЕ В ГЛИНАХ

В глинистых грунтах угол внутреннего трения меньше, чем в сыпучих, и нередко сцепление в них является превалирующим. В самом деле, в глинистых мелкозернистых грунтах ввиду незначительности размеров частиц увеличивается влияние адсорбированных

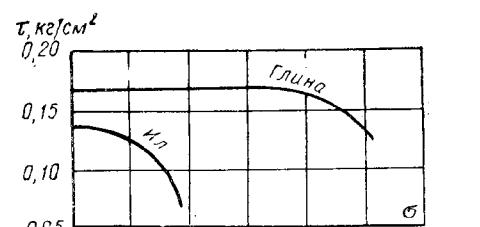


Рис. 5

размером от 0,002 до 0,006 мм , а тонкозернистая — от 0,0002 до 0,0006 мм .

В отличие от сыпучих тел, в глинах преобладающую роль играют адсорбированные водяные пленки, подверженные сильнейшему воздействию молекулярных сил [39], и это коллоидное состояние глин приближает их к твердому телу. Коллоидные фракции глин при высыхании приобретают цементирующие свойства, а во влажном состоянии они сообщают глинам пластичность. Сжимающие

усилия в глине передаются через водяные пленки, прочность которых на срез обусловливается сцеплением при незначительном внутреннем трении. Заметим, что глины, за исключением поверхностного слоя, почти всегда встречаются в виде насыщенных водой грунтов (степень влажности $g > 0,8$).

Таблица 4

Значения удельного сцепления c , угла внутреннего трения ρ и модуля деформации E для глинистых грунтов

Влажность W_p на границе рас- катывания в %	Харак- тери- стики грун- тов	Коэффициенты пористости ε					
		0,41 — 0,50		0,51 — 0,60		0,61 — 0,70	
		нормаль- ные	расчетные	нормаль- ные	расчетные	нормаль- ные	расчетные
< 9,4	c	0,10	0,02	0,07	0,01	0,05	—
	ρ	30°	28°	28°	26°	27°	25°
	E	180	—	140	—	110	—
9,5 — 12,4	c	0,12	0,03	0,08	0,01	0,06	—
	ρ	25°	23°	24°	22°	23°	21°
	E	230	—	160	—	130	—
12,5 — 15,4	c	0,42	0,14	0,21	0,07	0,14	0,04
	ρ	24°	22°	23°	21°	22°	20°
	E	350	—	210	—	150	—
15,5 — 18,4	c	—	—	0,50	0,19	0,25	0,11
	ρ	—	—	22°	20°	21°	19°
	E	—	—	300	—	190	—
18,5 — 22,4	c	—	—	—	—	0,68	0,28
	ρ	—	—	—	—	20°	18°
	E	—	—	—	—	300	—
$\varepsilon = 0,71 — 0,80$		$\varepsilon = 0,81 — 0,95$		$\varepsilon = 0,96 — 1,10$			
12,5 — 15,4	c	0,07	0,02	—	—	—	—
	ρ	21°	19°	—	—	—	—
	E	120	—	—	—	—	—
15,5 — 18,4	c	0,19	0,08	0,11	0,04	0,08	0,02
	ρ	20°	18°	19°	17°	18°	16°
	E	130	—	100	—	80	—
18,5 — 22,4	c	0,34	0,19	0,28	0,10	0,19	0,06
	ρ	19°	17°	18°	16°	17°	15°
	E	180	—	130	—	90	—
22,5 — 26,4	c	0,82	0,36	0,41	0,25	0,36	0,12
	ρ	18°	16°	17°	15°	16°	14°
	E	260	—	160	—	110	—
26,5 — 30,4	c	—	—	0,94	0,40	0,47	0,22
	ρ	—	—	16°	14°	15°	13°
	E	—	—	220	—	140	—

если нормальное напряжение σ для некоторых видов глинистых грунтов меньше предельной прочности их структуры $\sigma_{\text{стр}}$ [55], то зависимость между τ и σ на этом участке выражается прямой, параллельной оси σ (рис. 5); следовательно, сопротивление сдвигу определяется лишь прочностью по сцеплению, т. е. $\rho = 0$, и в формуле (1.12) $\tau = c$. Сопротивление грунта сдвигу в этом случае определяется лишь сцеплением.

Зависимость между τ и σ по линейному закону вида $\tau = \sigma \operatorname{tg} \rho + c$ дает возможность отдельно рассмотреть определение бокового смещения грунта только при учете трения и только при наличии нормального сцепления, что значительно упрощает практические расчеты. Возможно ограничиться рассмотрением учета только трения, заменяя фиктивную нагрузку, заменяющую действие сцепления [33].

Для пыли, частицы зерен которой имеют размеры от 0,002 до 0,02 мм, влияние адсорбированных пленок становится уже более заметным, чем для песка. В табл. 4 приведены значения удельного сцепления, угла внутреннего трения и модуля деформации для глинистых грунтов в зависимости от влажности на границе раскатывания (w_p) и от коэффициента пористости ε [25]. Как видно из таблиц, нормативное сцепление для глинистых грунтов меняется в широких пределах — от 0,05 до 0,94, а углы внутреннего трения — от 26 до 15°. Неучет сцепления для глинистых грунтов может привести к существенным ошибкам.

Напомним, что нормативные значения вводятся при определении перемещений грунтовой среды, а расчетные характеристики — при проверке устойчивости. Данные таблицы соответствуют степени влажности $g > 0,8$, т. е. такой, при которой поры заполнены водой.

в. углы естественного откоса

При медленной отсыпке песка на горизонтальную плоскость (рис. 6, a) образуется конус с постоянным для данного песка углом наклона ρ_1 , который составляют образующие AB с плоскостью основания. Этот угол называется углом естественного откоса; им оп-

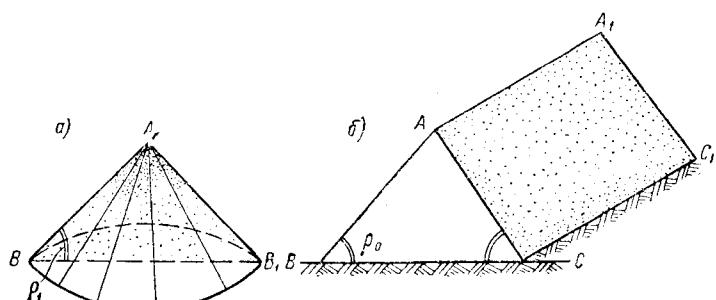


Рис. 6

ределяется форма предельной свободной поверхности грунта в равновесном состоянии. Заметим, что угол естественного откоса соответствует предельному моменту перехода от движения сыпучей массы к покоя. На величину этого угла влияют структура грунта, его физическое состояние (уплотнение, влажность) и в известной мере форма отсыпки. Так, при отсыпке грунта по линии AA_1 (рис. 6, б) получаем форму отсыпки в виде треугольной призмы, и угол наклона ρ_0 плоской поверхности такой призмы больше, чем угол естественного откоса для конуса. Угол естественного откоса несколько меньше, чем угол внутреннего трения:

$$\rho_1 < \rho. \quad (1.13)$$

Тем не менее в расчетной практике нередко принимают угол внутреннего трения равным углу естественного откоса, что идет в запас устойчивости. Влажные массы пылеватого песка и в особенности глины могут сохранять откосы значительной крутизны — так называемые «углы стояния», что объясняется наличием сцепления. Угол естественного откоса (так же как и угол внутреннего трения) при встряхивании песка несколько уменьшается; он зависит от напряженного состояния и от добавочного давления грунтовой воды [39]. Однако при полном погружении песка в стоячую воду он тот же, что и для песка в сухом состоянии. При действии же текущей воды параллельно начальному откосу его наклон уменьшается.

Итак, следует различать: угол внутреннего трения ρ , углы естественного откоса ρ_1 и ρ_0 , угол «стояния» откоса глинистого грунта.

§ 3. ПОВЕДЕНИЕ ГРУНТОВ ПОД НАГРУЗКОЙ

A. НЕОБРАТИМЫЕ ПРОЦЕССЫ В ГРУНТАХ

Деформация грунта зависит в основном от двух факторов: изменения объема пор и деформации твердых частиц. При изменении пор песчаного грунта, являющемся основной частью его общей деформации, зерна песка перемещаются друг относительно друга; взаимное смещение зерен наступает тогда, когда силы сдвига преодолевают силы трения, зависящие от нормального давления (рис. 2 и 3).

Так как величины и направления сил трения между зернами песка совершенно различны и зависят от положения зерен, то скольжение при возрастании нормального напряжения наступает вовсе не одновременно, и потому совершенно невозможно состояние предельного равновесия во всей массе песка; имеет место всегда смешанное «упруго-пластическое» состояние грунта [16]. Как показывают многочисленные экспериментальные исследования [39 и 49], скольжение во всей массе грунта наступает не одновременно.

Заметим, что деформация песчаного грунта, вызванная деформацией зерен, ничтожна по сравнению с деформацией его, вызванной изменением пор грунта, и ею можно пренебречь.

Каждое приложение нагрузки к песчаному грунту вызывает заметную остаточную деформацию, его уплотнение и в зонах пластической деформации — разрыхление. Отсюда следует, что боковое давление песков в ряде случаев будет неоднозначным.

Глинистые грунты обладают свойствами, приближающими их к твердым телам, однако ввиду их коллоидного состояния в глинах происходит ряд явлений, связанных с ожижением и затвердеванием адсорбированных водяных пленок. В результате увеличения давления зерна глины получают более плотную упаковку при каждом приложении нагрузки. Кривая компрессионного уплотнения глин имеет резко выраженную логарифмическую форму. Большое влияние на состояние глин оказывают капиллярные явления. Даже при низком положении уровня грунтовой воды поры влажной глины заполняются ею и действует подъемная сила воды.

При резком снижении уровня грунтовых вод происходит сильная осадка глинистых оснований. Таким образом, и в глинистых грунтах имеют место различные необратимые процессы. Каждое изменение уровня грунтовой воды в глине проявляется в форме дополнительной нагрузки или разгрузки твердой части грунта. Существенно влияние в глинах тиксотропии. При действии нагрузки, преодолевающей тиксотропическую прочность водяных пленок глины, наступает ожижение воды, причем быстрое приложение нагрузки ускоряет этот процесс, что вызывает существенное увеличение бокового давления глинистого грунта (так называемого давления покоя — см. ниже).

При разгрузке вследствие тиксотропии [39] снижение бокового давления глинистого грунта запаздывает. Это снижение может привести к тому, что вертикальное напряжение σ_1 при разгрузке в глине будет (в отдельных случаях) ниже, чем горизонтальное напряжение $\sigma_2 = \sigma_3$ (рис. 7), и коэффициент бокового давления будет больше единицы ($\xi = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}$). Очевидно, при $\xi = 1$ получается состояние гидростатического давления; по Терцаги [49] для глин нередко $\xi = 0,75$. Таким образом, боковое давление глин оказывается непостоянным, поскольку оно зависит от коллоидных процессов ожижения или затвердевания водяных пленок и других явлений.

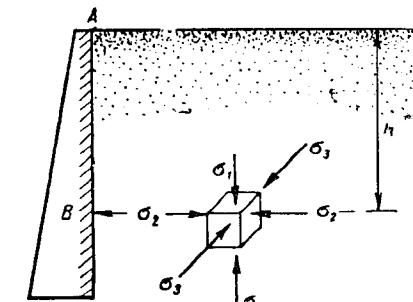


Рис. 7

Б. ВЛИЯНИЕ ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В ПЕСКЕ

С увеличением нагрузки возрастает число подвижных зерен исчезающего грунта, и в системе зерен, где силы сдвига принимают предельное значение, возникают скольжения, аналогичные явлению текучести поликристалла, причем все зерна данной области грунта находятся в состоянии пластичности. Но при разгрузке происходит слабая перегруппировка зерен и, следовательно, незначительная упругая деформация; в результате система зерен получает существенные остаточные напряжения. При этом остаточные силы трения могут перейти через нулевое значение — при новом нагружении скажется влияние действия предыдущей нагрузки. В результате при новом нагружении боковое давление песка окажется больше, а осадка его будет меньше. В предварительно нагруженном утрамбованном песке горизонтальные напряжения $\sigma_2 = \sigma_3$ могут оказаться в некоторой области более вертикальных, причем известное значение имеет изменение укладки зерен.

Повторные сильные нагрузления слоев грунта могут вызвать остаточные напряжения, и в этих неблагоприятных условиях давление песчаного грунта может быть больше, чем для соотношения $\sigma_2 = 0,5\sigma_1$. Заметим, что, как ясно из предыдущего, чем рыхлее песок, тем больше его пластическая деформация и тем больше боковое давление такого грунта.

В. ДАВЛЕНИЕ ПОКОЯ ГРУНТА

Некоторый интерес представляет определение того бокового давления грунта, которое оно оказывает в состоянии полного покоя на подпорные стенки. Опыт и логические рассуждения приводят к заключению о том, что боковое давление покоя намного больше, чем так называемое активное давление грунта, которое возникает в момент начального сдвига стенки. Боковое давление в состоянии покоя на вертикальную грань AB стенки можно вычислить по горизонтальному напряжению σ_2 , возникающему на вертикальной площадке неограниченной массы грунта, если его горизонтальная поверхность свободна. В действительности наличие стенки вызывает известное нарушение закономерности напряженного состояния, присущей неограниченному массиву грунта.

Применяем соотношения теории упругости, данные для идеально твердого тела. Предполагаем, что поперечное расширение элементарного параллелепипеда $\varepsilon_2 = \varepsilon_3$ равно нулю:

$$\varepsilon_2 = -\frac{1}{E} [\sigma_2 - \mu(\sigma_1 + \sigma_2)] = 0, \quad (1.14)$$

причем $\sigma_3 = \sigma_2$; μ — коэффициент Пуассона.

из (1.14) получаем

$$\sigma_2 = \frac{\mu}{1-\mu} \sigma_1 = \xi \sigma_1, \quad (1.15)$$

ξ — коэффициент давления покоя;

$$\xi = \frac{\mu}{1-\mu}, \quad (1.16)$$

$$\sigma_1 = \gamma h. \quad (1.17)$$

Выражение ξ по (1.16) для грунтов является условным, так как закон Гука и постоянство коэффициента Пуассона для них при больших деформациях неточны. Однако формулу (1.16) нередко применяют, получая по опытным данным коэффициент ξ для данного состояния грунта.

Если пробу песка подвергнуть действию нагрузки, при которой возникнет объемное напряженное состояние с $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ (в статиометре), то при определенном соотношении $\frac{\sigma_2}{\sigma_1}$ можно получить поперечную деформацию пробы, равную нулю [39]. Тем самым будет найдено экспериментально значение коэффициента давления покоя ξ . Этим коэффициентом ξ , определяем условный коэффициент Пуассона для грунта:

$$\mu = \frac{\xi}{1+\xi}. \quad (1.18)$$

Заметим, что для несжимаемого твердого тела и жидкости $\mu = 0,5$ и по (1.16) $\xi = 1$. Чем более сжимаемо тело, тем меньше давление покоя; если $\mu = 0$ (рыхлый снег), то $\xi = 0$ и давление покоя равно нулю. Для глины коэффициент Пуассона составляет от 0,4 до 0,5, и потому коэффициент давления покоя ξ — от 0,67 до 1. С увеличением уплотнения песка коэффициент Пуассона уменьшается и ξ также уменьшается, что видно из следующих данных:

	ξ	μ
глина	0,75	0,428
рыхлый песок ($\varepsilon = 0,9$)	0,64	0,390
песок средней плотности ($\varepsilon = 0,7$)	0,52	0,342
плотный песок ($\varepsilon = 0,6$)	0,49	0,329

Приведенные значения коэффициентов бокового давления для песков, а также полученные по формуле (1.16) в ряде случаев оказываются различными ввиду неоднозначности напряженного состояния грунтов (см. разд. Б).

Нередко коэффициент бокового давления в плотных песках оказывается выше, чем в слабых [16]. При утрамбовке песка без возможности или при ограниченной возможности бокового расширения коэффициент бокового давления повышается. Он высок также при

снятии верхнего слоя грунта в песчаном котловане, когда грунт был уплотнен ранее верхним снимаемым слоем грунта.

Зная коэффициент давления покоя ξ и вертикальное напряжение (рис. 7) $\sigma_1 = \gamma h$, где γ — объемный вес, h — глубина площадки от поверхности, определяем горизонтальное напряжение $\sigma_2 = \xi \sigma_1$ и далее по эпюре напряжений для грани AB находим полное боковое давление покоя:

$$E_\xi = \sigma_2 \frac{h}{2} = (\xi \gamma h) \frac{h}{2} = \xi \frac{\gamma h^2}{2}, \quad (1.19)$$

где $\frac{\gamma h^2}{2}$ — так называемое гидростатическое давление грунта.

Как правило, сооружения не следует рассчитывать на давление покоя, так как под действием давления подпорные стенки смещаются вследствие упругости грунтового основания. В отдельных случаях приходится вести расчет на давление покоя, если перемещения грунта не происходит [6].

Г. РАСЧЕТНЫЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ В ПЕСЧАНЫХ ГРУНТАХ

Расчет оснований согласно СНиП II-A.10-62 осуществляется методом предельных состояний: по первому предельному состоянию (по несущей способности, устойчивости против скольжения), когда напряжения достигают значений расчетных сопротивлений, и по второму предельному состоянию (по деформациям).

Вычисленное расчетное давление на основание Φ , найденное по расчетным сопротивлениям грунтов, сравнивается с давлением N ,

Таблица 5

Расчетные сопротивления R в кг/см² для некоторых видов грунтов

Наименование грунтов	Грунты основания	
	плотные	средней плотности
Пески		
Гравелистые и крупнозернистые	4,5	3,5
Средней крупности	3,5	2,5
Мелкие:		
маловлажные	3,0	2,0
очень влажные	2,5	1,5
Пылеватые:		
маловлажные	2,5	2,0
насыщенные водой	1,5	1,0
Глинистые грунты		
Супеси ($\epsilon = 0,7$)	2,5	2,0
Суглинки ($\epsilon = 0,7$)	2,5	1,8
» ($\epsilon = 1,0$)	2,0	1,0
Глины ($\epsilon = 0,8$)	3,0	2,0
» ($\epsilon = 1,1$)	2,5	1,0

называемым фундаменту, причем должно быть $N < \Phi$. Расчетное сопротивление грунта R получается как произведение нормативного сопротивления R_n на коэффициент однородности k (по проекту $R_n = 60$ для глин, согласно табл. 4, $k = 0,2 \div 0,4$)

$$R = kR_n. \quad (1.20)$$

В табл. 5 приведены некоторые значения расчетных сопротивлений грунтов по НИТУ 127-55.

По второму предельному состоянию должно быть

$$\Delta \leq f, \quad (1.21)$$

где Δ — расчетная величина перемещения;
 f — предельная величина перемещения.

Предельное значение перемещения f устанавливается, исходя из условий эксплуатации сооружения, с учетом влияния смещений на напряженное состояние конструкции. Например, предельный угол для сплошных фундаментов ($\operatorname{tg} \alpha$, где α — угол наклона) в НИТУ-55 назначен равным 0,004.

ТЕОРИЯ СТАТИЧЕСКОГО ДАВЛЕНИЯ ГРУНТОВ НА ПОДПОРНЫЕ СТЕНКИ

§ 4. О ДАВЛЕНИИ ГРУНТОВ В ПРЕДЕЛЬНОМ СОСТОЯНИИ

А. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

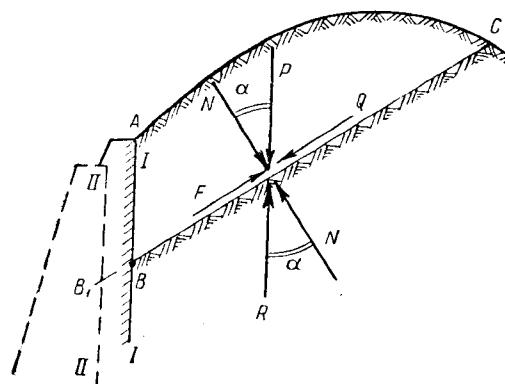
В настоящее время еще не имеется достаточно обоснованной теории давления грунта на подпорные стенки и в основном на практике приходится пользоваться приближенной теорией предельного состояния грунта, предложенной еще Кулоном в 1773 г.

По Кулону [64] боковое давление грунта определяется на смещающуюся стенку (так называемое активное давление) без введения связи между перемещениями стенки и усилиями, действующими на нее с обеих сторон грунта. Между тем решение задачи вычисления давления грунта на подпорную стенку зависит от перемещений стенки, очертания ее задней

стороны, размеров, вида поверхности грунта, его физических свойств и состояния и многих других факторов. Задача оказывается настолько сложной, что полное решение ее методами теории упругости или теории пластичности пока крайне затруднительно.

Рассмотрим сначала методику определения бокового давления сыпучего тела по Кулону, который предложил находить это давление в стадии небольшого смещения стенки, т. е. в состоянии так называемого предельного равновесия (рис. 8).

Рис. 8



Пусть стенка из положения $I-I$ переходит в положение $II-II$, при чая небольшое смещение благодаря наличию одностороннего давления грунта и упругости ее опирания. Тогда возможно сползание грунта в объеме ACB по какой-то поверхности, которую для простоты принимают по Кулону за плоскость (след ее — BC). Водится также допущение, что вторая поверхность скольжения спадает с задней гранью подпорной стенки (след ее — AB). Действие вышележащей части сыпучего тела ACB по плоскости BC представляется силой веса ее P , которую заменяем нормальным давлением N и силой сдвига Q , причем

$$\begin{cases} N = P \cos \alpha; \\ Q = P \sin \alpha. \end{cases} \quad (2.1)$$

При наличии в грунте внутреннего трения и возможности сползания появляется сила трения

$$F = Nf = N \operatorname{tg} \rho,$$

где f — коэффициент внутреннего трения грунта;
 ρ — угол внутреннего трения.

Внося значение N из (2.1), получаем:

$$F = P \operatorname{tg} \rho \cos \alpha. \quad (2.2)$$

По Кулону далее рассматривается момент начала пластического сдвига, соответствующий состоянию предельного равновесия, когда сила сдвига Q равна силе трения F , т. е.

$$Q = F, \quad (2.3)$$

или

$$P \sin \alpha = P \operatorname{tg} \rho \cos \alpha,$$

или, деля на $P \cos \alpha$ обе части равенства, получим:

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \rho.$$

Следовательно, в предельном равновесии угол α отклонения равнодействующей силы взаимодействия $R = P$ по плоскости сползания равен углу внутреннего трения ρ :

$$\alpha = \rho. \quad (2.4)$$

Применяя представление о предельном равновесии по (2.4), исключаем неопределенность в направлении сил взаимодействия по плоскостям сползания:

1) по плоскости, проведенной в сыпучем теле (BC), равнодействующая R отклоняется от нормали к плоскости на угол α , равный углу внутреннего трения ρ ;

2) по плоскости AB задней грани подпорной стенки (рис. 9) равнодействующая сил взаимодействия $R_1 = E$ (где E — активное давление грунта) отклоняется от нормали к плоскости AB на угол δ трения сыпучего тела по стенке; при этом направление возможного сдвига частиц сыпучего тела показано стрелкой (от A до B).

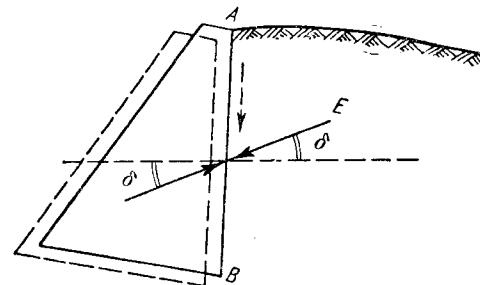


Рис. 9

стенки, будет сползать, оказывая на стенку активное давление E_a (напор), отклоняющееся от нормали на угол трения δ вверх. В результате этого воздействия стенка будет вызывать смещение сыпучей массы, расположенной слева, по плоскости выпирания B_1C_1 («валик» выпирания A_1C_1). Со стороны выпирающей массы грунта (сечение ее

Рассмотрим теперь основные понятия о двух предельных давлениях сыпучего тела: активном и пассивном (рис. 10). При небольшом сдвиге подпорной стенки постоянного по перечному сечению ABB_1A_1 , часть сыпучей массы ABC , расположенная справа от

стенки, будет сползать, оказывая на стенку активное давление E_a (напор), отклоняющееся от нормали на угол трения δ вверх. В результате этого воздействия стенка будет вызывать смещение сыпучей массы, расположенной слева, по плоскости выпирания B_1C_1 («валик» выпирания A_1C_1). Со стороны выпирающей массы грунта (сечение ее

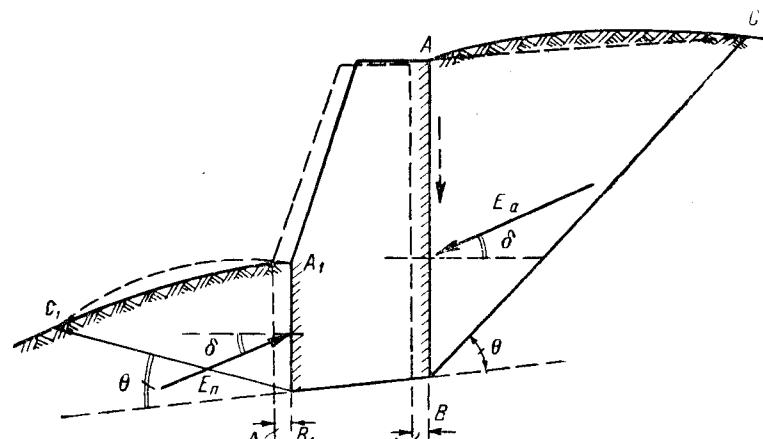


Рис. 10

$A_1B_1C_1$) на стенку оказывается так называемое пассивное давление E_n (отпор), в предельном состоянии отклоняющееся от нормали на угол трения δ вниз. При выпирании частицы сыпучего тела смешаются вверх от первоначального положения. Углы наклона θ и θ_1 линий сползания BC и выпирания B_1C_1 различны. При одной и той же высоте засыпки пассивное давление в несколько раз больше, чем активное.

Таким образом, по теории Кулона определяются два предельных давления грунта:

1) активное — то давление грунта на стенку, которое возникает в результате сдвига стенки; оно направлено в сторону возможного сдвига стенки и определяется от сползающей массы грунта;

2) пассивное — то реактивное сопротивление грунта, которое развивается при определенном смещении стенки во внутрь грунтовой массы; оно направлено противоположно смещению стенки и определяется от выпирающей массы грунта.

Следует заметить, что давление покоя грунта (см. § 3) занимает промежуточное по величине положение между активным и пассивным давлениями. Величины смещений стенки теорией предельного равновесия не устанавливаются.

Б. АКТИВНОЕ ДАВЛЕНИЕ И ДАВЛЕНИЕ ПОКОЯ

Как показывают экспериментальные исследования и теоретический анализ, давление покоя значительно больше, чем активное давление, которое создается, когда стенка получает небольшое смещение сдвига [73]. Это очевидно и из сопоставления активного и пассивного давлений, которые получаются для прямо противоположных по направлению смещений стенки; в первом случае — в сторону от сыпучей массы, во втором — при нажатии на сыпучее тело. Давление же покоя грунта, которое создается при отсутствии каких-либо смещений стенки, должно быть средним по величине между пассивным и активным давлениями. Для иллюстрации опытных исследований в этом направлении на рис. 11 показаны результаты эксперимента Терцаги [73] с несколькими уплотненным песком (см. табл. 3). На рисунке дан график изменения коэффициента бокового давления ζ , полученного из выражения

$$E_a = \zeta \frac{h^2}{2},$$

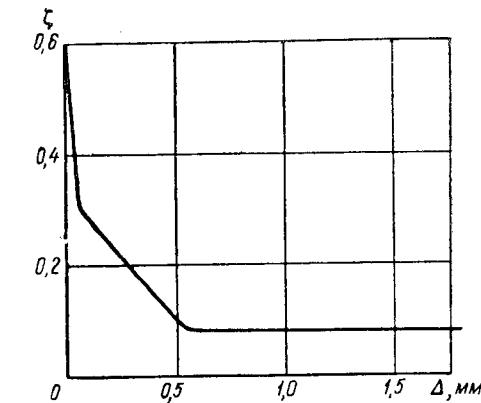


Рис. 11

в зависимости от горизонтального смещения стенки Δ в мм. Как видно из графика, при небольшом смещении стенки — до 0,5 мм давление покоя быстро уменьшается — в той же степени, что и для случая поворота стенки относительно ее нижнего ребра.

Методика проведения этих опытов была несовершенна, так как стенке придавались различные вынужденные смещения Δ . Очевидно, для заданных физических и геометрических данных стенка получает определенное предельное смещение Δ .

Изредко ставится вопрос о том, не следует ли рассчитывать стенки набережных и устои мостов на давление покоя, поскольку оно больше, чем активное давление. На этот вопрос следует ответить отрицательно, так как по существу давление покоя является фиктивным. Вследствие податливости грунтового основания стенки она всегда получает уже соответствующие перемещения, а потому давление покоя оказывается в этом случае нереальным. С другой стороны, нельзя категорически утверждать, что подпорные стенки в большинстве случаев подвергаются действию только активного давления.

Во многих случаях стенка получает такую форму перемещения, при которой возникает действительное «естественное» давление для вполне определенного перемещения. Неучет этого обстоятельства приводит к существенным недопустимым перемещениям стенок (набережные в Ленинграде, Одессе, устои мостов в Ленинграде и др.). Следовательно, недостаточно ограничиваться только расчетом на активное давление по Кулону. Необходимо, зная деформативные свойства грунтового основания и стенки, найти перемещения стенки и после этого окончательно установить изменение давления в зависимости от смещений. Такая связка картин перемещений и давлений и будет отвечать решению данной задачи как статически неопределенной в первом приближении.

Ниже излагаем теорию Кулона сначала для активного, затем для пассивного давления и далее рассматриваем деформационные статические и динамические расчеты бокового давления грунта. Четкое понимание решения самых различных статических задач по Кулону весьма важно, так как это дает возможность осуществить указанный деформационный расчет путем последовательных приближений (итераций).

§ 5. АКТИВНОЕ ДАВЛЕНИЕ СЫПУЧЕГО ТЕЛА ПО КУЛОНУ

Рассмотрим определение величины активного давления по Кулону в предположении незначительного смещения стенки без поворота (рис. 12).

В основе теории активного давления Кулона лежат следующие предпосылки:

1) активное давление сыпучего тела определяется от сползающей массы грунта, от так называемой призмы сползания, которая принимается за твердое тело (сечение призмы сползания ABC);

2) давление находится в момент предельного равновесия клина сползания (сдвиг призмы сползания), когда результирующая реак-

ция со стороны каждой плоскости сползания отклоняется от нормали к плоскости на угол трения;

3) поверхности сползания принимаются за плоскости (линия сползания по грунту — BC , сползания по стенке — AB);

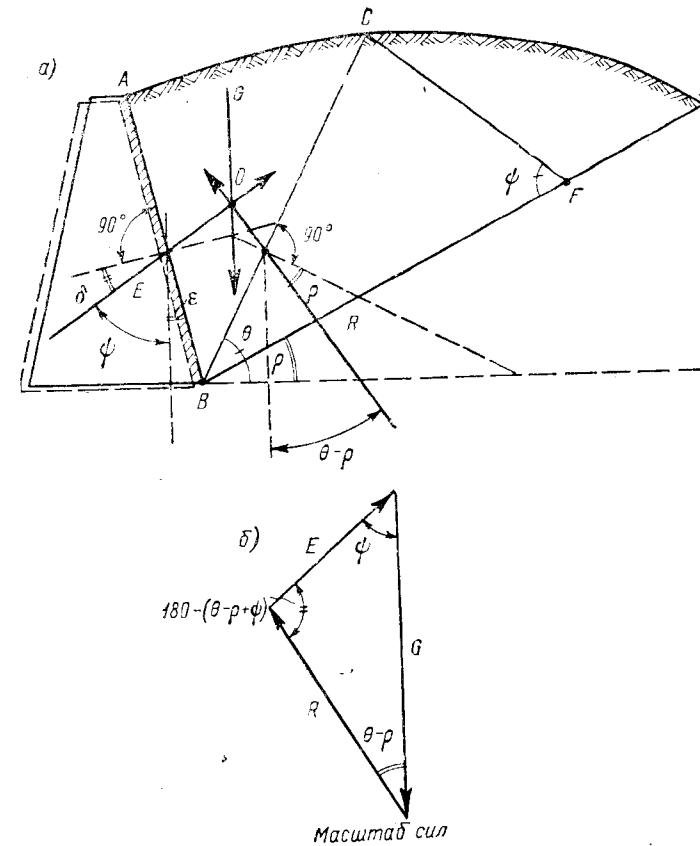


Рис. 12

4) угол наклона θ линии сползания BC находится аналитически из условия максимума величины активного давления E как функции θ (угол наклона θ_1 линии выпирания по рис. 10 определяется из условия минимума пассивного давления).

Характерно, что последней предпосылке Кулон уделял особое внимание [64], учитывая как трение, так и сцепление; угол внутреннего трения он приближенно заменил углом естественного откоса и не вводил трение грунта по задней грани стенки.

В действительности поверхность сползания вовсе не является плоскостью, а линия сползания — прямой, и истинное активное

зачиска при криволинейной линии сползания оказывается неизменно большим, чем Кулоно давление [33 и 20]. Таким образом, в грунте активное давление, полученное введением плоских линий скольжения, не является наибольшим, а представляет собой максимальную величину из всех давлений для семейства заданных плоских поверхностей. Весьма целесообразно развитие методов определения давления по строгой теории пластичности В. В. Соколовского [47].

Отметим далее, что если принять положение Кулона о плоской поверхности сползания и ввести линейное распределение интенсивности давления по линиям BC и BA (т. е. результирующие давления R и E по плоскостям считать приложенными на одной трети соответствующих отрезков BC и BA), то в общем случае невозможно удовлетворить условию равновесия клина ABC и все три силы — E , G и R не будут пересекаться в одной точке. Это серьезное противоречие теории Кулона.

Условие равновесия клина сползания ABC в момент предельного равновесия будет выполняться в случае лишь криволинейности распределения интенсивности давления по линиям сползания грунта BC и BA или при криволинейности линии сползания по В. В. Соколовскому [47].

Очевидно, усовершенствование теории давления Кулона можно осуществить путем отбрасывания предположений о плоских поверхностях сползания или о линейности распределения интенсивности давления по ним.

Принимая указанные предпосылки Кулона, легко получить формулу для давления сыпучего тела.

Рассматривая стенку постоянного поперечного сечения, выделяем ее элемент перпендикулярным размером 1 м. Угол наклона линии грани AB стенки к вертикали обозначим через ε (положителен против хода часовой стрелки).

Проведем линию трения BD под углом ρ к горизонтали. При наличии стенки линия сползания BC расположена круче, чем BD . Угол наклона линии BC к горизонтали обозначим через θ , угол трения сыпучего тела по стенке — через δ .

Рассмотрим сухой сыпучий грунт (однофазную систему), объемный вес которого равняется объемному весу твердой части:

$$\gamma = \gamma_{\text{cp}} m,$$

где m определяется по (1.4).

Вес призмы сползания ABC (перпендикулярный размер 1 м)

$$G = \gamma \cdot (\text{пл. } ABC \cdot 1).$$

Задача определения давления сыпучего тела по Кулону решается без какой-либо связи с перемещениями стенки, вызванными деформацией грунта, как статически определимая. Исходным положением является представление о предельном состоянии клина сползания

ABC . В момент сдвига он отделяется от остальной, неподвижной части грунта и стенки плоскостями сползания BC и AB , которые оказывают сопротивление клину реакциями R — со стороны плоскости BC и E — со стороны стенки. Предполагается при этом, что стенка сдвигается параллельно самой себе, освобождая некоторый объем, или поворачивается вокруг ребра, проходящего через нижнюю точку B . По смыслу теории предельного равновесия Кулона скольжение по плоскости BC произойдет, если

$$R \geq N \operatorname{tg} \rho,$$

где N — нормальная реакция по этой плоскости;

ρ — угол внутреннего трения.

Скольжение по плоскости AB произойдет, если

$$E \geq N_1 \operatorname{tg} \delta,$$

где N_1 — нормальная реакция по плоскости AB ;

δ — угол трения сыпучего тела по грани стенки.

В предельном состоянии

$$R = N \operatorname{tg} \rho; \quad E = N_1 \operatorname{tg} \delta.$$

Силы сопротивления R и E отклоняются от соответствующих нормалей к плоскостям сползания на углы трения ρ и δ (рис. 12, а).

Так как клин сползания ABC находится в равновесии и принимается за твердое тело, то сила веса клина G должна уравновешиваться реактивными силами R и E . Следовательно, все три силы должны пересекаться в одной точке O и давать замкнутый силовой треугольник (рис. 12, б), используя который, найдем силу E . Для этого определим углы между векторами сил R , E и G .

Вектор G составляет с нормалью к BC угол θ , следовательно, угол между направлениями G и R будет $(\theta - \rho)$. Угол между направлением силы E и вертикалью

$$\psi = 90 - \varepsilon - \delta.$$

Углы ψ и $(\theta - \rho)$ отмечены на силовом треугольнике. Третий угол при вершине A равен

$$180 - (\theta - \rho + \psi).$$

Выразим вектор E через вектор G из силового треугольника. По теореме синусов отношение сторон треугольника равно отношению синусов, противолежащих сторонам углов:

$$\frac{E}{G} = \frac{\sin(\theta - \rho)}{\sin[180 - (\theta - \rho + \psi)]} = \frac{\sin(\theta - \rho)}{\sin(\theta - \rho + \psi)},$$

откуда и получаем выражение величины активного давления для любой линии сползания:

$$E = J \frac{\sin(\theta - \rho)}{\sin(\theta - \rho + \psi)}. \quad (2.5)$$

Это основная формула Кулона для активного давления сыпучего грунта.

Активное давление сыпучего тела при произвольной криволинейной поверхности его выражено в функции от веса призмы сползания и углов трения ρ и δ , угла ϵ (входит в значение угла ψ) и в функции от угла наклона θ линии сползания.

Считая форму линии сползания постоянной, Кулон ставит задачу отыскания максимального значения давления E как функции угла θ , выбирая из семейства линий сползания ту, для которой

$$\frac{dE}{d\theta} = 0. \quad (2.6)$$

Эта задача может быть решена аналитически (для простых очертаний поверхности сыпучего тела) или графически (при любых очертаниях поверхности).

§ 6. ГРАФИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАИБОЛЬШЕГО АКТИВНОГО ДАВЛЕНИЯ

В выражении E (по 2.5) при криволинейном очертании поверхности сыпучего тела вес призмы сползания G есть сложная функция от угла θ . В общем случае сложного криволинейного и ступенчато-многоугольного очертания поверхности сыпучего тела целесообразно применять графический способ Кульмана (1886 г.).

По этому способу закон изменения давления E в функции от θ представляется в графической форме. На разрезе стенки строится кривая изменения активного давления в зависимости от различных выбранных значений θ . При этом используется возможность получения силового треугольника $G - E - R$ в повернутом положении на чертеже поперечного разреза стенки (рис. 13, а). В самом деле, совместим силовой треугольник adb (рис. 13, б), иллюстрирующий равновесие призмы сползания ABC , с чертежом разреза стенки так, чтобы вектор G (отрезок bd) был отложен от точки B по линии внутреннего трения BD , а угол abd — от BD против часовой стрелки. Тогда ввиду равенства углов

$$\angle abd = (\theta - \rho) = \angle CBD$$

точка a стороны bd попадет на линию BC и, следовательно, силовой треугольник abd будет подобен треугольнику BCF , в котором угол $CFB = \psi$, так же как и угол abd .

Отсюда следует такое правило построения силового треугольника на чертеже разреза стенки:

1) на линии трения BD откладывается отрезок Bd , который равен весу призмы сползания:

$$Bd = G;$$

2) далее из точки d проводится линия da под углом ψ к линии трения (параллельно CF) до пересечения с BC в точке a . Тогда

$$\overrightarrow{ad} = E.$$

Обычно заранее на чертеже разреза стенки намечают направление так называемой основной линии BK , параллельной CF и ad

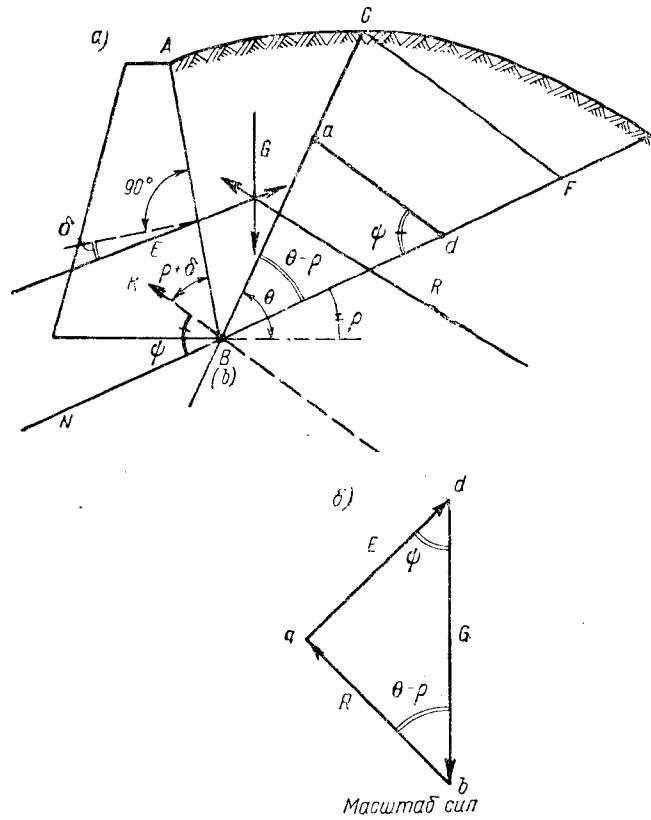


Рис. 13

и составляющей угол ψ с линией трения NBD . Для этого достаточно от линии BA отложить угол $(\rho + \delta)$ в сторону стенки; действительно,

$$\angle KBN = 180 - (90 - \rho + \epsilon) - (\rho + \delta) = 90 - \epsilon - \delta = \psi.$$

Построение Кульмана (рис. 14) заключается в следующем. Задаемся семейством линий сползания $B_1, B_2, B_3, \dots, B_n$ и для каждой линии находим давление E по отрезку ad_n . Так, принимая за линию сползания прямую B_1 , находим вес G_1 клина сползания AB_1 и от-

кладываем этот вес в виде отрезка Bd_1 . Из точки d_1 проводим линию d_1a_1 до пересечения с линией сползания; отрезок d_1a_1 и дает величину бокового давления E_1 для первой линии сползания. Аналогично для линий сползания $B2, B3, \dots, Bn$ величины активного давления выражаются отрезками $d_2a_2, d_3a_3, \dots, d_na_n$. Соединяя отдельные точки $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ плавной кривой, получим кривую $Ba_1a_2a_3 \dots a_n$,

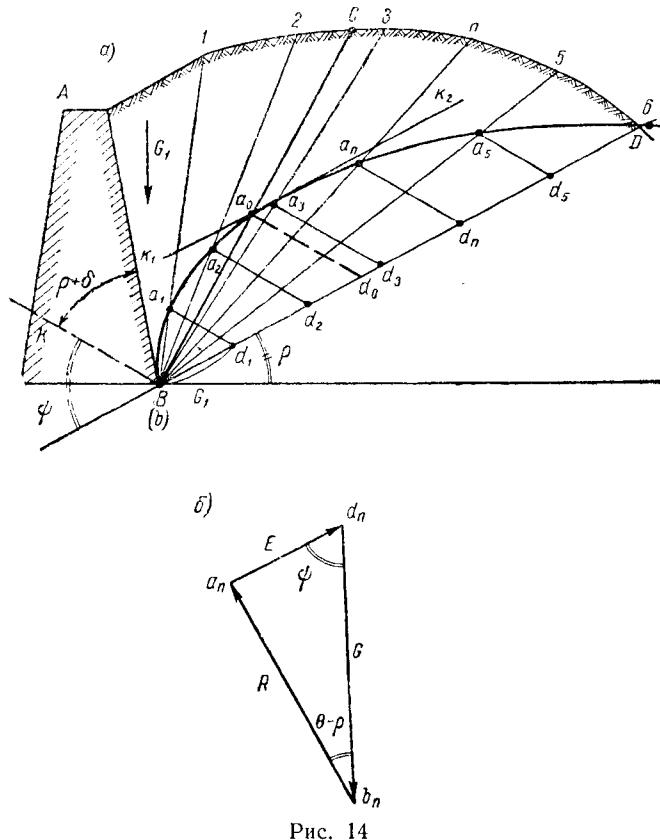


Рис. 14

отображающую изменение бокового давления, причем величины давления измеряются отрезками d_na_n .

Для отыскания максимального давления к полученной кривой Ba_n проводим касательную k_1k_2 , параллельную оси отсчета для ординат d_na_n , т. е. линии BD . Точка касания a_0 и определит отрезок $a_0d_0 \parallel BK$, длина которого дает величину наибольшего давления E_{\max} . Соответствующая линия сползания — прямая Ba_0 .

Особенно просто осуществляется построение Кульмана для случая плоской поверхности сыпучего тела (рис. 15). Разбивая линию

поверхности AD на равные отрезки $A 1, 1 2, 2 3, \dots$, соединяя точки $1, 2, 3, \dots$ с точкой B — получаем семейство возможных линий сползания $B1, B2, B3, \dots$ Далее делим линию трения BD на равные части числом, равным числу отрезков линии поверхности, — получаем точки d_1, d_2, d_3, \dots без каких-либо вычислений весов призм сползания. Из точек d_1, d_2, d_3, \dots проводим линии $d_1a_1, d_2a_2, d_3a_3, \dots$ параллельно основной линии до соответствующих линий сползания. Построив кривую Кульмана $Ba_1a_2 \dots a_n$ (для случая плоской поверхности это гипербола), проводим касательную к ней $k_1k_2 \parallel BD$ и находим $E_{\max} = a_0d_0$. Кроме способа Кульмана, для определения давления при сложном очертании поверхности засыпки

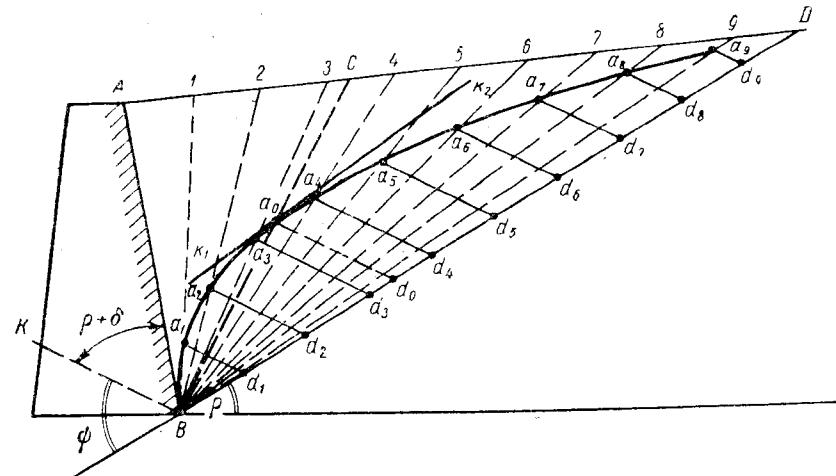


Рис. 15

применяют еще способы Ребхана — Бескина, Н. А. Цытовича и Г. А. Дубровы [17, 20 и 56].

Пример. Определим активное давление при ступенчатом изменении нагрузки. Иллюстрируем определение давления способом Кульмана для случая, когда подпорная стенка, которая в свою очередь поддерживает насыпь 2—3—6—7, воспринимает нагрузку от поезда (рис. 16). При этом давление от нагрузки поезда q заменяется приведенным слоем грунта того же объемного веса, что и заданный грунт высотой h , и изображается на рис. 16 прямоугольником 3—4—6, причем

$$h = \frac{q}{\gamma},$$

где γ — объемный вес грунта (см. § 13).

Решение. По данным углам ϵ и δ вычисляем угол $\psi = 90^\circ - \epsilon - \delta$. Под углом ρ к горизонтали проводим линию трения BD , а под углом $(\rho + \delta)$ к AB (внутри стенки) — линию BK , которая должна составлять при ее продолжении с BD угол ϕ .

Наметив ряд линий сползания и вычислив веса клиньев сползания, откладываем на линии трения BD отрезки $Bd_1, Bd_2, Bd_3, \dots, Bd_9$, представляющие в масштабе сил веса клиньев сползания $BA1, BA2, BA3$ и т. д. Для линии спол-

зания $B33'$ приходится откладывать два значения веса. Соединив точки B , a_1 , a_2 , a_3 , ..., получаем кривую Ba_0 , отражающую закон изменения давления E в зависимости от положения линии сползания. Проведя касательную k_1 , k_2

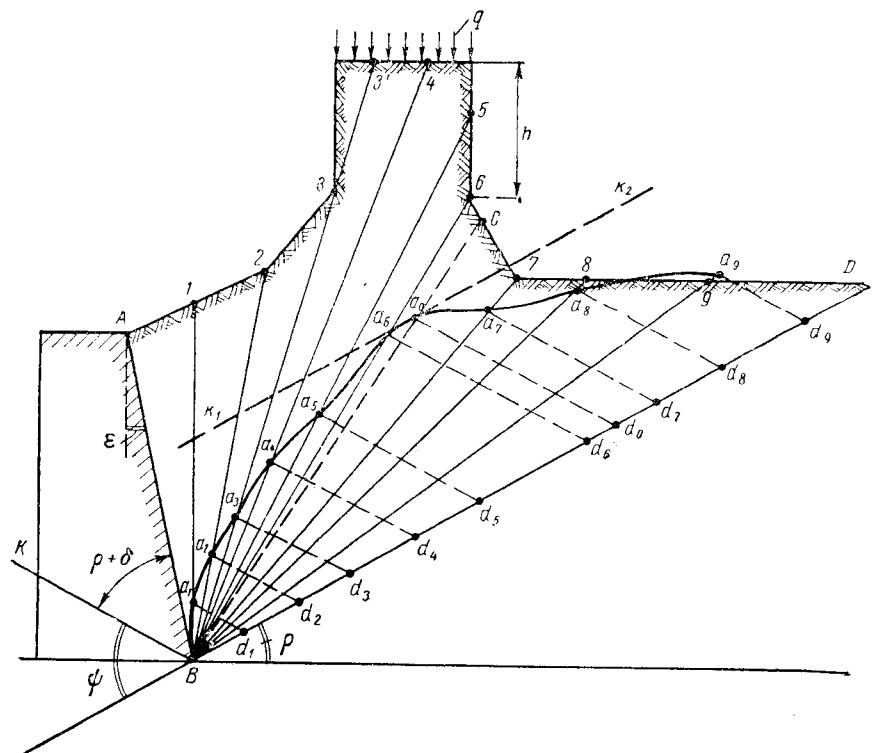


Рис. 16

к кривой Ba_0 параллельно BD , найдем точку a_0 , лежащую на соответствующей линии сползания Ba_0C . Наибольшее давление на стенку с учетом данной сложной нагрузки

$$E_{\max} = \overline{a_0 d_0}.$$

Как видно из рассмотренного примера, при произвольной конфигурации свободной поверхности грунта кривая Кульмана имеет весьма сложное очертание.

§ 7. ГРАФОАНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАКСИМАЛЬНОГО АКТИВНОГО ДАВЛЕНИЯ

А. ОСНОВНАЯ ТЕОРЕМА РЕБХАНА

В случае, если давление E по Кулону является непрерывной функцией от угла наклона θ линии сползания и для каждой линии имеем единственное значение веса клина сползания, можно приме-

нить простое графоаналитическое решение задачи, предложенное Ребханом в 1871 г.

Предполагаем, что след поверхности сыпучего тела на плоскости чертежа представляется какой-то кривой AD (рис. 17). Угол внутреннего трения ρ , угол трения сыпучего тела по стенке δ , угол $\psi = 90^\circ - \epsilon - \delta$ не зависит от угла θ и является постоянной величиной. Будем искать максимум значения активного давления E ,

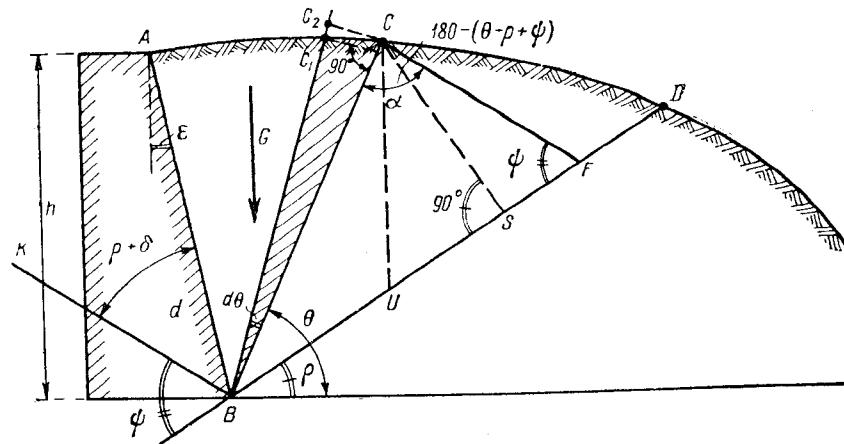


Рис. 17

рассматривая его как функцию угла наклона линии сползания θ ; по формуле Кулона (2.5) имеем:

$$E = G \frac{\sin(\theta - \rho)}{\sin(\theta - \rho + \psi)}. \quad (a)$$

При изменении направления линии сползания BC будет меняться вес призмы сползания:

$$G = \gamma \cdot (\text{пл. } ABC \cdot 1).$$

Вес G при увеличении угла θ уменьшается. Для отыскания максимума E , как функции θ , составляем первую производную от E по θ и приравниваем ее нулю. Получаем по (a):

$$\begin{aligned} \frac{dE}{d\theta} &= \frac{dG}{d\theta} \cdot \frac{\sin(\theta - \rho)}{\sin^2(\theta - \rho + \psi)} + \\ &+ G \frac{\sin(\theta - \rho + \psi) \cos(\theta - \rho) - \cos(\theta - \rho + \psi) \sin(\theta - \rho)}{\sin^3(\theta - \rho + \psi)} = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Составляя производную от E по θ , приравниваем ее нулю. Умножая обе части (б) на $\sin(\theta - \rho + \psi)$ и упрощая, находим

$$\frac{dG}{d\theta} \sin(\theta - \rho) + G \frac{\sin \psi}{\sin(\theta - \rho + \psi)} = 0. \quad (\text{в})$$

При произвольном очертании кривой ACD ограничимся лишь определением из (в) веса G той призмы сползания, которая дает наибольшее активное давление:

$$G = -\frac{dG}{d\theta} \sin(\theta - \rho) \frac{\sin(\theta - \rho + \psi)}{\sin \psi}. \quad (2.7)$$

Теперь дадим графическую интерпретацию отдельным множителям, входящим в произведение правой части (2.7):

$$\frac{dG}{d\theta}; \sin(\theta - \rho); \frac{\sin(\theta - \rho + \psi)}{\sin \psi}.$$

Проводим соседнюю с BC линию сползания BC_1 , угол наклона которой отличается от угла наклона θ на $d\theta$. Так как при увеличении θ на $d\theta$ вес призмы сползания уменьшится на dG , то

$$dG = -\gamma \text{пл. } BCC_1 = -\gamma \frac{BC \cdot C_1 d}{2}, \quad (\text{г})$$

где $C_1 d$ — длина перпендикуляра, опущенного из C_1 на BC , а линии $C_1 C$ по малости угла $d\theta$ принимаем за прямую. Отрезок $C_1 d$ можно заменить дугой круга CC_2 радиусом BC , т. е.

$$C_1 d = BC \cdot d\theta.$$

Таким образом, вместо (г) получаем:

$$dG = -\gamma \frac{BC}{2} BC \cdot d\theta = -\gamma \frac{BC^2}{2} d\theta,$$

откуда

$$\frac{dG}{d\theta} = -\gamma \frac{BC^2}{2}, \quad (\text{д})$$

т. е. производная от G по θ пропорциональна квадрату отрезка BC .

Для графического определения остальных множителей правой части (2.7) строим силовой треугольник по Кульману в таком масштабе, при котором вес призмы сползания G откладывается в виде отрезка BF , а давление E изображается отрезком CF , т. е. вершина треугольника C оказывается на линии поверхности. Из точки C проводим линию CF параллельно основной линии BK . Опустим еще из точки C перпендикуляр на BD и обозначим основание его через S . На рис. 17 имеем:

$$\left. \begin{aligned} \sin(\theta - \rho) &= \frac{CS}{BC}; \\ \frac{\sin(\theta - \rho + \psi)}{\sin \psi} &= \frac{BF}{BC} \end{aligned} \right\} \quad (\text{е})$$

Внося (д) и (е) в (2.7), получаем:

$$G = \gamma \frac{BC^2}{2} \cdot \frac{CS}{BC} \cdot \frac{BF}{BC} = \gamma \frac{CS \cdot BF}{2}. \quad (\text{ж})$$

Очевидно, величина $\frac{CS \cdot BF}{2}$ равна площади треугольника BCF . Таким образом, из условия максимума активного давления по (ж)

$$G = \gamma \cdot \text{пл. } \triangle BCF,$$

а по самому определению веса призмы сползания

$$G = \gamma \cdot \text{пл. } ABC.$$

Приравнивая правые части этих выражений и сокращая на γ , находим:

$$\text{пл. } ABC = \text{пл. } \triangle BCF. \quad (2.8)$$

Это равенство площади сечения призмы сползания и площади силового треугольника BCF носит название теоремы Ребхана. Оно подтверждает правильность отыскания линии сползания BC , для которой получается наибольшее активное давление по Кулону.

Итак, в общем случае любой криволинейной (или ломаной) линии поверхности сыпучего тела имеем E_{\max} для той линии сползания, для которой площадь сечения призмы сползания ABC равна площади силового треугольника BCF с вершиной C на линии поверхности AD .

Способом попыток в случае любого очертания AD легко найти положение линии сползания BC , причем из треугольника BCF определяем

$$G = \overline{BF}; \quad E = \overline{CF}.$$

Отрезок CF в масштабе сил дает величину активного давления E .

Б. АНАЛИТИЧЕСКОЕ ВЫРАЖЕНИЕ АКТИВНОГО ДАВЛЕНИЯ ПО РЕБХАНУ

По Кулону активное давление

$$E = G \frac{\sin(\theta - \rho)}{\sin(\theta - \rho + \psi)}.$$

Но согласно (ж)

$$G = \gamma \frac{CS \cdot BF}{2}, \quad (\text{з})$$

а из силового треугольника BCF имеем (рис. 17):

$$\frac{\sin(\theta - \rho)}{\sin(\theta - \rho + \psi)} = \frac{CF}{BF}. \quad (\text{и})$$

Внося (3) и (и) в формулу Кулона, получаем:

$$E = \gamma \frac{CS \cdot BF}{2} \cdot \frac{CF}{BF} = \gamma \frac{CS \cdot CF}{2}. \quad (2.9)$$

Если от точки F отложить отрезок $FU = CF$, то давление E можно представить через площадь треугольника $CFU = \frac{CS \cdot CF}{2}$:

$$E = \gamma \cdot \text{пл. } \triangle CFU. \quad (2.10)$$

Иногда это соотношение называют второй теоремой Ребхана. Если вес призмы сползания пропорционален площади ABC , то активное давление пропорционально площади $\triangle CFU$. Нетрудно представить давление E в зависимости лишь от одного отрезка CF . Действительно, из $\triangle CFS$ находим:

$$CS = CF \sin \psi.$$

Внося это выражение в (2.9), окончательно получаем:

$$E = \gamma \frac{CF^2 \sin \psi}{2}. \quad (2.11)$$

Это весьма удобное выражение для наибольшего активного давления.

в. частный случай плоской поверхности

В частном случае плоской поверхности сыпучего тела отрезок CF оказывается прямо пропорциональным высоте стенки h :

$$CF = kh.$$

Иначе, с увеличением h пропорционально увеличивается CF , причем k — коэффициент пропорциональности, т. е. величина отрезка CF , приходящаяся на единицу высоты стенки. Внося это выражение CF в (2.11), имеем:

$$E = \gamma \frac{k^2 h^2 \sin \psi}{2}, \quad (2.12)$$

т. е. давление сыпучего тела при плоской поверхности прямо пропорционально квадрату высоты стенки.

§ 8. ПОСТРОЕНИЕ ПОНСЕЛЕ. ЧАСТНЫЕ СЛУЧАИ ДАВЛЕНИЯ ПРИ ПЛОСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ

а. ПОСТРОЕНИЕ ПОНСЕЛЕ

Для плоской поверхности Понселе дал в 1840 г. простой графический прием отыскания положения линии сползания. Рассматриваем частный случай плоской поверхности сыпучего тела (рис. 18).

Линия задней грани стенки — AB , линия поверхности — AD , линия трения — BD , основная линия (под углом ψ к BD) — BK . Докажем, что отрезок BF есть среднее пропорциональное между отрезками BL и BD , причем точка L получена проведением линии AL , параллельной BK :

$$BF^2 = BL \cdot BD.$$

Проведем еще линию $FH \parallel BC$ и соединим точки B и H . Площади треугольников BCH и BCF равны между собой, так как основание

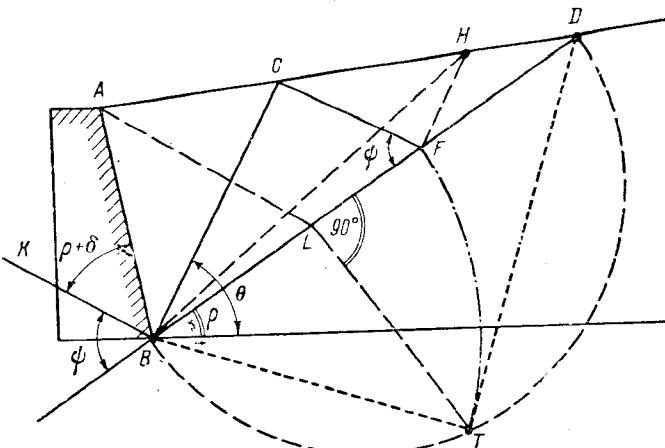


Рис. 18

этих двух треугольников BCH общее, а вершины их F и H лежат на прямой, параллельной основанию BC . Итак,

$$\text{пл. } \triangle BCH = \text{пл. } \triangle BCF. \quad (\alpha)$$

С другой стороны, по теореме Ребхана (2.8)

$$\text{пл. } \triangle BCF = \text{пл. } \triangle ABC. \quad (\beta)$$

Из соотношений (α) и (β) получаем:

$$\text{пл. } \triangle ABC = \text{пл. } \triangle BCH. \quad (\gamma)$$

Но в этих последних треугольниках вершина B общая, а основания их AC и CH лежат на одной прямой; следовательно, высоты треугольников одинаковы. Из равенства их площадей вытекает, что

$$AC = CH. \quad (\delta)$$

Из треугольника BCD , стороны которого делятся линией HF на пропорциональные отрезки, находим:

$$\frac{CH}{CD} = \frac{BF}{BD}.$$

Заменяем по равенству (г) CH на AC :

$$\frac{AC}{CD} = \frac{BF}{BD}. \quad (\text{д})$$

Из треугольника ADL , стороны которого в свою очередь делятся линией CF на пропорциональные отрезки, получаем:

$$\frac{AC}{CD} = \frac{LF}{FD}. \quad (\text{е})$$

Приравниваем теперь правые части равенств (д) и (е):

$$\frac{BF}{BD} = \frac{LF}{FD}. \quad (\text{ж})$$

Так как

$$LF = BF - BL; \\ FD = BD - BF,$$

вместо (ж) имеем:

$$\frac{BF}{BD} = \frac{BF - BL}{BD - BF}.$$

Произведение средних и крайних членов этой пропорции

$$BF \cdot BD - BF^2 = BF \cdot BD - BD \cdot BL,$$

откуда после приведения

$$BF^2 = BD \cdot BL. \quad (2.13)$$

Отрезок BF (где F — вершина силового треугольника) есть среднее пропорциональное между отрезками BD и BL .

Помимо аналитического решения (2.13), можно дать такое графическое построение: из точки A начала линии грани стенки проводится линия AL , параллельная основной линии BK , до пересечения с линией трения; на линии BD строится полуокружность; в точке L восстанавливается перпендикуляр LT к BD до пересечения с полуокружностью; радиусом BT описывается дуга круга TF до пересечения с BD в точке F . Найдя точку F указанным выше построением, проводим линию FC параллельно основной линии BK . Так получается точка C , принадлежащая линии сползания BC . Измерив отрезок CF и учитя масштаб чертежа стенки, по формуле (2.11) определяем величину активного давления

$$E = \gamma \frac{CF^2 \sin \psi}{2}.$$

б. СЛУЧАЙ ВЕРТИКАЛЬНОЙ ГЛАДКОЙ СТЕНКИ И ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ПОВЕРХНОСТИ СЫПУЧЕГО ТЕЛА

В фундаментах и опорах мостов часто встречаются стеки с вертикальными гладкими гранями, когда угол трения $\delta = 0$, и горизонтальной поверхностью сыпучей среды.

Дадим выражение для активного давления E в функции от высоты стеки h и угла внутреннего трения, применяя теорему Ребхана (рис. 19). Так как грань AB стеки вертикальная и гладкая, $\varepsilon = 0$, $\delta = 0$ и угол $\psi = 90^\circ - \varepsilon - \delta = 90^\circ$.

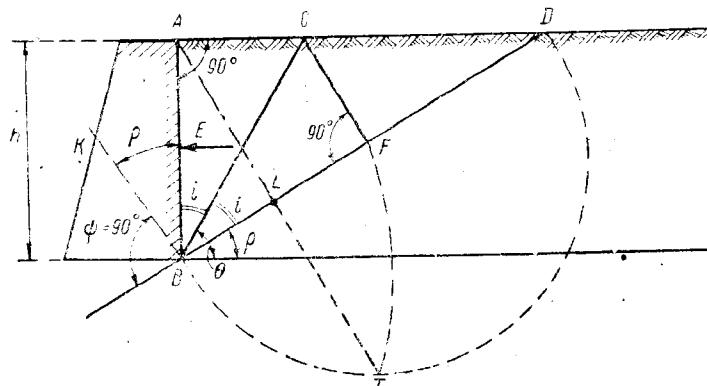


Рис. 19

Основная линия BK перпендикулярна к линии трения BD . В соответствии с теоремой Ребхана

$$\text{пл. } \triangle ABC = \text{пл. } \triangle BCF.$$

Так как углы при вершинах A и F прямые, а сторона BC этих треугольников общая, то треугольники равны, вследствие чего

$$\angle ABC = \angle CBF = i.$$

Величина угла i определяется из равенства $2i + \rho = 90^\circ$, откуда

$$i = 45^\circ - \frac{\rho}{2}. \quad (2.14)$$

Угол наклона линии сползания BC к горизонтали

$$\theta = i + \rho = 45^\circ + \frac{\rho}{2}. \quad (2.15)$$

Так как треугольник BCF силовой, то отрезки BF и CF можно рассматривать как векторы сил G и E :

$$\overline{BF} = G; \quad \overline{CF} = E.$$

Из треугольника BCF имеем:

$$CF = BF \operatorname{tg} i,$$

значе

$$E = G \operatorname{tg} i. \quad (3)$$

Выражаем вес призмы сползания

$$G = \gamma \cdot \text{пл. } \triangle ABC = \gamma \frac{AB \cdot AC}{2},$$

где

$$AB = h \cdot AC = h \operatorname{tg} i.$$

Вес призмы сползания

$$G = \gamma \frac{h^2 \operatorname{tg} i}{2}$$

вносим в (3):

$$E = \gamma \frac{h^2 \operatorname{tg}^2 i}{2} = \frac{\gamma h^2}{2} \operatorname{tg}^2 \left(45 - \frac{\rho}{2} \right). \quad (2.16)$$

Получили выражение активного давления для вертикальной гладкой грани стенки и горизонтальной поверхности сыпучего тела.

Сопоставляя равенство (2.16) с общей формулой (2.12) для наклонной поверхности

$$E = \frac{\gamma h^2}{2} k^2 \sin \psi$$

и учитывая, что для данного случая $\sin \psi = 1$, имеем:

$$k^2 = \operatorname{tg}^2 \left(45 - \frac{\rho}{2} \right). \quad (ii)$$

В. СЛУЧАЙ НАКЛОНА ЛИНИИ ПОВЕРХНОСТИ ПОД УГЛОМ ВНУТРЕННЕГО ТРЕНИЯ

Пусть линия поверхности сыпучего тела наклонена к горизонтали под углом трения ρ (рис. 20). В этом случае построение Понселе применить невозможно. Остается лишь аналитическое решение задачи по формуле (2.11):

$$E = \frac{\gamma}{2} CF^2 \sin \psi. \quad (k)$$

Определяем отрезок $CF \parallel BK$ при любом $\delta \leq \rho$, причем

$$\psi = 90 - (\varepsilon + \delta); \quad \sin \psi = \cos(\varepsilon + \delta).$$

На рис. 21 проведена линия $AL \parallel CF \parallel BK$. Теперь формулу (к) можно переписать так:

$$E = \frac{\gamma}{2} AL^2 \cos(\varepsilon + \delta). \quad (j)$$

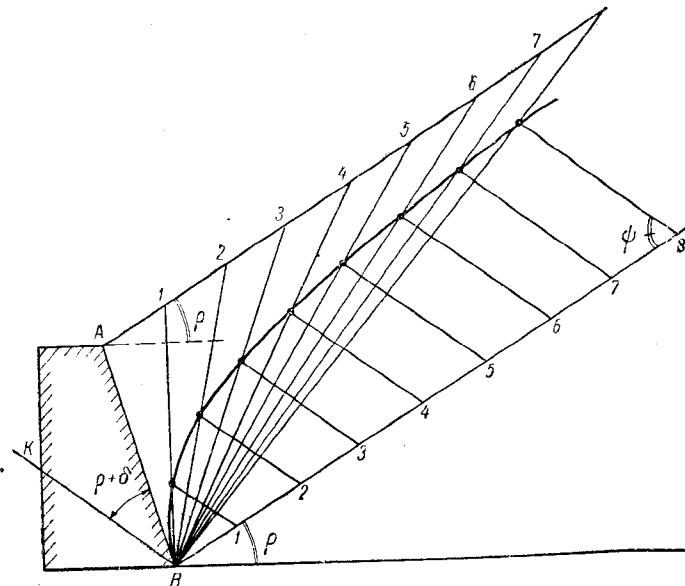


Рис. 20

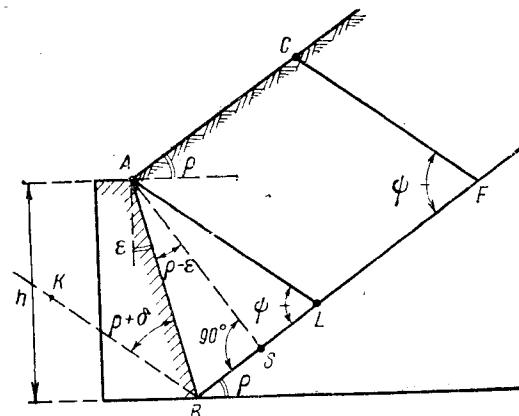


Рис. 21

Очевидно,

$$AL = \frac{AS}{\sin \psi} = \frac{AS}{\cos(\epsilon + \delta)}, \quad (M)$$

где

$$AS = AB \cos(\rho - \epsilon) = \frac{h}{\cos \epsilon} \cos(\rho - \epsilon). \quad (H)$$

Теперь по (M) находим:

$$AL = \frac{h}{\cos \epsilon} \cdot \frac{\cos(\rho - \epsilon)}{\cos(\epsilon + \delta)}.$$

Подставляя это выражение в (J), получим:

$$E = \frac{\gamma}{2} \cdot \frac{h^2}{\cos^2 \epsilon} \cdot \frac{\cos^2(\rho - \epsilon)}{\cos^2(\epsilon + \delta)} \cos(\epsilon + \delta). \quad (2.17)$$

Окончательно формула для активного давления принимает вид:

$$E = \frac{\gamma h^2}{2} \cdot \frac{\cos^2(\rho - \epsilon)}{\cos^2 \epsilon \cos(\epsilon + \delta)}. \quad (2.18)$$

В частном случае вертикальной задней грани, т. е. при $\epsilon = 0$,

$$E = \frac{\gamma h^2}{2} \frac{\cos^2 \rho}{\cos \delta}. \quad (2.19)$$

Если при этом $\delta = 0$ (водонасыщенный грунт), то

$$E = \frac{\gamma h^2}{2} \cos^2 \rho. \quad (2.20)$$

Если $\delta = \rho$ и грань AB стенки вертикальна,

$$E = \frac{\gamma h^2}{2} \cos \rho. \quad (2.21)$$

Последний случай называют случаем Ренкина, по которому направление давления на вертикальную грань стенки должно быть, исходя из теории напряженного состояния неограниченной среды, параллельно направлению ограничивающей грунт плоскости (рис. 22).

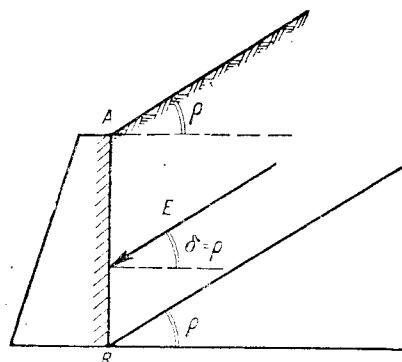


Рис. 22

направление давления на вертикальную грань стенки должно быть, исходя из теории напряженного состояния неограниченной среды, параллельно направлению ограничивающей грунт плоскости (рис. 22).

§ 9. АНАЛИТИЧЕСКОЕ ВЫРАЖЕНИЕ АКТИВНОГО ДАВЛЕНИЯ ДЛЯ ПЛОСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ СЫПУЧЕГО ТЕЛА

Для плоской задней грани стенки и плоской поверхности сыпучей среды легко получить аналитическое выражение величины давления E в зависимости от высоты стенки h , угла внутреннего трения ρ , угла трения грунта по стенке δ , угла α наклона ограни-

чивающей грунт плоскости и угла ψ наклона линии AB задней грани стенки (рис. 23). Это выражение было получено Креем в его монографии [22] путем использования формулы (2.11).

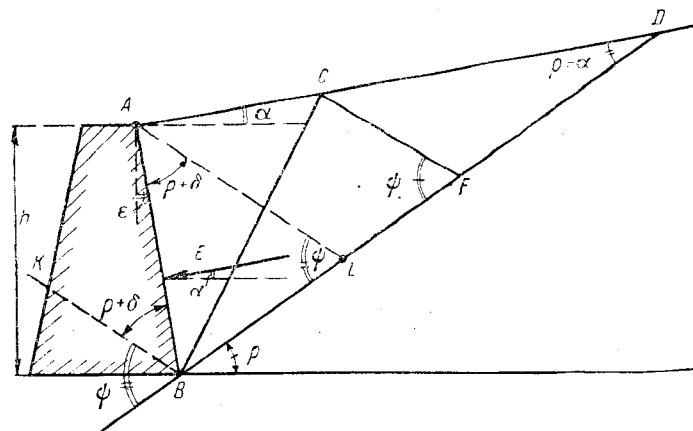


Рис. 23

Проведем основную линию BK и параллельные ей AL и CF , причем BC — линия сползания, для которой получается наибольшее активное давление E . Из треугольника ALD имеем:

$$\left. \begin{aligned} \frac{CF}{AL} &= \frac{FD}{LD}; \\ CF &= AL \frac{FD}{LD}. \end{aligned} \right\} \quad (a)$$

Здесь AL легко выразить через AB и далее через h :

$$AL = AB \frac{\sin(90 + \epsilon - \rho)}{\sin \psi} = \frac{h}{\cos \epsilon} \cdot \frac{\cos(\rho - \epsilon)}{\sin \psi}. \quad (b)$$

Выразим отношение $\frac{FD}{LD}$ через синусы соответствующих углов. Пользуясь рис. 23, получаем:

$$\frac{FD}{LD} = \frac{BD - BF}{BD - BL}.$$

Так как BF есть среднее пропорциональное из величин отрезков BD и BL , имеем:

$$\begin{aligned} \frac{FD}{LD} &= \frac{BD - \sqrt{BD \cdot BL}}{BD - BL} = \frac{\sqrt{BD}(\sqrt{BD} - \sqrt{BL})}{BD - BL} = \\ &= \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{BL}{BD}}} = \frac{1}{1 + Vz}, \end{aligned} \quad (b)$$

где

$$z = \frac{BL}{BD}.$$

Отношение z представляем через отношение синусов противолежащих углов в треугольниках ABL и ABD , предварительно введя отрезок AB :

$$\begin{aligned} z = \frac{BL}{BD} &= \frac{BL}{AB} \cdot \frac{AB}{BD} = \frac{\sin(\rho + \delta)}{\sin \psi} \cdot \frac{\sin(\rho - \alpha)}{\sin(90^\circ + \alpha - \epsilon)} = \\ &= \frac{\sin(\rho + \delta)}{\sin \psi} \cdot \frac{\sin(\rho - \alpha)}{\cos(\epsilon - \alpha)}. \end{aligned} \quad (\text{г})$$

Давление E по формуле (2.11) с учетом выражений (а), (б) и (в):

$$\begin{aligned} E &= \frac{\gamma}{2} CF^2 \sin \psi = \frac{\gamma}{2} \cdot \frac{h^2}{\cos^2 \epsilon} \cdot \frac{\cos^2(\rho - \epsilon)}{\sin^2 \psi} \cdot \frac{FD^2}{LD^2} \sin \psi = \\ &= \frac{\gamma h^2}{2} \cdot \frac{1}{\cos^2 \epsilon} \cdot \frac{\cos^2(\rho - \epsilon)}{\sin \psi} \cdot \frac{1}{(1 + \sqrt{z})^2}. \end{aligned}$$

Окончательно имеем:

$$E = \frac{\gamma h^2}{2} \cdot \frac{1}{(1 + \sqrt{z})^2} \cdot \frac{\cos^2(\rho - \epsilon)}{\cos^2 \epsilon \sin \psi}, \quad (2.22)$$

где

$$\left. \begin{aligned} z &= \frac{\sin(\rho + \delta)}{\sin \psi} \cdot \frac{\sin(\rho - \alpha)}{\cos(\epsilon - \alpha)}; \\ \cos(\epsilon + \delta) &= \sin \psi. \end{aligned} \right\} \quad (2.23)$$

Принимая во внимание последнее соотношение и сравнивая формулы (2.22) и (2.11), находим:

$$k^2 = \frac{1}{(1 + \sqrt{z})^2} \cdot \frac{\cos^2(\rho - \epsilon)}{\cos^2 \epsilon \sin^2 \psi}. \quad (2.24)$$

Пользуясь формулами (2.22) и (2.23), можно вычислить величину давления для любых значений углов ϵ и α . В ряде работ составлены таблицы и номограммы [22 и 33], облегчающие вычисление по этим формулам давления E . Недостатком аналитического решения является отсутствие в нем непосредственного выражения для угла наклона линии сползания. Формулы (2.16) — (2.21) для определения величин E можно, конечно, получить из (2.22).

§ 10. О НАПРАВЛЕНИИ ДАВЛЕНИЯ ГРУНТА

Направление давления E определяется углом отклонения E от нормали ON к грани стенки (рис. 24), равным углу трения грунта по стенке δ . Наиболее достоверным является нахождение этого

угла опытным путем. Его величина зависит от многих факторов: физического состояния сыпучего тела и шероховатости грани стенки, величины смещения стенки, наличия нагрузки на поверхности грунта, изменения влажности и т. п. Первые опыты Моллера показали, что угол δ меняется в пределах $0,33 \rho < \delta < 0,67 \rho$, далее по опытам Мюллер-Бреслау [70] для незагруженного песка $\delta = 0,75 \rho$. Характерны в этом отношении опыты Терцаги [73], результаты которых показали, что направление давления меняется с увеличением смещения стенки, в особенности для уплотненного песка.

На рис. 25 приведены графики изменения $\operatorname{tg} \delta = \frac{V}{N}$ по опытам Терцаги на модели стенки с вертикальной гранью для уплотненного песка (кривая 1) и рыхлого (кривая 2). На оси абсцисс указаны смещения стенки в миллиметрах, на оси ординат — отношение V и N , где V — составляющая силы E вдоль грани стенки, N — нормальная составляющая.

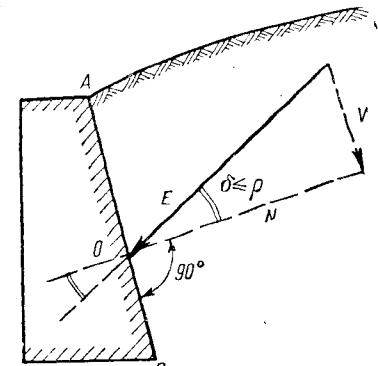


Рис. 24

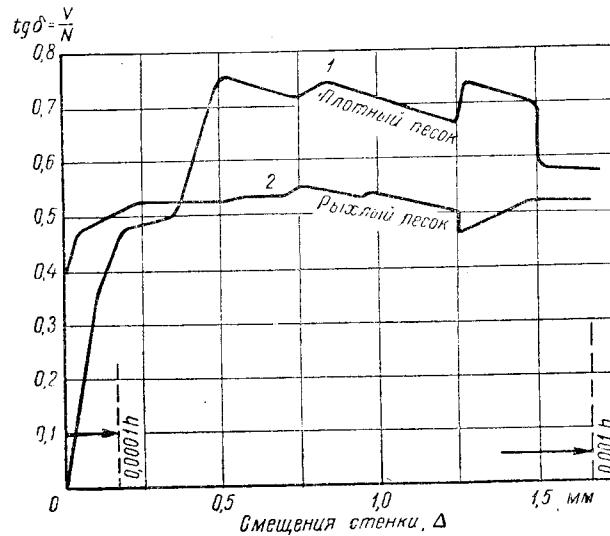


Рис. 25

Как видно из графиков, давление E при небольшом увеличении смещения стенки быстро отклоняется от нормали к стенке, причем при смещении $\Delta \approx 0,5$ мм направление давления оказывается уже

стабильным. Для рыхлого песка (кривая 2) отклонение силы E от нормали к стенке меньше, чем для уплотненного. Отсюда можно сделать вывод о непостоянстве направления давления по высоте стенки в связи с изменением плотности грунта. Ввиду сложности решения задачи о направлении равнодействующей силы давления и недостаточности опытных данных вопрос о направлении давления приходится решать, исходя из расчетных соображений, по которым часто принимают угол $\delta = 0$, так как при этом получается наибольший опрокидывающий момент силы относительно нижней точки B .

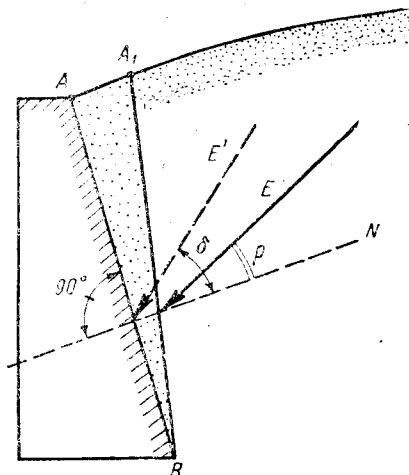


Рис. 26

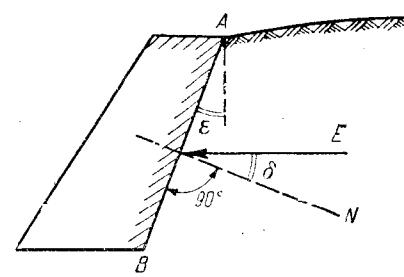


Рис. 27

тельно нижней точки B задней грани стенки. Это значение δ во многих случаях подтверждается и опытными данными, так как при наличии в песчаном грунте влаги и глинистых частиц угол δ снижается.

Теоретически угол δ должен меняться в пределах

$$0 \leq \delta \leq \rho. \quad (2.25)$$

Действительно, он не может быть меньше нуля, так как по Кулону рассматривается случай сползания и сила сдвига направлена вниз. Далее, этот угол не может быть больше угла внутреннего трения ρ , так как в противном случае (рис. 26) сдвиг у стенки произойдет по соседней с гранью стенки плоскости A_1B в самой массе сыпучего тела и сила E будет отклонена на угол ρ .

По указанным выше соображениям и для обеспечения большого запаса устойчивости рекомендуется принимать в практических расчетах $\delta = 0$. То же значение δ берется для динамических задач.

В случае наклона задней грани стенки назад, в сторону расположения грунта (рис. 27), давление E условно считают горизонтальным.

§ 11. О ТОЧКЕ ПРИЛОЖЕНИЯ РАВНОДЕЙСТВУЮЩЕГО ДАВЛЕНИЯ

А. ЭПЮРЫ ПОЛНЫХ ДАВЛЕНИЙ И ИНТЕНСИВНОСТИ ДАВЛЕНИЙ

Точка приложения O равнодействующего давления E по данной плоскости AB стенки (рис. 28) получается в соответствии с положением центра тяжести эпюры интенсивности. Давление, приходящееся на единичную площадку грани стенки, или интенсивность, обозначено через p . Эпюрою интенсивности p будем пользоваться и в задачах о динамическом давлении (см. § 43).

Заметим, что направления давлений на отдельные части стенок в действительности различны: в верхней, менее уплотненной части

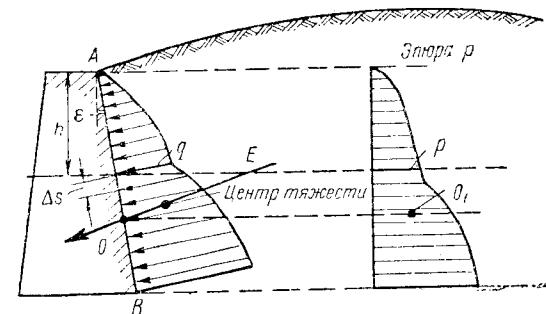


Рис. 28

сыпучего тела отклонение давления от нормали меньше, а в нижней, более уплотненной части угол δ оказывается больше. Считаем направления всех элементарных давлений постоянными. Для того чтобы не вводить в расчет наклон грани AB , строим эпюру условной интенсивности давления p , под которой понимаем давление грунта в данной точке грани (на глубине h), приходящееся на единицу вертикальной проекции площадки грани.

Интенсивность давления, если относим его к вертикальной проекции площадки,

$$p = \frac{\Delta E}{\Delta h \cdot 1}. \quad (2.26)$$

По формуле (2.26) находим осредненную по площадке Δh интенсивность давления ввиду ее переменности. Точное значение интенсивности получим, переходя к пределу

$$p = \lim \left| \frac{\Delta E}{1 \cdot \Delta h} \right|_{\Delta h \rightarrow 0} = \frac{dE}{dh \cdot 1} = p, \quad (2.27)$$

т. е. интенсивность бокового давления грунта равна первой производной от давления E по высоте h . При этом давление E представ-

ляется в функции от высоты h . Действительное же напряжение давления, т. е. давление на единицу площадки грани,

$$q = \frac{dE}{dh} \cdot 1 \cos \epsilon = p \cos \epsilon. \quad (2.28)$$

Получив p как функцию h , простым интегрированием p в пределах от 0 до h можно найти равнодействующее давление

$$E = \int_0^h p dh. \quad (2.29)$$

Следовательно, по центру тяжести эпюры интенсивности (точка O_1 на рис. 28) получаем точку O приложения равнодействующего давления E (точки O и O_1 находятся на одной горизонтали). Задача сводится к построению эпюры интенсивности, которая определяется или аналитически по (2.27), если E выражено в функции h , или графоаналитически по так называемой эпюре полных давлений E_h , исходя из приближенной формулы (2.26).

Рассмотрим случай криволинейного очертания поверхности супучего тела. Рядом с гранью AB стенки строим эпюру полных давлений на последовательно увеличивающиеся грани AB_1 стенки, AB_2 и т. д., разделив общую высоту стенки H на ряд участков малой высоты Δh . Применяя построение Кульмана, найдем давление E на грань AB'_1 , затем давление $(E + \Delta E)$ на грань AB_1 и т. д. Против каждой точки B'_1, B_1, B откладываем от вертикали горизонтальные отрезки, представляющие в выбранном масштабе давления $E, E + \Delta E, \dots, E_H$ (рис. 29, а).

Построение эпюры интенсивности в общем случае криволинейной поверхности производится следующим образом.

Пусть требуется найти интенсивность у точки B_1 на глубине h от начала грани стенки. Для соседней точки B'_1 — давление E , для данной точки B_1 — давление $(E + \Delta E)$; следовательно, средняя интенсивность на участке B'_1B_1

$$p_h = \frac{\Delta E}{\Delta h}. \quad (a)$$

Аналогично будут вычислены значения интенсивности во всех точках грани стенки, соответствующих точкам деления общей высоты h_{AB} на участки высотой Δh . Для низа стенки

$$p_h = \frac{E_H - E'_H}{\Delta h}. \quad (b)$$

Каждое значение интенсивности откладываем в виде горизонтального отрезка против соответствующей точки грани стенки (p — против B_1 , p_h — против B). Соединяя концевые точки этих отрезков,

получим эпюру интенсивности (рис. 29, б), которая дает график изменения условной распределенной нагрузки бокового давления

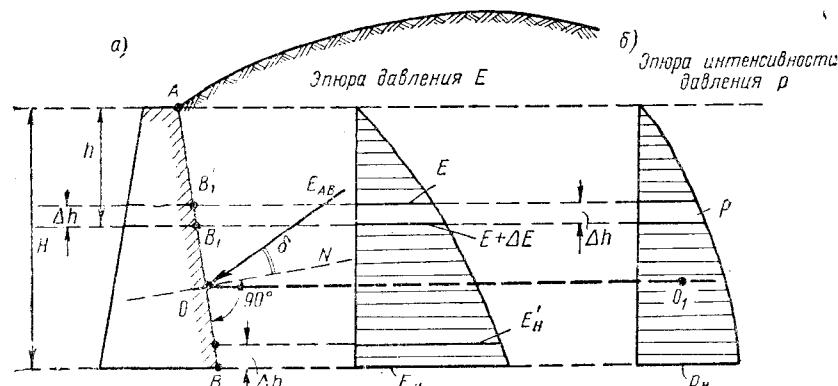


Рис. 29

грунта на стенку. Точка приложения равнодействующего давления находится на горизонтали O_1O , проведенной через центр тяжести O_1 эпюры интенсивности.

б. случай плоской поверхности грунта

Покажем, что в этом случае полное давление E на грань AB приложено на одной трети высоты стенки от низа ее (рис. 30). Действительно, согласно формулам (2.22) и (2.11)

$$E_h = \frac{\gamma h^3}{2} k^2 \sin \psi, \quad (2.30)$$

где k^2 — постоянная;

$$k^2 = \frac{1}{(1 + V^2)^2} \cdot \frac{\cos^2(\rho - \epsilon)}{\cos^2 \epsilon \sin^2 \psi}. \quad (2.31)$$

Следовательно, эпюра давлений E_h представляется параболой 2-й степени (рис. 30).

Согласно формуле (2.27) получим:

$$ph = \frac{dE_h}{dh} = \gamma h k^2 \sin \psi, \quad (2.32)$$

т. е. интенсивность давления прямо пропорциональна глубине данной точки грани стенки. Эпюра интенсивности представляется треугольником с нулевой ординатой на уровне верхней точки A грани стенки и с наибольшей ординатой на уровне нижней точки B грани стенки.

Наибольшая интенсивность

$$p_h = \gamma H k^2 \sin \psi, \quad (B)$$

где H — общая высота стенки.

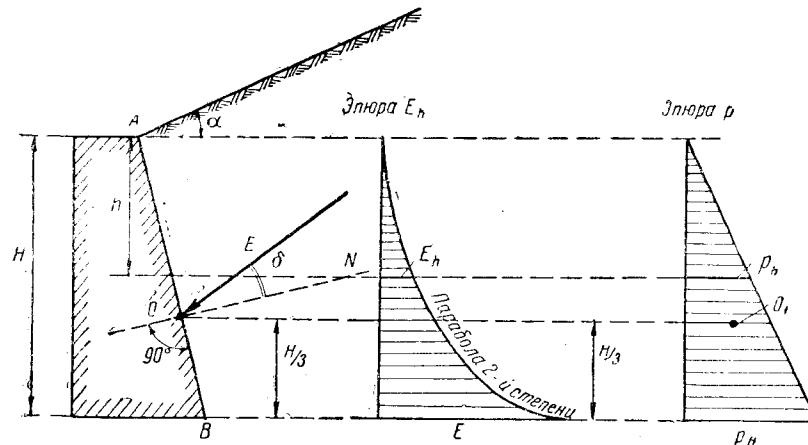


Рис. 30

Величину полного давления E согласно (2.29) можно выразить как интеграл функции p_h :

$$E = \int_0^H p_h dh, \quad (2.33)$$

или, в соответствии с геометрическим значением определенного интеграла, как площадь эпюры интенсивности:

$$E = \frac{p_h H}{2} = \frac{\gamma H^2}{2} k^2 \sin \psi.$$

Так как эпюра интенсивности треугольна, то центр тяжести ее O_1 расположен на одной трети высоты стенки.

Как показывают опытные исследования, давление грунта приложено на одной трети высоты стенки только в случае Ренкина (когда при вертикальной задней грани угол трения δ равен углу α); во всех остальных случаях давление оказывается приложенным несколько выше.

§ 12. СЛУЧАИ ЛОМАНОЙ ГРАНИ СТЕНКИ И ЛОМАНОЙ ПОВЕРХНОСТИ СЫПУЧЕГО ТЕЛА

а. ЛОМАНАЯ ГРАНЬ СТЕНКИ И ПЛОСКАЯ ПОВЕРХНОСТЬ ГРУНТА

Имея в виду приближенность ряда предпосылок теории Кулона, для определения давления на ломаную заднюю грани используем способ Резаля, оценивающий влияние слоя грунта, расположенного

выше перелома грани стенки, с некоторой небольшой погрешностью. Однако способ Резаля, при котором давление на нижнюю грани находится независимо от направления верхней грани, при большом угле между соседними гранями может дать уже заметную неточность [20 и 33].

Пусть требуется вычислить давление сыпучего тела на отдельные плоские грани AB_1, B_1B_2 поверхности стенки (рис. 31). Направление давления определяется углом отклонения его от нормали к

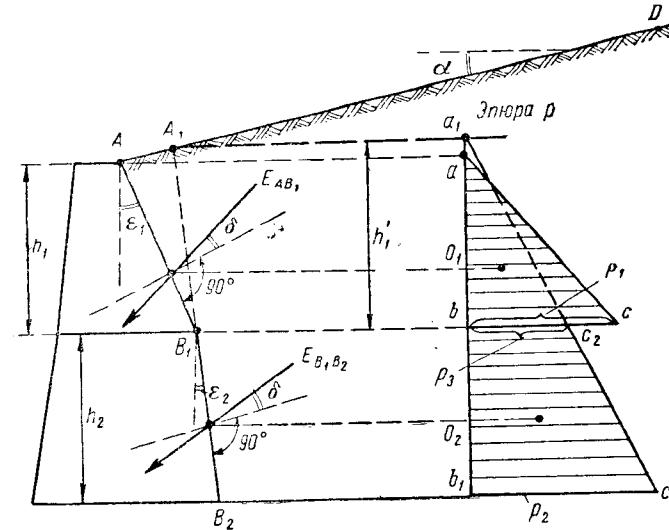


Рис. 31

грани; для каждой плоской грани AB_1, B_1B_2 будет свое направление для силы давления. Поэтому находим раздельно силы E_{AB_1} и $E_{B_1B_2}$, где E_{AB_1} — давление на грань AB_1 , $E_{B_1B_2}$ — давление на грань B_1B_2 . Полагаем, что поверхность сыпучего тела плоская и грунт однороден по всей высоте стенки ($h_1 + h_2$).

Решение задачи можно осуществлять, наряду с построением Понселе, с помощью аналитических выражений для давления по (2.30) и (2.31). Для каждой грани имеем свое значение угла ψ : для грани AB_1

$$\psi_1 = 90 - \epsilon_1 - \delta;$$

для грани B_1B_2

$$\psi_2 = 90 - \epsilon_2 - \delta.$$

Предполагая, что верхняя часть AB_1 стенки может сдвинуться относительно нижней, находим давление E_{AB_1} по (2.30):

$$E_{AB_1} = \frac{\gamma h_1^2}{2} k_1^2 \sin \psi_1, \quad (a)$$

где

$$\left. \begin{aligned} k_1^2 &= \frac{1}{(1 + V z_1)^2} \cdot \frac{\cos^2(\rho - \varepsilon_1)}{\cos^2 \varepsilon_1 \sin^2 \psi_1}; \\ z_1 &= \frac{\sin(\rho + \delta)}{\sin \psi_1} \cdot \frac{\sin(\rho - \alpha)}{\cos(\varepsilon_1 - \alpha)}. \end{aligned} \right\} \quad (б)$$

С помощью построения Понселе получим:

$$E_{AB_1} = \frac{\gamma C_1 F_1^2}{2} \sin \psi_1.$$

Зная величину давления E_{AB_1} , строим эпюру интенсивности в виде треугольника abc , площадь которого

$$\frac{p_1 h_1}{2} = E_{AB_1}, \quad (в)$$

откуда

$$p_1 = \frac{2E_{AB_1}}{h_1}. \quad (г)$$

Далее находим давление на грань B_1B_2 , применяя прием перехода к фиктивной плоской грани, начало которой находится у свободной поверхности грунта. Для этого продолжаем направление B_2B_1 до пересечения с ограничивающей плоскостью AD в точке A_1 , которую и принимаем за начальную точку плоской грани A_1B_2 фиктивной стенки. Определяя давление $E_{A_1B_2}$ на грань A_1B_2 от массы грунта, расположенной справа, пренебрегаем давлением от веса клина AB_1A_1 , что дает незначительную ошибку при обычно малом угле AB_1A_1 . Применяя теперь для нового случая плоской грани A_1B_1 высотой $(h_1' + h_2)$ аналитическое решение (2.30), имеем:

$$E_{A_1B_2} = \frac{\gamma(h_1' + h_2)^2}{2} k_2^2 \sin \psi_2 = \frac{\gamma C_2 F_2^2 \sin \psi_2}{2}, \quad (д)$$

где

$$k_2^2 = \frac{1}{(1 + V z_2)^2} \cdot \frac{\cos^2(\rho - \varepsilon_2)}{\cos^2 \varepsilon_2 \sin^2 \psi_2}. \quad (е)$$

Зная давление $E_{A_1B_2}$, вычисляем максимальную ординату эпюры напряжений $p_2 = b_1 c_1$, приравнивая площадь треугольника $a_1 b_1 c_1$ величине давления

$$E_{A_1B_2} = \frac{p_2(h_2 + h_1')}{2}, \quad (ж)$$

откуда

$$p_2 = \frac{2E_{A_1B_2}}{h_2 + h_1'}. \quad (з)$$

Заметим, что точка a_1 с нулевой ординатой эпюры напряжений расположена на одном уровне с исходной точкой A_1 плоской грани.

Далее из подобия соответствующих треугольников находим:

$$p_2 = \frac{p_3(h_1' + h_2)}{h_1'}. \quad (и)$$

Величина давления на действительную грань B_1B_2 будет определена по площади эпюры напряжений $bc_2c_1b_1$, расположенной против этой грани:

$$E_{B_1B_2} = \frac{(p_2 + p_3)h_2}{2}. \quad (2.34)$$

Против точки B_1 задней грани стенки получается скачок в эпюре интенсивности, причем, так как в данном случае для площадки у точки B_1 , принадлежащей к грани B_1B_2 , снимается влияние веса клина AB_1A_1 , интенсивность давления p_3 меньше интенсивности p_1 . В обратном случае, когда угол $AB_1B_2 > 180^\circ$, интенсивность $p_3 > p_1$.

Точка приложения давления $E_{B_1B_2}$ находится на уровне центра тяжести O_2 нижней трапециевидной эпюры напряжений $bc_2c_1b_1$. Задача решается аналогично при наличии ряда переломов грани стенки.

Б. ЛОМАННАЯ ПОВЕРХНОСТЬ СЫПУЧЕГО ТЕЛА ПРИ ПЛОСКОЙ ГРАНИ СТЕНКИ

Определим давление сыпучего тела на плоскую грань AB в случае, когда его поверхность оказывается ломаной, т. е. ограничена двумя плоскостями откоса AD_1 и D_1D , причем первая линия откоса относительно невелика и линия сползания для нижней точки B грани BC стенки пересекает вторую линию откоса D_1D (рис. 32, а). Пока линия сползания пересекает первую линию откоса AD_1 , получается первый закон изменения интенсивности давления, представляемый линией ae_1 (рис. 32, б). Этот закон действителен для верхней части AB_1 стенки; для нижней части B_1B стенки, линия сползания которой пересекает вторую линию откоса D_1D , эпюра интенсивности ограничивается новой прямой e_1e .

Найдем положение точки B_1 , для которой линия сползания проходит как раз через точку перелома откоса. Выбираем любую часть стенки AB_0 и, проведя построение Понселе, находим линию сползания клина AB_0C_0 . После этого из точки D_1 проводим линию $D_1B_1 \parallel C_0B_0$ до пересечения с AB и получаем точку B_1 , соответствующую точке e_1 перелома эпюры интенсивности.

Найдем теперь линию сползания BC , пересекающую второй откос. При этом плоскость сползания BC выделяет сечение призмы сползания в виде четырехугольника BAD_1C , что не дает возможности непосредственно использовать построение Понселе, которому соответствует треугольное сечение призмы сползания. Поэтому перестраиваем четырехугольник BAD_1C в равновеликий

ему по площади треугольник BA_1C , в котором A_1D_1 является продолжением линии D_1C , а A_1B — линия фиктивной грани стенки.

Построение осуществляется следующим образом: соединяя точки D_1 и B , проводим линию AA_1 параллельно D_1B до пересечения ее с A_1D_1 — продолжением линии D_1D . Треугольники AD_1B и A_1D_1B равновелики по площади, так как основание BD_1

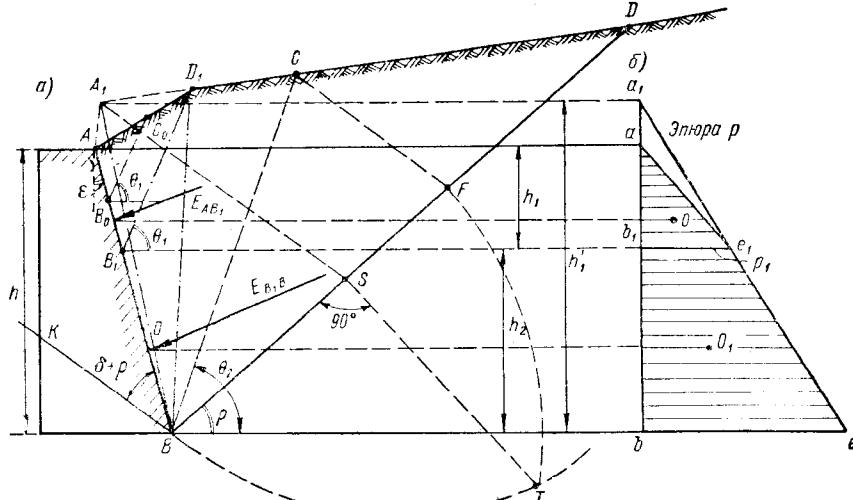


Рис. 32

этих треугольников общее, а вершины A и A_1 находятся на прямой, параллельной основанию:

$$\text{пл. } AD_1CB = \text{пл. } A_1CB.$$

Заменив сечение четырехугольной призмы сползания сечением треугольной призмы A_1CB , определяем давление грунта на фиктивную стенку, линия задней грани которой — A_1B и призма сползания не имеет излома поверхности в D_1 . Проведя построение Понселе для грани A_1B , получаем точку F , отрезок CF и линию сползания BC . Давление на грань A_1B

$$E_{A_1B} = \gamma \frac{CF^2}{2} \sin \psi, \quad (2.35)$$

где

$$\psi = 90 - \varepsilon - \delta.$$

Далее строим эпюру напряжений, ограниченную прямой a_1e с нижней ординатой

$$p = \frac{2E_{A_1B}}{h'_1}. \quad (2.36)$$

Из полученной эпюры используем лишь нижнюю часть — b_1e_1be . Проведя через точку B_1 горизонталь до точки e_1 на эпюре интенсивности. Соединив точки a и e_1 , получаем эпюру интенсивности для верхней части стенки. Далее по эпюре напряжений вычисляем давления:

$$\left. \begin{aligned} E_{B_1B_2} &= \left(\frac{p + p_1}{2} \right) h_2; \\ E_{AB_1} &= \frac{p_1 h_1}{2}. \end{aligned} \right\} \quad (2.37)$$

Точку приложения давления $E_{B_1B_2}$ определяем по центру тяжести O_1 эпюры интенсивности давлений.

§ 13. ДАВЛЕНИЕ ГРУНТА ПРИ ДЕЙСТВИИ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ НАГРУЗОК; ДАВЛЕНИЕ РАЗНОРОДНЫХ ГРУНТОВ

А. ДАВЛЕНИЕ ОТ РАСПРЕДЕЛЕННОЙ НАГРУЗКИ ПО ВСЕЙ ПОВЕРХНОСТИ

Определим активное давление сыпучего тела на стенку (грань ее AB по рис. 33) при наличии на поверхности грунта равномерно распределенной нагрузки интенсивностью q (заданной на единицу

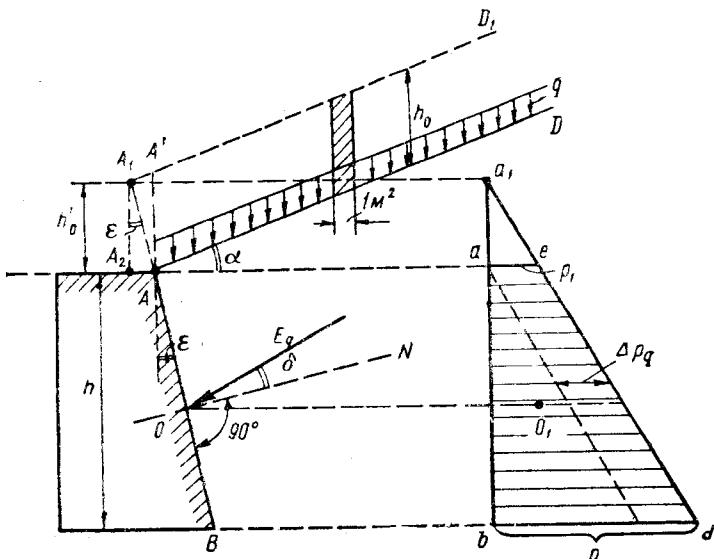


Рис. 33

площади горизонтальной проекции поверхности грунта). Найдем величину бокового давления E_q при наличии нагрузки q и сравним его с давлением при отсутствии нагрузки. Задачу определения бокового давления при действии нагрузки q на поверхности грунта

сводим к задаче определения давления одного грунта, заменяя нагрузку q весом эквивалентного слоя грунта постоянной высоты h_0 (рис. 33). Вес столба грунта с площадью горизонтального сечения 1 м^2 должен быть равен давлению нагрузки q :

$$q \cdot 1 = \gamma h_0 \cdot 1,$$

откуда получаем высоту так называемого приведенного слоя грунта

$$h_0 = \frac{q}{\gamma}. \quad (2.38)$$

Интенсивность q выражена в $\text{т}/\text{м}^2$, в результате h_0 получается в м .

Для применения способа фиктивной стенки проводим линию A_1D_1 , ограничивающую приведенный слой грунта высотой h_0 , и продолжаем линию грани AB стенки до пересечения ее в точке A_1 с линией A_1D_1 . Расстояние от точки A_1 до горизонтальной площадки верха стенки A_1A_2

$$h'_0 = AA_1 \cos \alpha, \quad (a)$$

где AA_1 находится из треугольника AA_1A' :

$$\frac{AA_1}{AA'} = \frac{AA_1}{h_0} = \frac{\sin(90 - \alpha)}{\sin[90 - (\varepsilon - \alpha)]} = \frac{\cos \alpha}{\cos(\varepsilon - \alpha)},$$

откуда, имея в виду, что $AA' = h_0$,

$$AA_1 = h_0 \frac{\cos \alpha}{\cos(\varepsilon - \alpha)}. \quad (b)$$

Внося значение AA_1 в (a), имеем:

$$h'_0 = h_0 \frac{\cos \alpha \cos \varepsilon}{\cos(\varepsilon - \alpha)} = h_0 \delta = \frac{q}{\gamma} \delta, \quad (2.39)$$

где

$$\delta = \frac{\cos \alpha \cos \varepsilon}{\cos(\varepsilon - \alpha)}.$$

Давление на всю грань стенки A_1B , включая и фиктивную часть ее AA_1 общей высотой $(h + h'_0)$,

$$E_{A_1B} = \frac{\gamma(h + h'_0)^2}{2} k^2 \sin \psi = \gamma \frac{CF^2 \sin \psi}{2}, \quad (2.40)$$

где h'_0 определяется по (2.39), а k^2 находится по (2.31). Получив по (2.40) величину давления E_{A_1B} и приравняв ее площади a_1bd эпюры интенсивности (рис. 33), находим наибольшую интенсивность давления

$$p_2 = \frac{2E_{A_1B}}{h + h'_0} = \gamma(h + h'_0)k^2 \sin \psi. \quad (2.41)$$

Из подобия треугольников a_1bd и a_1ae следует, что интенсивность давления у верха стенки

$$p_1 = \gamma h'_0 k^2 \sin \psi. \quad (2.42)$$

Действительное активное давление сыпучего тела определяется по площади трапециевидной эпюры интенсивности $aedb$:

$$E_q = \frac{(p_1 + p_2)h}{2} = \frac{\gamma(h + 2h'_0)h}{2}k^2 \sin \psi. \quad (b)$$

Скончательно

$$E_q = \frac{\gamma(h + 2h'_0)h}{2}k^2 \sin \psi = \frac{\gamma}{2}\left(h + 2\frac{q}{\gamma}\delta\right)hk^2 \sin \psi. \quad (2.43)$$

При отсутствии нагрузки на поверхности грунта (поверхность грунта свободна) $q = 0$, $h'_0 = 0$ и вместо (2.43) получаем:

$$E = \frac{\gamma h^2}{2}k^2 \sin \psi. \quad (2.44)$$

Таким образом, при действии равномерно распределенной нагрузки q давление E_q возрастает на величину

$$\gamma h'_0 hk^2 \sin \psi = q\delta hk^2 \sin \psi. \quad (g)$$

Дифференцируя (g) по h , найдем дополнительную интенсивность бокового давления грунта от действия распределенной нагрузки:

$$\Delta p_q = \gamma h'_0 k^2 \sin \psi = q\delta hk^2 \sin \psi. \quad (d)$$

Дополнительная интенсивность бокового давления, вызванная нагрузкой, оказывается постоянной по высоте стенки, и, следовательно, эпюра интенсивности бокового давления от нагрузки имеет форму параллелограмма (рис. 33). Повышается точка приложения полного давления.

Пример. Определить боковое давление сухого песчаного грунта на ломаную заднюю грань стенки AB_1B_2 при загружении плоской наклонной поверхности равномерно распределенной нагрузкой $q = 1,6 \text{ т}/\text{м}^2$.

Данные. Для сухого песка средней крупности угол внутреннего трения $\rho = 35^\circ$, угол трения грунта по стенке $\delta = 10^\circ$, объемный вес $\gamma = 1,6 \text{ т}/\text{м}^3$. Общая высота стенки 8,5 м, высота для первой грани $h_1 = 4,5 \text{ м}$, для второй грани $h_2 = 4 \text{ м}$, ширина стенки по верху 1 м, $\varepsilon_1 = 28^\circ$, $\varepsilon_2 = 8^\circ$, $\alpha = 10^\circ$. Остальные размеры даны на рис. 34.

Решение. Определяем высоту приведенного слоя грунта:

$$h_0 = \frac{q}{\gamma} = \frac{1,6}{1,6} = 1 \text{ м}.$$

Откладывая углы $(\rho + \delta)$ от линий B_1A и B_2B_1 , получаем направления основных линий B_1K_1 и B_2K_2 . Продолжая B_1A и B_2B_1 до пересечения с линией поверхности приведенного слоя D_1D_2 , находим исходные точки граней стенки A_1B_1 и A_2B_2 , для которых и определяем давления $E_{A_1B_1}$ и $E_{A_2B_2}$, применяя построение Понселе. Проведя линии $A_1S_1 \parallel B_1K_1$ и $A_2S_2 \parallel B_2K_2$ соответственно

до пересечения с линиями трения B_1D_1 и B_2D_2 , получаем точки S_1 и S_2 . Далее измеряем отрезки B_1S_1 и B_1D_1 , B_2S_2 и B_2D_2 .

Теперь вычисляем:

$$B_1F_1 = \sqrt{B_1S_1 \cdot B_1D_1} = \sqrt{6,6 \cdot 16,1} = 10,3 \text{ м};$$

$$B_2F_2 = \sqrt{B_2S_2 \cdot B_2D_2} = \sqrt{7,7 \cdot 26,3} = 14,3 \text{ м}.$$

Отложив отрезки B_1F_1 и B_2F_2 (рис. 34), проводим линии $F_1C_1 \parallel B_1K_1$ и $F_2C_2 \parallel B_2K_2$ и измеряем отрезки $C_1F_1 = 5,4 \text{ м}$ и $C_2F_2 = 6,5 \text{ м}$, а также длины перпендикуляров $C_1T_1 = 4,4 \text{ м}$ и $C_2T_2 = 6,4 \text{ м}$, опущенных на линии трения B_1D_1 и B_2D_2 .

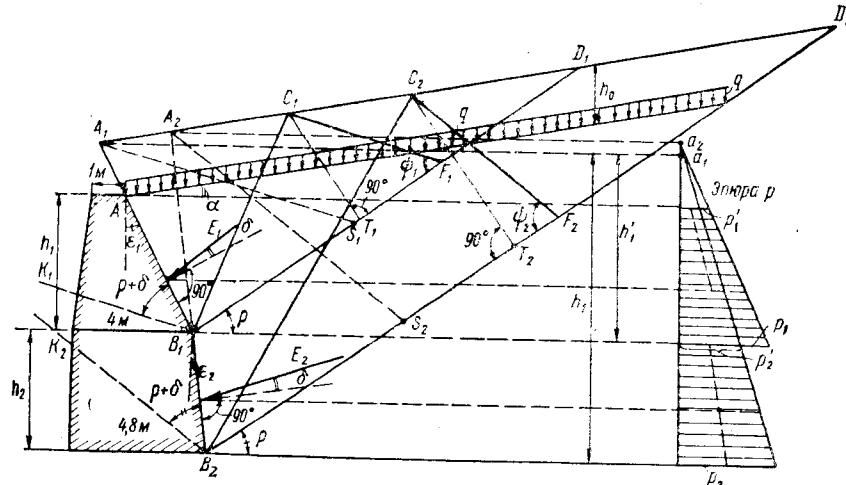


Рис. 34

Теперь вычисляем давления:

$$E_{A_1B_1} = \frac{\gamma}{2} C_1F_1 \cdot C_1T_1 = 0,8 \cdot 5,4 \cdot 4,4 = 19,01 \text{ м;}$$

$$E_{A_2B_2} = \frac{\gamma}{2} C_2F_2 \cdot C_2T_2 = 0,8 \cdot 6,5 \cdot 6,4 = 33,3 \text{ м.}$$

Принимая за исходные точки эпюры p нулевые точки a_2 и a_1 , находим:

$$p_2 = \frac{2E_{A_2B_2}}{h_2'} = \frac{2 \cdot 33,3}{10,4} = 6,4 \text{ м/м}^2;$$

$$p_1 = \frac{2E_{A_1B_1}}{h_1'} = \frac{2 \cdot 19,01}{6,2} = 6,13 \text{ м/м}^2.$$

Из эпюры определяем:

$$p_1' = 1,51 \text{ м/м}^2; \quad p_2' = 4 \text{ м/м}^2.$$

По площадям отдельных участков эпюры вычисляем действительные давления на грани AB_1 и B_1B_2

$$E_1 = \frac{p_1' + p_1}{2} h_1 = \frac{1,51 + 6,13}{2} 4,5 = 17,09 \text{ м;}$$

$$E_2 = \frac{p_2' + p_2}{2} h_2 = \frac{4 + 6,4}{2} 4,0 = 20,8 \text{ м.}$$

Б. ДАВЛЕНИЕ ОТ РАВНОМЕРНОЙ НАГРУЗКИ, ЧАСТИЧНО ЗАГРУЖАЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТЬ

При загружении сыпучего тела равномерной нагрузкой не по всей его поверхности, а отступя от начала грани, т. е. от точки C_1 (рис. 35), когда очертание приведенного слоя грунта высотой h_0 будет $C_1ab_1D_1$, получаем более сложное решение задачи. Для линий сползания, проходящих чуть слева и чуть справа от B_1C_1 , будем иметь два веса клиньев сползания соответственно сечениям B_1AC_1

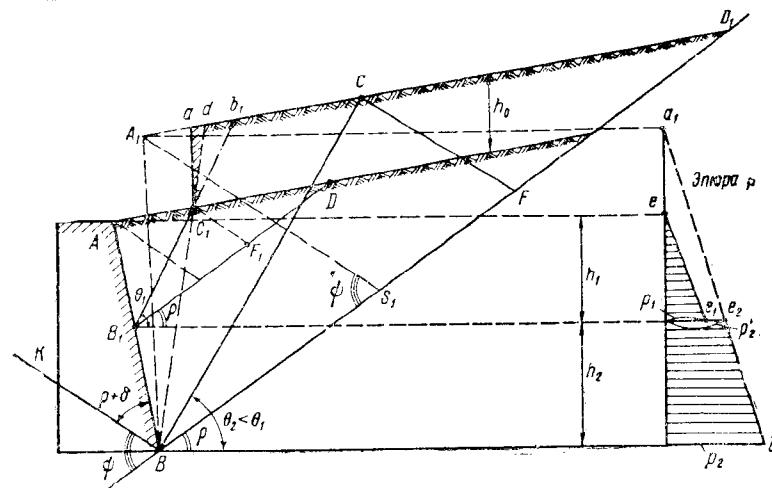


Рис. 35

и $B_1AC_1ab_1C_1$; для незагруженной части сыпучего тела (линия поверхности AC_1) — одно направление линий сползания, углы наклона которых θ_1 . Линии сползания, пересекающие поверхность приведенного слоя грунта b_1C , получают резко отличное от предыдущих направление (угол $\theta_2 < \theta_1$).

В связи с тем, что для второго участка поверхности aCD_1 сечение призмы сползания имеет вид пятиугольника BAC_1aC , построение Понселе возможно провести лишь после преобразования этого сечения в равновеликий треугольник.

Дадим это решение для нижней части стенки B_1B (точке B_1 соответствует линия сползания, проходящая как раз через точку C_1).

Проведя прямую линию BC_1D , получаем пятиугольное сечение призмы сползания BAC_1ad , которое перестраиваем в равновеликое треугольное сечение BA_1d . Теперь рассматриваем фиктивную грань стенки A_1B с плоской поверхностью A_1D_1 и обычным путем, построением Понселе, определяем давление

$$E_{A_1B} = \frac{1}{2} \gamma C F^2 \sin \psi,$$

причем θ_1 в данном случае больше θ_2 . Затем строим эпюру с ординатой p_2 .

По величине давления E_{A_1B} для грани AB_1 находим напряжение

$$p_1 = \frac{2E_{A_1B}}{h_1}.$$

Напряжение в точке чуть ниже B_1 величиной p'_1 получается из первой эпюры. Действительное давление на грань B_1B

$$E_{B_1B} = \frac{p_2 + p'_1}{2} h_2.$$

Линии, ограничивающие эпюры интенсивности на двух участках стенки — AB_1 и B_1B , имеют различные углы наклона к оси отсчета, т. е. ee_1 непараллельно e_2b (в отличие от предположения, высказанного в работе [33]).

В. ДАВЛЕНИЕ НЕРАВНОМЕРНО РАСПРЕДЕЛЕНОЙ НАГРУЗКИ

В общем случае очертание ограничивающей линии приведенного слоя грунта, заменяющего действие любой нагрузки, может быть произвольным. Приближенно решаем задачу путем перехода от произвольного очертания к ломаному, получая верхнюю линию приведенного слоя в виде $A_0D_1D_2$ с точкой перелома D_1 при линии действительной свободной поверхности AD (рис. 36).

Задача сведена, таким образом, к уже решенной ранее задаче о давлении для ломаной поверхности сыпучего тела $A_0D_1D_2$ (см. § 12). Для первой линии откоса A_0D_1 находим линию сползания B_0C_0 под углом θ_1 при начальной точке A_1 грани A_1B_0 фиктивной стенки. Проведя через точку D_1 линию, параллельную B_0C_0 , получим точку B_1 , для которой будем иметь точку перелома e_1 в эпюре интенсивности. Угол наклона B_1D_1 к горизонту — θ_1 . Ниже точки B_1 линия сползания пересекает вторую линию откоса D_1D_2 и имеет новое направление. Проведя $A_1A_2 \parallel B_2D_1$ до пересечения в точке A_2 с продолжением линии D_1D_2 , принимаем ее за начальную точку новой фиктивной стенки A_2B_2 . Осуществляя построение Понселе, проводим $A_2S_2 \parallel B_2K$ до пересечения с линией трения B_2D_2 и находим отрезок

$$B_2F_1 = V B_2S_2 \cdot B_2D_2.$$

Давление на грань A_2B_2

$$E_{A_2B_2} = \gamma \frac{CF_1^2 \sin \phi}{2}.$$

Интенсивность давления у нижней части

$$p_2 = \frac{2E_{A_2B_2}}{h'}.$$

Построив эпюру $a_2b_2e_2$, сносим на нее точку B_1 ; тем самым находим ординату ее p_1 , равную b_1e_1 . Соединив точку e_1 с a_1 (последняя на

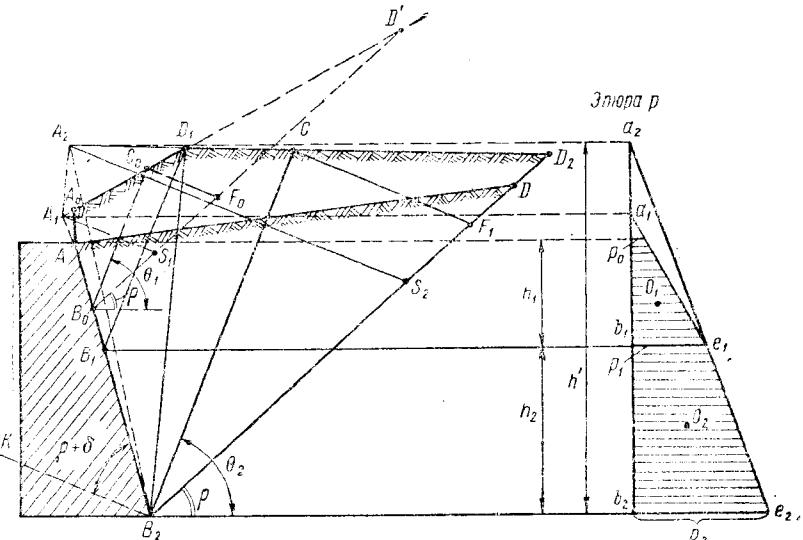


Рис. 36

одном уровне с A_1), получим эпюру p на первом участке стенки, которую используем для грани AB_1 . По эпюре интенсивности легко вычисляем отдельные давления:

$$E_{AB_1} = \frac{p_1 + p_0}{2} h_1; \quad E_{B_1B_2} = \frac{p_2 + p_1}{2} h_2.$$

Точки приложения давлений находятся на уровне центров тяжести соответствующих участков эпюры интенсивности.

Г. ДАВЛЕНИЕ РАЗНОРОДНЫХ ГРУНТОВ

Пусть требуется найти активное давление на стенку AB_1B_2 от разнородного грунта, состоящего из двух слоев: верхнего высотой h_1 и нижнего высотой h_2 . Для каждого слоя грунта имеем различные объемы веса — γ_1 и γ_2 и различные углы внутреннего

трения — ρ_1 и ρ_2 (рис. 37). Давление на грань AB_1 находим обычным путем. По найденному давлению E_{AB_1} строим эпюру напряжений с ординатой для точки B_1 :

$$p_1 = \gamma_1 k_1^2 h_1 \sin \psi_1,$$

где

$$\psi_1 = 90 - \varepsilon - \delta_1.$$

Для определения давления на грань B_1B_2 от нижнего слоя грунта объемным весом γ_2 рассматриваем верхний слой как верти-

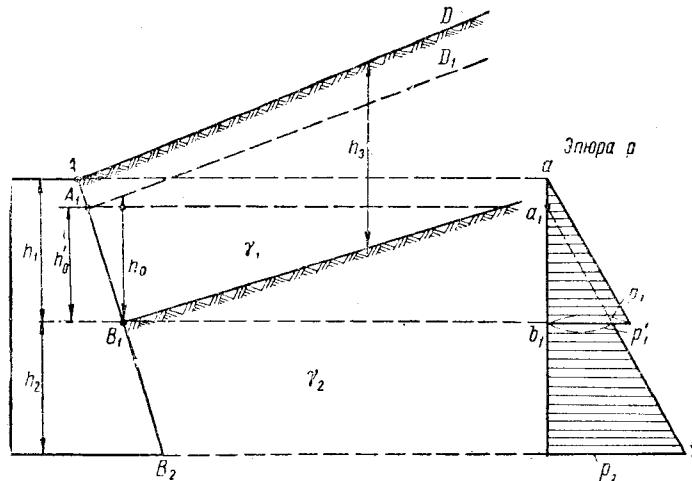


Рис. 37

кальную нагрузку на поверхность нижнего слоя. Высота приведенного слоя, заменяющего нагрузку верхнего слоя, непосредственно вблизи стенки:

$$h_0 = \frac{\gamma_1}{\gamma_2} h_1.$$

Границчная линия новой поверхности однородного грунта будет A_1D_1 (в общем случае она не параллельна AD). Находим теперь давление на фиктивную грань A_1B_2 от слоя грунта высотой $(h'_0 + h_2)$. Интенсивность бокового давления у низа стенки

$$p_2 = \gamma_2 k_2^2 (h'_0 + h_2) \sin \psi_2,$$

где

$$\psi_2 = 90 - \varepsilon - \delta_2.$$

Давление на грань B_1B_2

$$E_{B_1B_2} = \frac{p_2 + p'_1}{2} h_2.$$

Заметим, что в данном случае точка B_1 является особой точкой, где происходит скачок в эпюре интенсивности.

§ 14. ДАВЛЕНИЕ ГРУНТА ПРИ НАЛИЧИИ СОСРЕДОТОЧЕННЫХ СИЛ НА ПОВЕРХНОСТИ

А. ЛИНИЯ ВЛИЯНИЯ ДЛЯ БОКОВОГО ДАВЛЕНИЯ ПРИ ПЕРЕМЕЩЕНИИ ЕДИНИЧНОГО ВЕРТИКАЛЬНОГО ГРУЗА

Для отыскания давления сыпучего тела от действия сосредоточенных вертикальных сил на поверхности изучаем влияние отдельного вертикального груза $P = 1$, применяя построение силового треугольника на чертеже разреза стенки (по Кульману). Выясним,

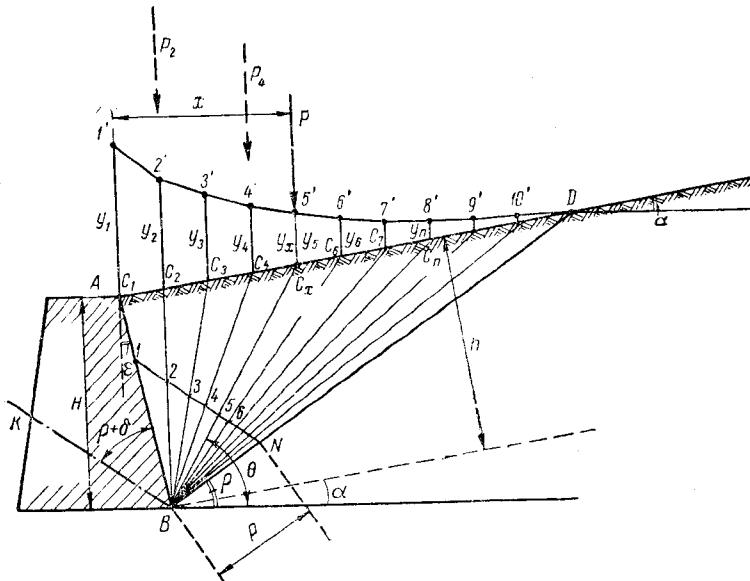


Рис. 38

как меняется величина бокового давления на стенку AB при перемещении вертикального груза по поверхности AD сыпучего тела (рис. 38). Иначе говоря, построим условную «линию влияния» бокового давления при перемещении груза, занимающего различные положения на линии поверхности AD .

Решение этой задачи проводится с помощью построения Кульмана. На линии трения BD откладываем отрезок BN , равный дав-

лению груза, и проводим через точку N линию параллельно основной BC до пересечения с AB . Далее через точку B проводим систему возможных линий сползания BC_1, BC_2, BC_3, \dots , которые пересекаются с линией $I - N$ в точке $1, 2, 3, \dots$ принадлежащих к соответствующим силовым треугольникам. Отрезки $N1, N2, N3, N4, N5, \dots$ представляют в выбранном масштабе значения соответствующих боковых давлений от действия груза $P = 1$ при сползании грунта по линиям BC_1, BC_2, BC_3 и т. д.

Значения этих давлений откладываем на вертикалях от точек C_1, C_2, C_3, \dots соответственно (например, для точки C_5 откладываем $y_b = C_5 - 5' = N - 5$). Соединив точки $1', 2', 3', \dots$, получим кривую, ординаты которой y_n дают закон изменения наибольшего бокового давления E в зависимости от положения груза для данной фиксированной линии сползания, т. е. «линию влияния» для E_{\max} . При этом за ось отсчета принимается линия AD поверхности грунта и рассматривается определенная линия сползания.

Если груз P приложен в точке C_b поверхности, то линией сползания, дающей наибольшее давление, будет BC_b , так как все призмы сползания, расположенные левее BC_b , не будут включать груз, а линии, наклоненные ниже BC_b , дадут меньшие значения давления, чем y_b . Таким образом, наибольшее активное давление от веса груза $P \neq 1$ при положении груза в C_b будет:

$$E_P = Py_b, \quad (a)$$

где

$$y_b = y_x = 1 - \frac{\sin(\theta - \rho)}{\sin(\theta - \rho + \psi)}. \quad (b)$$

При $P = 1$ давление $E_P = y_b$. Следовательно, график $1' 2' 3' \dots D$ и дает линию влияния для наибольшего активного давления при определенных линиях сползания. С помощью условной линии влияния находится боковое давление от системы сосредоточенных сил.

Вычислим, например, боковое давление E при наличии двух грузов P_2 и P_4 , расположенных соответственно в точках C_2 и C_4 . Рассматриваем при этом два случая сползания: по линии BC_2 и по линии BC_4 .

В первом случае

$$E_1 = P_2 y_2, \quad (v)$$

во втором случае

$$E_2 = (P_2 + P_4) y_4. \quad (g)$$

Определив боковое давление E по (v) и (g), выбираем наибольшее из них.

Таким образом, давление E при действии системы сосредоточенных сил получается как произведение суммы грузов, расположенных слева, на ординату кривой $1' 2' 3' \dots D$ под крайним правым грузом. (В отличие от обычных линий влияния для стержневых

систем, для которых полное усилие по линии влияния $S = P_2 y_2 + P_4 y_4$).

При наличии системы грузов $P_1 \dots P_k$, где P_k расположен над ординатой y_x , полное давление в предположении сползания грунта по линии BC_x будет:

$$E = \sum_i^k P_i y_x. \quad (2.45)$$

Б. ДАВЛЕНИЕ ОТ ОДНОВРЕМЕННОГО ДЕЙСТВИЯ СОСРЕДОТОЧЕННЫХ СИЛ И ГРУНТА

Рассмотрим сначала задачу определения давления от веса сыпучего тела для какой-либо линии сползания BC_x с помощью кривой $A' \dots D$. Очевидно, для этого в соответствии с выражением (2.45)

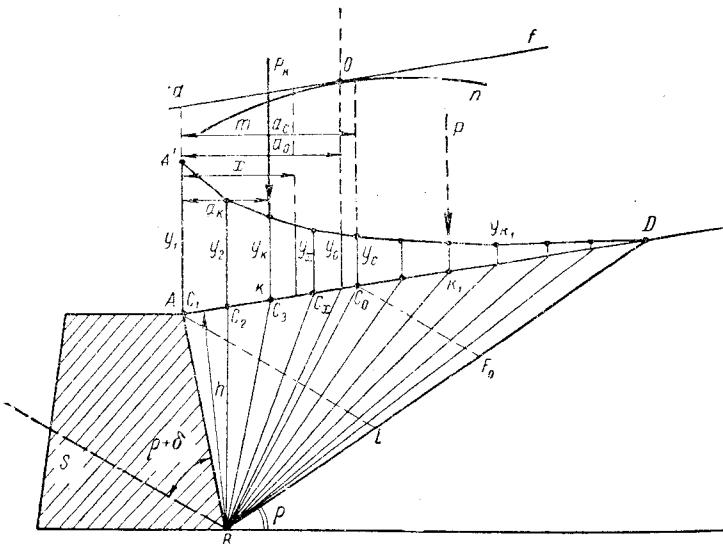


Рис. 39

следует умножить вес призмы сползания на ординату кривой влияния y_x :

$$E_x = G_x y_x, \quad (d)$$

где вес призмы сползания

$$G_x = \frac{1}{2} \gamma x h = \frac{1}{2} \gamma x H \frac{\cos(\epsilon - \alpha)}{\cos \epsilon}.$$

Таким образом, боковое давление от веса грунта

$$E_x = \frac{1}{2} \gamma x h y_x. \quad (e)$$

Максимальное давление найдем, определив с помощью построения Пойселе линию сползания, соответствующую наибольшему давлению (рис. 39).

Пусть абсцисса точки C_0 этой линии сползания будет a_C , а ордината кривой $A'D$ влияния — y_C . Тогда наибольшее боковое давление от веса грунта по (e)

$$E_{C_0} = \frac{1}{2} \gamma a_C h y_C. \quad (2.46)$$

Решаем теперь задачу определения давления от совместного действия давления грунта и груза P_k , приложенного в точке k слева от точки C_0 . При сползании по плоскости BC_x , где для точки C_x имеем абсциссу x , боковое давление от действия груза P_k и веса грунта

$$E_x = \left(P_k + \frac{1}{2} \gamma h x \right) y_x. \quad (\text{ж})$$

Необходимо найти максимум E_x , что аналитически сделать затруднительно, так как зависимость между y_x и x является трансцендентной. Поэтому решение задачи осуществляется графически, построив график m_n , ординаты которого, отложенные от линии AD , дают закон изменения E_x .

Достаточно, задаваясь несколькими значениями x в интервале $a_k < x < a_C$, определить значения ординат y_x и по формуле (ж) найти соответствующие значения E_x . Проведя к кривой m_n касательную df , параллельную оси отсчета AD , получим наибольшую ординату кривой m_n и следовательно, наибольшее давление

$$E_{\max} = \left(P_k + \frac{1}{2} \gamma h a_0 \right) y_x, \quad (2.47)$$

где y_0 — ордината кривой $A'D$, соответствующая максимуму кривой m_n .

Заметим, что кривая m_n обычно дает максимум, близкий по положению к точке C_0 , т. е. наибольшее давление мало отличается от давления для плоскости сползания ненагруженного сыпучего тела. Поэтому в дальнейшем пользуемся упрощенной формулой:

$$E_x = \left(P_k + \frac{1}{2} \gamma h a_C \right) y_C. \quad (2.48)$$

Аналогично решается задача определения давления при наличии системы сосредоточенных сил:

$$E = \left(\sum_1^k P + \frac{1}{2} \gamma h x \right) y_x.$$

В случае, если груз P находится правее точки C_0 , именно в точке k , сравниваем два значения давления:

при сползании по плоскости BC_k

$$E_C = \frac{1}{2} \gamma a_C h y_C;$$

при сползании по плоскости Bk_1

$$E_{cp} = \left(P + \frac{1}{2} \gamma a_{k_1} h \right) y_{k_1}$$

и выбираем большее из них.

в. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТОЧКИ ПРИЛОЖЕНИЯ БОКОВОГО ДАВЛЕНИЯ ПРИ НАЛИЧИИ СОСРЕДОТОЧЕННОЙ СИЛЫ

Отмечаем ту часть стенки, по которой не возникает бокового давления от сосредоточенного груза P . Как видно из характера кривой $A'D$ (рис. 39), при положении груза за линией трения BD он не влияет на стенку. Следовательно, для положения груза P

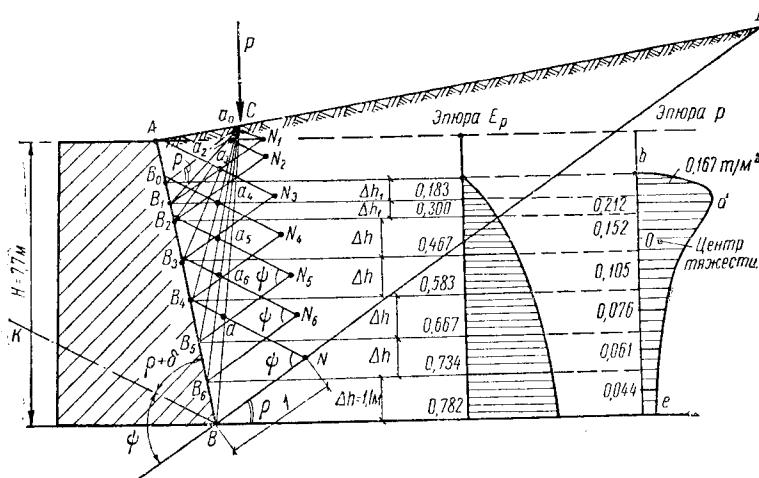


Рис. 40

в точке C (рис. 40) часть грани стенки, на которую груз P не оказывает действия, определяется проведением через точку C линии трения CB_0 .

Для построения эпюры интенсивности p бокового давления по нижней части стенки B_0B разбиваем ее на ряд участков — B_0B_1 , B_1B_2 , B_2B_3 , ... и определяем полные давления на части грани B_0B_1 , B_1B_2 , B_2B_3 , ... стенки, применяя силовой треугольник по Кульману. Для этого от точек B_1 , B_2 , B_3 , ... откладываем отрезки B_1N_1 , B_2N_2 , B_3N_3 , B_4N_4 , ..., BN , равные 1, на направлениях, параллельных

линии трения BD . Из точек N, N_6, N_5, N_4, \dots ведем линии, параллельные основной, до пересечения с соответствующими линиями сползания $BC, B_6C, B_5C, B_4C, B_3C, B_2C, B_1C$. Таким образом, получим отрезки $Na, N_6a_6, N_5a_5, N_4a_4, N_3a_3, N_2a_2, N_1a_1$, которые и представляют собой величины полных давлений E_P на стенки $BB_0, B_6B_0, B_5B_0, \dots$

По значениям этих давлений строится эпюра полных давлений E_P и далее эпюра интенсивности боковых давлений, значения которых вычисляются приближенно по формуле

$$p = \frac{\Delta E}{\Delta h}.$$

У точки B_0 интенсивность давления резко возрастает, поэтому взяты меньшие значения участков высоты стенки:

$$\Delta h_1 = \frac{1}{2} \Delta h.$$

За линией B_3C (примерно параллельной линии сползания, соответствующей наибольшему давлению от сыпучего тела) ординаты эпюры p постепенно уменьшаются.

Точка приложения суммарного давления E_{B_0B} грунта, вызванного действием сосредоточенной силы P , определяется по центру тяжести O эпюры интенсивности.

Упрощенные способы построения этой эпюры изложены в работе [33]. В частности, предлагается принимать эпюру в виде треугольника на участке B_0B_3 (где B_3C — линия сползания, дающая наибольшее давление от веса грунта).

При наличии одновременно сыпучего тела и сосредоточенного груза P эпюра интенсивности может быть построена путем наложения: к треугольнику основной эпюры интенсивности давления от действия грунта на стенку AB (с нижней ординатой $\gamma k^2 H \sin \psi$) добавляем ординаты криволинейной эпюры интенсивности bde от сосредоточенного груза. Аналогично поступаем при построении эпюры p от системы сосредоточенных сил [20].

§ 15. ВЛИЯНИЕ ВОДЫ НА ДАВЛЕНИЕ ГРУНТОВ

А. ВВЕДЕНИЕ

Действие воды оказывается на величине и направлении давления грунта. Оно меняется в зависимости от водонасыщения и положения уровня грунтовых вод.

Для сухого сыпучего тела при плоской поверхности и плоской грани давление

$$E = \frac{1}{2} \gamma k^2 h^2 \sin \psi. \quad (2.49)$$

Здесь γ — объемный вес сухого грунта, равный объемному весу скелета грунта:

$$\gamma = \gamma_{rp} m, \quad (a)$$

где γ_{rp} — объемный вес твердой части грунта; m — относительный объем твердой части, определяемый по (1.4).

Ниже рассмотрены следующие случаи:

- 1) грунт влажный, но не водонасыщенный;
- 2) грунт водонасыщенный, когда уровень грунтовой воды близок к его поверхности;
- 3) уровень грунтовой воды ниже его поверхности и в мелкозернистом грунте возникает капиллярное действие воды (см. § 16).

Б. ДАВЛЕНИЕ ВЛАЖНОГО ГРУНТА

Для влажного грунта, в котором водой заполнен не весь объем пор, а только некоторая его часть, необходимо ввести характеристику влажности, за которую принимаем объемную влажность w_0 :

$$w_0 = \frac{v_w}{v} < n. \quad (b)$$

Здесь v — объем грунта;

v_w — объем воды, причем $v_w < v_n$, где v_n — объем пор.

Для водонасыщенного грунта $v_w = v_n$ и коэффициент водонасыщения $\eta = \frac{v_w}{v_n} = 1$. В случае влажности грунта $\eta < 1$ объемная влажность $w_0 < \frac{v_w}{v} = n$, где n — пористость грунта.

В § 1 приведены средние значения пористости для некоторых видов грунтов.

Для влажного грунта следует учитывать как изменение его объемного веса, так и новое значение углов трения. При определении бокового давления, найдя объемную влажность, вносим в формулу (2.49) для E новое значение объемного веса влажного грунта:

$$\gamma_1 = \gamma + \gamma_0 w_0, \quad (b)$$

где γ — объемный вес твердой части грунта;

γ_0 — объемный вес воды;

w_0 — объемная влажность.

Кроме этого, в формулу (2.49) вносим значения углов трения ρ_1 и δ_1 для влажного грунта. Так, для влажного песка при влажности 15% коэффициент внутреннего трения

$$\rho_1 = \operatorname{tg} \rho_1 = 1.4 \operatorname{tg} \rho,$$

где ρ — угол внутреннего трения для сухого песка;

$$\rho_1 > \rho.$$

Для глинистых влажных грунтов угол внутреннего трения меньше, чем угол трения ρ для сухого грунта: $\rho_1 < \rho$. Так, для влажных песков давление E может оказаться меньше, а для влажных глин больше, чем для сухого грунта. В каждом конкретном случае проектировщик должен установить влажность грунта.

в. ДАВЛЕНИЕ ВОДОНАСЫЩЕННОГО ГРУНТА

В случае полной водонасыщенности грунта, когда объем, занимаемый водой v_w , равен объему пор v_p и коэффициент $\eta = 1$, следует учитывать взвешивающее действие воды на любой грунт и на

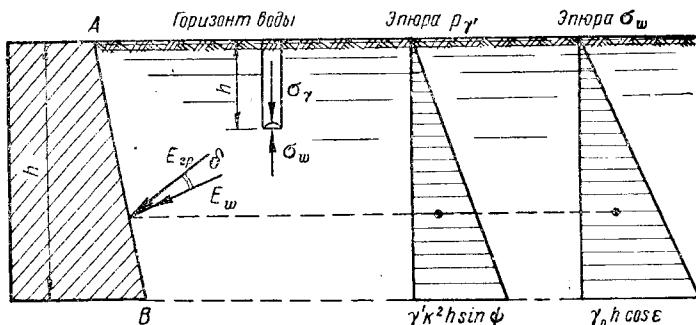


Рис. 41

подпорную стенку. Изложим решение задачи определения активного давления водонасыщенного сыпучего тела.

Рассмотрим две системы распределенных боковых давлений: от взвешенного водой грунта и от гидростатического давления воды. Такое разделение особенно целесообразно ввиду различия углов трения для грунта и воды.

Полагая пока, что поверхность грунта совпадает с горизонтальной поверхностью воды (рис. 41), установим, что полное вертикальное напряжение, приходящееся на частицу грунта, получается в соответствии с законом Архимеда как разность напряжений от веса грунта и взвешивающего действия воды:

$$\sigma_{rp} = \sigma_y - \sigma_w, \quad (a)$$

где σ_y найдем, учтя вес грунта (γh) и вес воды в порах ($\gamma_0 nh$).

Следовательно, по (a)

$$\sigma_{rp} = (\gamma + \gamma_0 n) h - \gamma_0 h, \quad (b)$$

где γ — объемный вес сухого грунта;
 $\gamma_0 n$ — вес воды в порах 1 m^3 грунта;

γ_0 — объемный вес воды;
 h — глубина расположения площадки.

Иначе, выражение (б) запишем:

$$\sigma_{rp} = \gamma h + \gamma_0 (1 - n) h = \gamma h - \gamma_0 nh = (\gamma - \gamma_0 n) h = \gamma' h.$$

Окончательно

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{rp} &= \gamma' h; \\ \gamma' &= \gamma - \gamma_0 n. \end{aligned} \right\} \quad (2.50)$$

Суммарное напряжение $\sigma_1 = \sigma_{rp} + \sigma_v$.

Таким образом, вертикальное напряжение для горизонтальной площадки во взвешенном грунте может быть получено умножением объемного веса взвешенного водой грунта γ' на глубину площадки h .

Следует иметь в виду, что налицо две системы давлений:

1) боковое давление взвешенного водой грунта объемным весом γ' по (2.50)

$$E_{rp} = \frac{\gamma' k^2}{2} h^2 \sin \psi = (\gamma - \gamma_0 n) \frac{k^2 h^2}{2} \sin \psi, \quad (2.51)$$

где $\psi = 90 - \epsilon - \delta$; δ берется с учетом водонасыщенности грунта, обычно равной нулю;

2) гидростатическое давление воды

$$E_w = \frac{\gamma_0 h}{2} AB = \frac{\gamma_0 h^2}{2 \cos \epsilon}. \quad (2.52)$$

Полное боковое давление получим, суммируя отдельные давления по (2.51) и (2.52) (рис. 42):

$$\begin{aligned} E &= E_{rp} + E_w = (\gamma - \gamma_0 n) \frac{k^2 h^2}{2} \sin \psi + \frac{\gamma_0 h^2}{2 \cos \epsilon} = \\ &= \frac{\gamma h^2}{2} k^2 \sin \psi + \frac{\gamma_0 h^2}{2} \left(\frac{1}{\cos \epsilon} - m k^2 \sin \psi \right). \end{aligned} \quad (2.53)$$

Во втором члене правой части (2.53) объединено общее влияние воды: гидростатическое давление минус боковое давление от взвешенного водой грунта. Интенсивность давления у низа найдем путем дифференцирования выражения (2.58) по h :

$$p_n = \gamma_0 h k^2 \sin \psi + \gamma_0 h \left(\frac{1}{\cos \epsilon} - m k^2 \sin \psi \right).$$

В случае, когда свободная поверхность воды горизонтальна, а поверхность грунта наклонна, напряжение от давления сухого грунта будет $\gamma h k^2 \sin \psi$, где коэффициент k определяется в соответствии со значением угла α наклона поверхности, а напряжение давления от суммарного воздействия воды $\gamma_0 \left(\frac{1}{\cos \epsilon} - m k^2 \sin \psi \right)$ включает

коэффициент k_1 , взятый при $\alpha = 0$. Суммарное давление составит:

$$E = \frac{\gamma h^2}{2} k^2 \sin \psi + \frac{\gamma_0 h^2}{2} \left(\frac{1}{\cos \delta} - m k_1^2 \sin \psi \right). \quad (2.54)$$

Рассмотрим теперь два случая: уровень грунтовой воды находится ниже и выше поверхности грунта.

Если уровень грунтовой воды ниже поверхности грунта, то, имея в виду, что угол трения сухого грунта δ может отличаться от угла трения водонасыщенного грунта δ_1 , различаем давление от водонасыщенного грунта во взвешенном его состоянии при угле трения δ_1 и гидростатическое давление воды, нормальное к стенке (рис. 41).

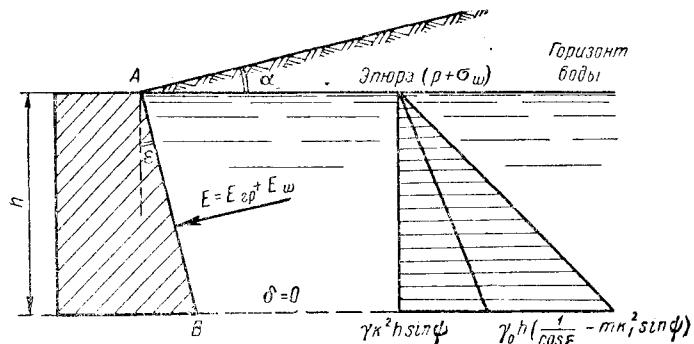


Рис. 42

Пусть стенка AB_1 поддерживает на участке AB массу сухого крупнозернистого песка, ограниченную наклонной поверхностью AD (рис. 43), и на участке BB_1 — массу водонасыщенного грунта. Определив давление сухого грунта на грань AB (эпюра интенсивности по треугольнику abc), заменим слой сухого грунта объемным весом γ с определяющими ординатами h_1 и h'_1 слоем взвешенного водой грунта объемным весом

$$\gamma' = \gamma - m \gamma_0.$$

Вместо линии поверхности AD получаем теперь новую линию приведенного слоя грунта A_1D_1 и новую начальную точку стенки A_1 . Находим давление на грань A_1B_1 от водонасыщенного грунта. Нижняя ордината эпюры напряжений b_1c_1 будет:

$$(\gamma - m \gamma_0) k_1^2 \sin \psi_1 (h_0 + h_2).$$

Так как имеем новое значение угла трения сыпучего тела по стенке и угол наклона линии поверхности A_1D_1 , получаем новый угол ψ_1 и иное значение коэффициента k_1 . Выделяем из треугольника эпюры напряжений трапецию bc_1b_1 , площадь которой и дает нам силу

давления взвешенного водой грунта E_{B_1} . Кроме этого, по площади треугольника напряжений от гидростатического давления воды имеем силу $E_w = \frac{\gamma_0 h_2^2}{2}$.

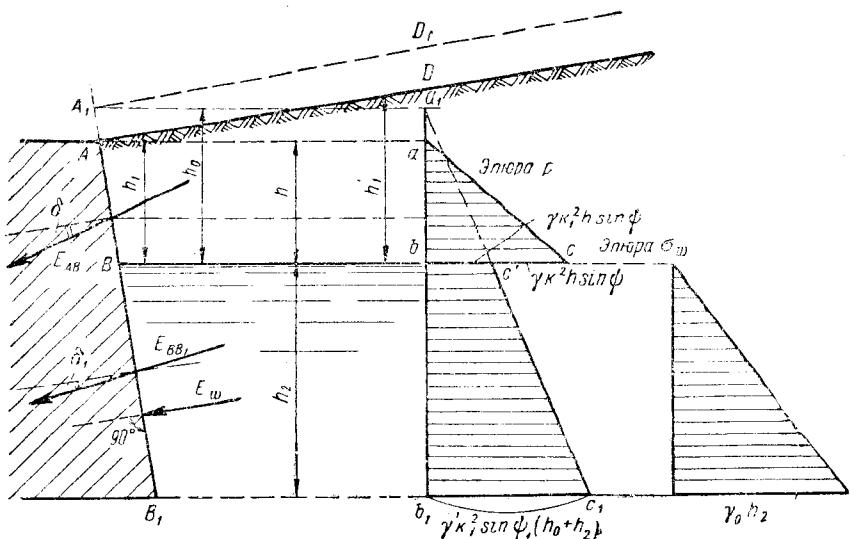


Рис. 43

Остановимся на примере, когда вода расположена над слоем водонасыщенного грунта (рис. 44).

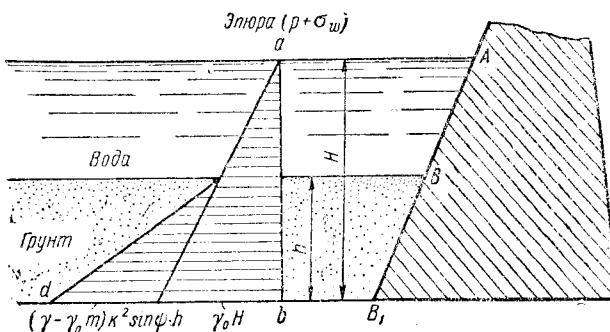


Рис. 44

Удобно провести разделение полного давления на гидростатическое давление воды по всей грани AB_1 и боковое давление взвешенного водой грунта по высоте h .

От гидростатического давления воды, действующего по всей грани AB_1 , имеем треугольник эпюры напряжений abc с макси-

мальной ординатой $\gamma_0 H$. К этому давлению воды добавляется боковое давление взвешенного водой грунта высотой h с максимальной ординатой $(\gamma - \gamma_0 m) k^2 \sin \psi \cdot h$. Если вода расположена с обеих сторон стенки, причем углы ε и α различны, ее влияние на выражение напряжения $\gamma_0 m k^2 \sin \psi$ будет различным.

Действие подъемной силы воды заключается и в уменьшении веса части подпорной стенки, расположенной ниже уровня грунтовой воды, на вес воды в объеме погруженной части стенки.

§ 16. ДАВЛЕНИЕ ГРУНТА С УЧЕТОМ КАПИЛЛЯРНОГО ДЕЙСТВИЯ ВОДЫ

А. О КАПИЛЛЯРНОМ ДЕЙСТВИИ

Дадим основное понятие о капиллярном действии.

Если погрузим стеклянную трубку с малым диаметром d , так называемый капилляр, в воду, то вследствие способности смачивания вода обтянет внутреннюю поверхность капилляра пленкой, вытесняя ранее адсорбированный воздух с поверхности стекла. В капилляре верхняя поверхность воды стягивается поверхностным натяжением и вода поднимается на высоту h , прямо пропорциональную длине поверхности натяжения a и обратно пропорциональную диаметру капилляра d . Верхняя поверхность воды — мениск принимает форму канатной сетки, которая в верхних точках касается капилляра.

Найдем высоту подъема воды в капилляре. Раствигивающее усилие на единицу длины окружности касания мениска стенок капилляра a будет равно поверхностному натяжению. Раствигивающее усилие по всей длине касания, равное $(\pi d) a$, уравновешивает вес засосанной воды $\frac{\pi d^2}{4} \gamma_0 h$, где γ_0 — объемный вес воды. Отсюда

$$\pi da = \frac{\pi d^2}{4} \gamma_0 h,$$

или

$$h = \frac{4a}{\gamma_0 d}, \quad (a)$$

где h — капиллярная высота подъема.

Отметим, что капиллярное действие имеет известное значение в работе грунтовых оснований. Оно обеспечивает влажность основания значительно выше уровня грунтовой воды вследствие подъема ее по капиллярам. Так, при диаметре капилляров $d = 0,0025$ мм (глина) теоретическая высота подъема будет:

$$h = \frac{4 \cdot 0,0764}{0,00025} = 1222 \text{ см} = 12,22 \text{ м.}$$

Опыты лишь отчасти подтверждают это капиллярное поднятие грунтовой воды в глине. Благодаря поднятому капиллярному столбу воды капилляры испытывают, очевидно, сжимающие напряжения,

действующие вдоль их стенок. По мере испарения воды в естественных грунтовых капиллярах сжатие в грунте от капиллярного действия увеличивается. С увеличением испарения вода в капилляре подвергается все большему действию растягивающих напряжений, а стенки — воздействию сжимающих напряжений. Создается, таким образом, капиллярное давление в грунте.

Б. О ВЕРТИКАЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЯХ В СЫПУЧЕМ ТЕЛЕ

Для водонасыщенного грунта объемный вес системы — грунт плюс вода — можно вычислить путем простого сложения веса грунта в объеме, равном $(1-n)$, и веса воды в объеме пор, заполненных водой, т. е.

$$\gamma_1 = \gamma + \gamma_0 n, \quad (b)$$

где γ_0 — объемный вес воды (далее принимаем его равным единице).

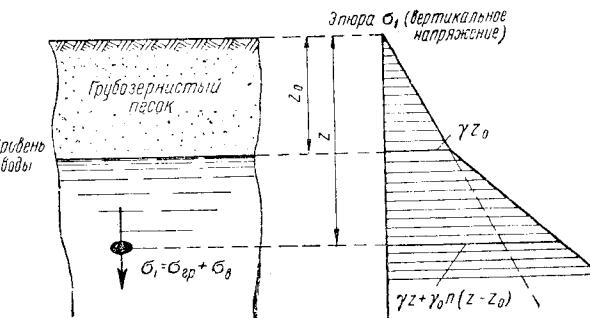


Рис. 45

Таким образом, на глубине z от поверхности воды полное вертикальное напряжение

$$\sigma_1 = \gamma_1 z = (\gamma + \gamma_0 n) z. \quad (b)$$

В случае, если уровень грунтовой воды расположен ниже поверхности грунта на z_0 , причем рассматриваем крупнозернистый песок, капиллярная высота подъема может быть принята равной нулю. Выше уровня воды имеем сухой песок, а ниже — водонасыщенный и значение σ_1 ниже уровня воды (рис. 45):

$$\sigma_1 = \gamma z + \gamma_0 n (z - z_0).$$

Тот же объемный вес γ_1 можно получить путем суммирования кажущегося веса грунта (с учетом взвешивающего действия воды) и веса воды в полном объеме грунта. По принципу Архимеда вес песка как бы снижается на вес вытесненной воды в объеме, занимаемом песком. Следовательно, «взвешенный вес» песка

$$\gamma' = \gamma - \gamma_0 m. \quad (g)$$

Далее к кажущемуся весу песка γ' прибавляют вес воды в полном объеме, хотя вода и не занимает всего объема грунта:

$$\begin{aligned}\gamma_1 &= \gamma' + \gamma_0 \cdot 1 = \gamma - \gamma_0 m + \gamma_0 = \\ &= \gamma + \gamma_0 (1 - m) = \gamma + \gamma_0 n.\end{aligned}\quad (\text{д})$$

Таким образом, мы приходим к тому же выражению веса грунта, находящегося во взвешенном состоянии, что и по (2.50). Боковое давление грунта складывается из собственного бокового давления взвешенного водой грунта и гидростатического давления воды (силы разного направления).

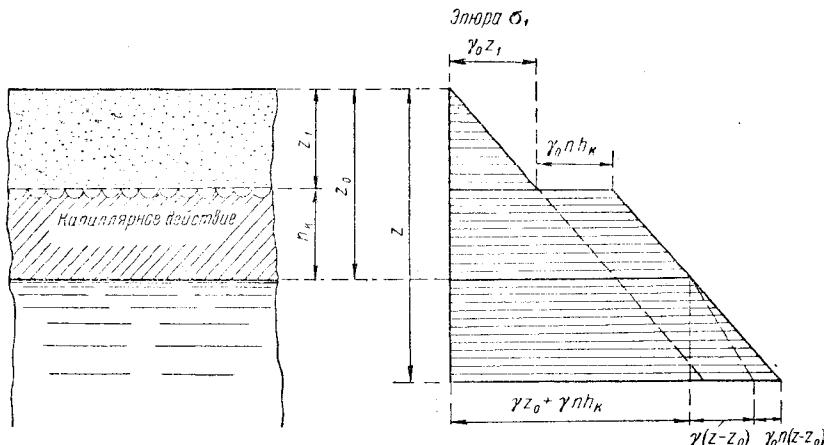


Рис. 46

Для мелкозернистого песка, обладающего заметной высотой капиллярного подъема воды,

$$h_k = \frac{4a}{\gamma d}$$

(при диаметре зерна 0,03 мм h_k достигает 1 м).

Здесь может быть два варианта. По первому варианту грунт в области капиллярного подъема не насыщен водой, взвешивающее действие его не учитывается и считается, что вода заполняет только поры. Тогда на высоте мениска интенсивность капиллярного действия $\gamma_0 n h_k$ будет равна весу капиллярного столба воды высотой h_k в объеме пор грунта. При этом капиллярное давление здесь постоянное и равно $p = \gamma_0 h_k$ (рис. 46). Выше этой зоны находится слой сухого грунта.

По второму варианту (рис. 47) в области капиллярного подъема имеем водонасыщенную систему: капилляры пронизывают всю массу грунта, создавая всестороннее капиллярное давление, рав-

ное $(z_0 - z_1) \gamma_0$. При водонасыщенности следует учесть взвешивающее действие воды; в этой области объемный вес системы

$$\gamma' = \gamma - \gamma_0 m.$$

Выше уровня z_0 напряжение складывается из капиллярного давления и напряжения давления покоя водонасыщенного песка:

$$\sigma_2 = \frac{1}{2} [\gamma z_1 + (\gamma + \gamma_0 n) (z_0 - z_1)] + \gamma_0 (z_0 - z_1). \quad (\text{e})$$

Ниже уровня воды капиллярное давление отпадает и действует только напряжение

$$\sigma_2' = \frac{1}{2} [\gamma z_1 + (\gamma + \gamma_0 n) (z_0 - z_1)].$$

При снижении горизонта грунтовой воды увеличивается слой влажного грунта толщиной $(z_0 - z_1)$, обладающего повышенной

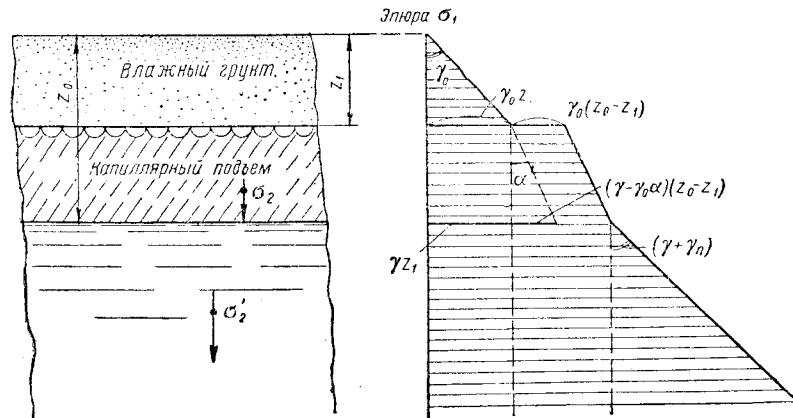


Рис. 47

несущей способностью благодаря капиллярному давлению насыщенной системы. Если интенсивность нагрузки при этом не превышает капиллярного давления, то зона грунта на глубине z_1 работает в упругой области, а нижележащая претерпевает пластические деформации. Если же песок, расположенный над грунтовой водой, сухой (дюнный песок), то нагрузка возбуждает довольно быстро пластическую деформацию [39].

в. О НАПРЯЖЕНИИ В ГЛИНЕ

Если уровень грунтовой воды совпадает с поверхностью грунта и глина находится в консолидированном состоянии, то в поровой воде на глубине z возникает напряжение (рис. 48):

$$\sigma_w = \gamma_0 z,$$

где γ_0 — объемный вес воды.

Напряжение на грунт получим, суммируя напряжение от веса грунтовой массы и напряжение от давления воды, по закону Паскаля:

$$\begin{aligned}\sigma_{rp} &= \sigma_v + \sigma_w = (\gamma_{rp}m + \gamma_0n)z - \gamma_0z = \\ &= \gamma_{rp}mz - \gamma_0(1-n)z = (\gamma_{rp} - \gamma_0)mz,\end{aligned}\quad (ж)$$

или

$$\sigma_{rp} = \gamma'z.$$

где $\gamma' = (\gamma_{rp} - \gamma_0)m$ — объемный вес взвешенного водой скелета грунта.

Таким образом, давление на грунтовый скелет можно определять, вычитая из объемного веса сухого грунта ($\gamma_{rp}m$) вес воды в объеме вытесненного скелета грунта (γ_0m).

Положим теперь, что уровень грунтовой воды опустился на z_1 , причем z_1 меньше, чем капиллярная высота подъема воды (рис. 49). В поровой воде, в области $z < z_1$, будет происходить растяжение, а в области $z > z_1$ — сжатие; на глубине же z_1 вода не напряжена, поэтому уровень грунтовой воды можно назвать поверхностью нулевого давления поровой воды. Напряжения в

поровой воде составляют $\gamma_0(z - z_1)$, причем знак плюс берется для сжатия. Поровая вода как бы подвешивается у поверхности менисков к верхней поверхности блоков глины, и поверхность

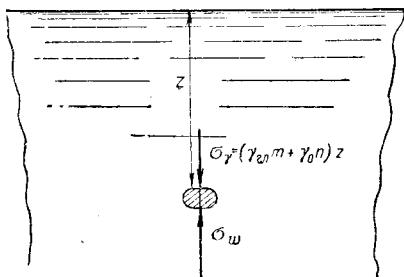


Рис. 48

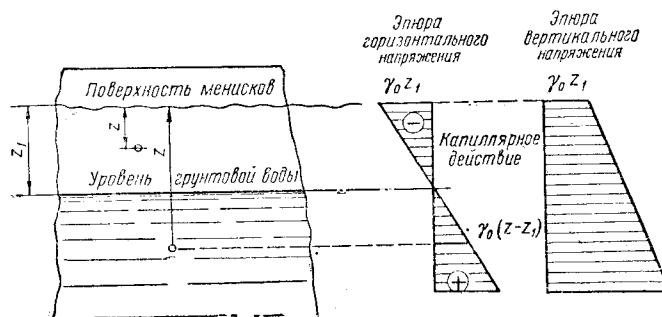


Рис. 49

грунта несет сплошную равномерную нагрузку интенсивностью γ_0z_1 , на вертикальную же поверхность в капиллярной зоне вода оказывает давление интенсивностью $\gamma_0(z_1 - z)$.

Вертикальное напряжение в зерновом скелете

$$\sigma_{rp} = (\gamma_{rp} - \gamma_0)mz + \gamma_0z_1 = \gamma'z + \gamma_0z_1. \quad (3)$$

В отличие от (ж) оно складывается из напряжения от взвешенного веса грунта и напряжения от капиллярной воды.

Нетрудно видеть, что опускание поверхности грунтовой воды на 1 м ($z_1 = 1$ м) равносильно приложению к верхней поверхности грунта добавочной нагрузки γ_0z_1 в 1 m/m^2 , если принять $\gamma_0 = 1 \text{ m/m}^3$.

Снижение горизонта воды дополнительно нагружает зерновой скелет. Если эта добавочная нагрузка оказывается настолько существенной, что преодолевается прочность пленок на зернах глины, то в грунте развивается процесс осадки.

Таким образом, можно считать, что:

1) действие подъемной силы воды в глине имеет место всегда и в области грунтовой воды, и в зоне капиллярного поднятия;

2) каждое изменение уровня грунтовой воды проявляется в форме нагрузки или разгрузки поверхности грунта (поверхности менисков).

Г. БОКОВОЕ ДАВЛЕНИЕ ГРУНТА ПРИ НАЛИЧИИ ЗОНЫ КАПИЛЛЯРНОГО ПОДНЯТИЯ

Рассмотрим теперь случай, когда уровень грунтовой воды ниже поверхности грунта, совпадающей с уровнем менисков (рис. 50).

Анализируя выражение (e), видим, что давление грунта в зоне

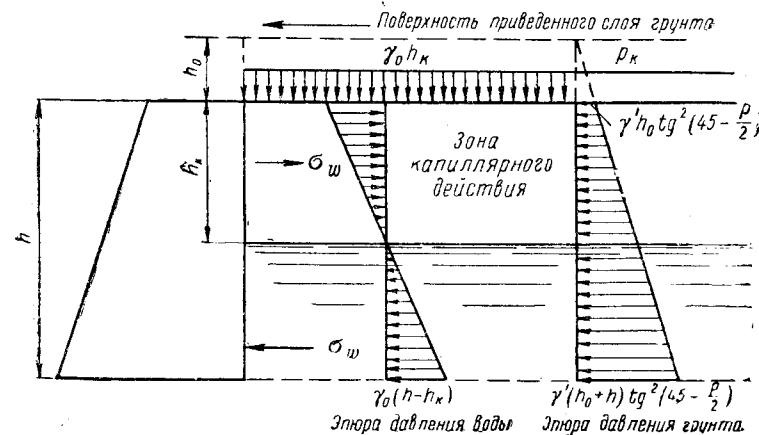


Рис. 50

капиллярного поднятия определяется весом взвешенного капиллярной водой грунта $\gamma' = \gamma - \gamma_0m$ и капиллярным давлением в виде дополнительной нагрузки на поверхности менисков

$$p_k = \gamma_0h_k.$$

Таким образом, получаем давление на стенку от взвешенного грунта, нагруженного приведенным слоем грунта $h_0 = \frac{\gamma_0 h_k}{\gamma'}$:

$$E_{rp} = \frac{\gamma' h (2h_0 + h)}{2} \operatorname{tg}^2 \left(45 - \frac{\rho}{2} \right).$$

Кроме того, на стенку в области капиллярного поднятия воды действует сила капиллярного давления $E_k = \frac{\gamma_0 h_k^2}{2}$, а в области грунтовой воды — гидростатическое давление

$$E_w = \frac{1}{2} \gamma_0 (h - h_k)^2.$$

Расчет подпорной стенки следует вести с учетом воздействия указанных трех сил и, кроме того, взвешивающего действия воды на часть стенки, расположенную в области грунтовой воды.

Пример. Сопоставить боковые давления на стенку (рис. 50) высотой $h = 3 \text{ м}$ в случае сухого, влажного, водонасыщенного сыпучего грунта и при наличии зоны капиллярного поднятия, если:

для сухого песка

$$\gamma = 1,6 \text{ т/м}^3; \rho = 30^\circ;$$

для влажного

$$\gamma_1 = 1,8 \text{ т/м}^3; w = 12\%; \rho_1 = 36^\circ;$$

для водонасыщенного

$$\gamma' = 1,6 - 1 \cdot 0,6 = 1 \text{ т/м}^3;$$

для зоны капиллярного поднятия

$$h_k = 1 \text{ м}; h - h_k = 2 \text{ м}.$$

Решение. Для сухого песка

$$E = \frac{\gamma h^2}{2} \operatorname{tg}^2 \left(45 - \frac{\rho}{2} \right) = \frac{1,6 \cdot 3^2 \operatorname{tg}^2 30^\circ}{2} = 2,4 \text{ м;}$$

для влажного

$$E_1 = \frac{\gamma_1 h^2}{2} \operatorname{tg}^2 \left(45 - \frac{\rho_1}{2} \right) = \frac{1,8 \cdot 3^2 \operatorname{tg}^2 27^\circ}{2} = 2,11 \text{ м;}$$

для водонасыщенного

$$E_2 = \frac{\gamma' h^2}{2} \operatorname{tg}^2 \left(45 - \frac{\rho}{2} \right) + \frac{\gamma_0 h^2}{2} = \frac{1 \cdot 3^2}{2} \operatorname{tg}^2 30^\circ + \frac{1 \cdot 3^2}{2} = 6 \text{ м.}$$

При наличии капиллярной воды:

давление грунтового скелета $h_0 = \frac{h_k}{\gamma'} = 1$

$$E_{rp} = \frac{\gamma' h}{2} (2h_0 + h) \operatorname{tg}^2 \left(45 - \frac{\rho}{2} \right) = \frac{1 \cdot 3}{2} (2 \cdot 1 + 3) \operatorname{tg}^2 30^\circ = 2,5 \text{ м;}$$

давление воды

$$E_k = -\frac{1}{2} \gamma_0 h_k^2 = -0,5 \text{ м;}$$

$$E_w = \frac{1}{2} \gamma_0 (h - h_k)^2 = 2 \text{ м;}$$

полное боковое давление

$$E_{\text{полн}} = 4 \text{ м.}$$

§ 17. О ПАССИВНОМ ДАВЛЕНИИ СЫПУЧЕГО ТЕЛА

При решении задач по устойчивости глубоко закладываемых опор, при расчете шпунтовых стенок и т. п. необходимо уметь находить пассивное давление грунта, т. е. то давление его, которое возникает при смещении стенки в сторону сыпучего тела (рис. 51, a).

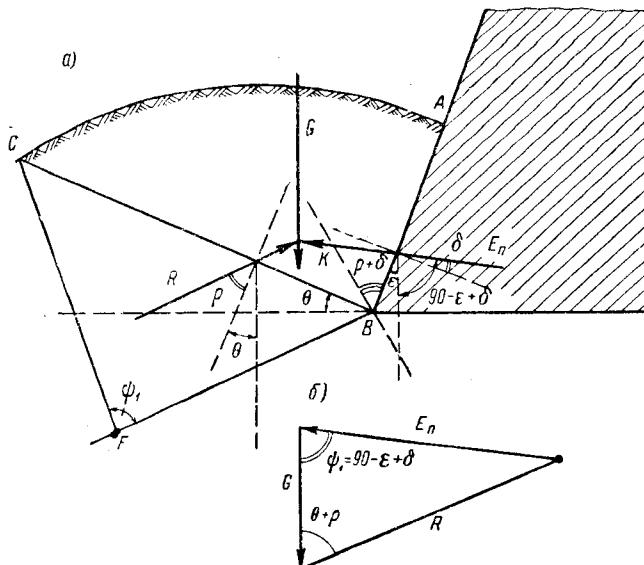


Рис. 51

Допустим, имеем активное воздействие стенки на сыпучую массу, в результате чего возможно выпирание грунта по линии BC . Рассматриваем клин выпирания ABC , подверженный действию силы веса $G = \gamma \cdot \text{пл. } ABC$, реакций со стороны стенки E_n и со стороны неподвижной части сыпучего тела R . В момент предельного равновесия силы E_n и R при выпирании отклоняются вниз от соответствующих нормалей на углы трения δ и ρ .

Угол между силой R и вертикалью

$$(\theta + \rho),$$

где θ — угол наклона линии выпирания.

Угол между силой E_n и вертикалью

$$\psi_1 = 90 - \varepsilon + \delta.$$

Так как клин выпирания в предельном состоянии должен еще находиться в равновесии, то три силы — G , E_n и R составляют замкнутый треугольник сил (рис. 51, б):

$$\frac{E_n}{G} = \frac{\sin(\theta + \rho)}{\sin(\theta + \rho + \psi_1)}.$$

Отсюда величина пассивного давления по Кулону

$$E_n = G \frac{\sin(\theta + \rho)}{\sin(\theta + \rho + \psi_1)}, \quad (2.55)$$

где

$$\psi_1 = 90 - \varepsilon + \delta.$$

Мы видим, что выражение для пассивного давления получается тем же, но с изменением знака перед углами трения ρ и δ . Поэтому все выводы, сделанные выше для активного давления, переносим на пассивное, меняя лишь знаки перед углами трения ρ и δ .

Теорема Ребхана в случае пассивного давления формулируется так: наименьшее значение пассивного сопротивления грунта получается для той линии выпирания, для которой

$$\text{пл. } ABC = \text{пл. } \triangle BCF; \quad (2.56)$$

величина пассивного давления по Ребхану равна:

$$E_n = \frac{1}{2} \gamma CF^2 \sin \psi_1. \quad (2.57)$$

Построение Понселе (рис. 52) для отыскания линии сползания, соответствующей экстремуму E_n , проводим, учитывая перемену знака перед углами ρ и δ . Линию внутреннего трения BD наносим, откладывая угол ρ вниз. Продолжаем далее эту линию до пересечения с линией поверхности сыпучего тела AD . На линии BD (в области сечения самой стенки) строится полуокружность.

Далее наносим основную линию BK , откладывая от грани AB в сторону сыпучего тела угол $(\rho + \delta)$. Из точки A проводим линию AE параллельно основной до пересечения с линией трения $AE \parallel BK$. Из точки E восстанавливаем перпендикуляр к BD до пересечения с окружностью и получаем точку T . Радиусом BT проводим дугу в сторону сыпучего тела до пересечения с линией трения BD в точке F . По Понселе

$$BF^2 = BE \cdot BD. \quad (2.58)$$

Отрезок BF есть среднее пропорциональное между BE и BD . Из точки F ведем линию FC параллельно основной до пересечения с линией поверхности в точке C .

Линия BC и есть линия выпирания, соответствующая экстремуму силы E_n .

Величина пассивного давления для плоской поверхности

$$E_n = \frac{1}{2} \gamma k_1^2 h^2 \sin \psi_1. \quad (2.59)$$

Для частного случая вертикальной гладкой стенки и горизонтальной поверхности пассивное давление

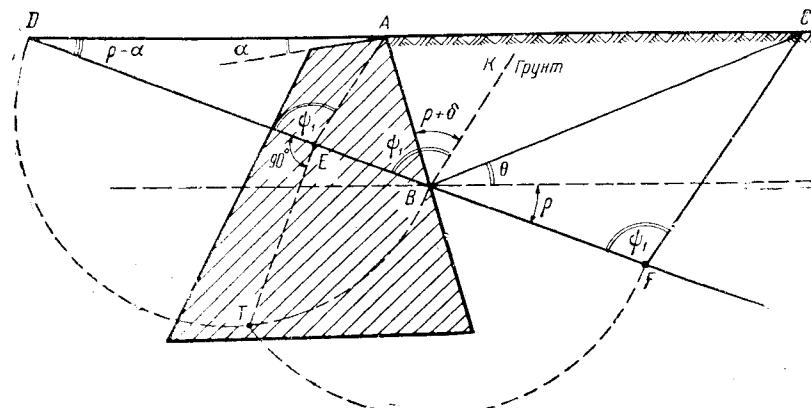


Рис. 52

$$E_n = \frac{1}{2} \gamma h^2 \operatorname{tg}^2 \left(45 + \frac{\rho}{2} \right). \quad (2.60)$$

Особенно часто применяется последняя формула.

Для случая активного давления

$$E = \frac{1}{2} \gamma h^2 \operatorname{tg}^2 \left(45 - \frac{\rho}{2} \right).$$

При одинаковой высоте засыпки отношение пассивного давления к активному

$$\frac{E_n}{E} = \frac{\operatorname{tg}^2 \left(45 + \frac{\rho}{2} \right)}{\operatorname{tg}^2 \left(45 - \frac{\rho}{2} \right)} = \frac{1}{\operatorname{tg}^4 \left(45 - \frac{\rho}{2} \right)}.$$

Если $\rho = 30^\circ$, то это отношение будет:

$$\frac{E_n}{E} = 9.$$

Интенсивность пассивного давления из (2.59)

$$q_n = \gamma k_1^2 \sin \psi_1 h.$$

Эпюра интенсивности — треугольник.

Для случая вертикальной гладкой стенки и горизонтальной поверхности интенсивность пассивного давления

$$q_n = \gamma h \operatorname{tg}^2 \left(45 + \frac{\rho}{2} \right),$$

а интенсивность активного давления

$$p = \gamma h \operatorname{tg}^2 \left(45 - \frac{\rho}{2} \right).$$

При повороте длинных опор относительно оси, расположенной между началом и концом заложения, возникает смешанное давление (см. гл. VII).

§ 18. УЧЕТ СЦЕПЛЕНИЯ ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ БОКОВОГО ДАВЛЕНИЯ ГРУНТА

A. ДАВЛЕНИЕ ПРИ НАЛИЧИИ ОДНОГО СЦЕПЛЕНИЯ

Как известно, тонкозернистые глины обладают заметным сцеплением и низким внутренним трением. Для такого грунта при определении давления следует учесть сопротивление на сдвиг только по сцеплению и в формуле (1.12)

$$\tau = \operatorname{tg} \rho \cdot \sigma + c \quad (2.61)$$

положить ρ равным нулю. Следовательно, сопротивление сдвига будет:

$$\tau = c,$$

где c — параметр, условно называемый сцеплением (см. § 2, табл. 4).

Минимальное нормативное значение c для глины при определении деформации [26]

$$c = 0,05 \text{ кг/см}^2 = 0,5 \text{ м/м}^2.$$

Хотя применение глины для засыпки подпорных стенок не рекомендуется, но в ряде практических случаев неизбежно использование глинистых грунтов. Когда сопротивление сдвига определяется только сцеплением, учет сцепления совершенно необходим и при решении динамических задач.

Рассмотрим стенку с вертикальной задней гранью AB и горизонтальной поверхностью грунта (рис. 53, а). Найдем наибольшее активное давление грунта, применяя теорию Кулона и полагая сцепление c постоянным в любой плоскости сползания BS . Обозна-

чая высоту стенки через h и угол наклона линии сползания через θ , получим следующее выражение веса призмы сползания:

$$G = \frac{\gamma h^2}{2} \operatorname{ctg} \theta. \quad (a)$$

Нормальная и касательная составляющие силы веса

$$G \cos \theta \text{ и } G \sin \theta.$$

При возможности сползания по плоскости BS возникает сила сопротивления сдвигу, которую определяем как силу сцепления C ,

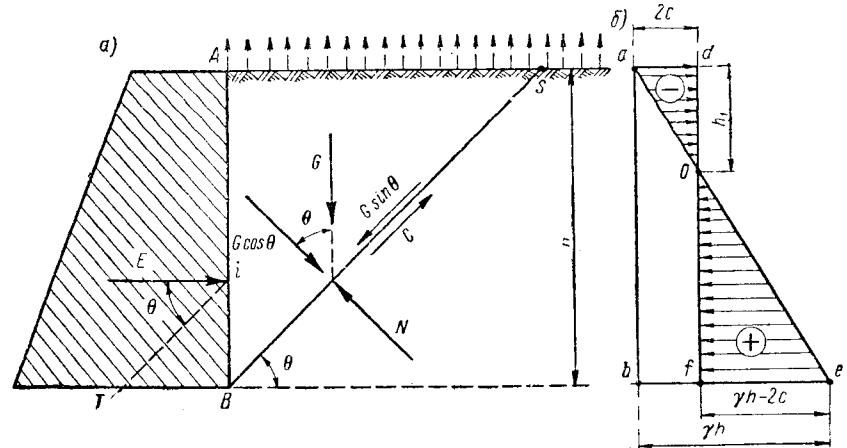


Рис. 53

равную произведению интенсивности сцепления c на площадь поверхности сползания ($BS \cdot 1$):

$$C = c (BS \cdot 1) = \frac{ch}{\sin \theta}. \quad (b)$$

Рассматривая призму сползания в момент предельного равновесия, проектируем все силы, приложенные к клину сползания, на ось BS :

$$E \cos \theta + C - G \sin \theta = 0,$$

откуда находим реакцию со стороны стенки, равную боковому давлению:

$$E = G \operatorname{tg} \theta - \frac{C}{\cos \theta}.$$

Внося значения G и C по (а) и (б) соответственно, получаем:

$$E = \frac{\gamma h^2}{2} - \frac{2ch}{\sin 2\theta}. \quad (в)$$

Формула (в) дает активное давление для любой линии сползания BS . Найдем то значение θ , для которого получаем наибольшее давление. Очевидно, максимальная величина силы E будет достигнута при наименьшем значении второго члена формулы (в), если $\sin 2\theta = 1$, или $\theta = 45^\circ$. Итак, наибольшее активное давление

$$E = \frac{\gamma h^2}{2} - 2ch. \quad (2.62)$$

Значение угла θ в данном случае можно получить и из предыдущего рассмотрения случая сыпучего тела, если положить в выражении

$$\theta = 45 + \frac{\rho}{2}$$

угол внутреннего трения ρ равным нулю. Отсюда следует, что направление линии сползания при наличии сцепления совпадает с ее направлением при учете трения. Это справедливо и при наличии в грунте как трения, так и сцепления.

Поясним полученное выражение для наибольшего давления по (2.62). Величина давления представляется разностью двух величин: гидростатического $\frac{\gamma h^2}{2}$, эпюра интенсивности для которого — треугольник abe (рис. 53, б), и обратного по направлению давления, вызванного наличием сцепления, эпюра интенсивности для которого — прямоугольник $adfb$. Обратное давление от сцепления вызвано как бы фиктивной, равномерно распределенной нагрузкой, направленной вверх.

Если сцепление в глине резко уменьшается вследствие ее ожижения, то $c \rightarrow 0$ и давление состоит только из одного гидростатического, когда

$$E_{\text{ж}} = \frac{\gamma h^2}{2}.$$

При затвердевании пленок воды в глине сцепление между ее частицами увеличивается и боковое давление определяется по формуле (2.62).

Выражение для интенсивности давления получим дифференцированием (2.62):

$$p = \frac{dE}{dh} = \gamma h - 2c. \quad (2.63)$$

Этому выражению соответствует разнозначная эпюра, изображенная на рис. 53, б. В верхней части эпюры получаем отрицательный участок высотой

$$h_1 = \frac{2c}{\gamma}, \quad (2.64)$$

т. е. стенка на этом участке как бы прижимается к грунту. Некоторые авторы [33] предлагают рассчитывать давление грунта только по положительной части эпюры ofe , считая, что сцепление между стенкой и грунтом на участке высотой h_1 может отсутствовать. Тогда окончательно давление

$$E_{\text{сц}} = \frac{(\gamma h - 2c)}{2} (h - h_1) = \frac{\gamma h^2}{2} - 2ch + \frac{4c^2}{2\gamma}. \quad (2.65)$$

Точка приложения давления $E_{\text{сц}}$ определяется на одной трети высоты $(h - h_1)$, т. е. $\frac{1}{3}(h - \frac{2c}{\gamma})$. Формулой (2.64) можно воспользоваться для приближенной оценки высоты h_1 вертикального откоса грунта, поскольку только ниже точки O возникает удельное боковое давление грунта, а на участке высотой h_1 интенсивность давления отрицательна. При $c = 0,5 \text{ m/m}^2$, $\gamma = 1,6 \text{ m/m}^3$ по (2.64) получаем:

$$h_1 = \frac{2c}{\gamma} = \frac{2 \cdot 0,5}{1,6} = 0,63 \text{ м.}$$

Б. ДАВЛЕНИЕ ПРИ НАЛИЧИИ СЦЕПЛЕНИЯ И ТРЕНИЯ В СЛУЧАЕ ВЕРТИКАЛЬНОЙ СТЕНКИ И ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

В общем случае грунт обладает и трением, и сцеплением; сопротивление сдвигу представляется общей формулой (2.61). Выведем формулу наибольшего активного давления в случае вертикаль-

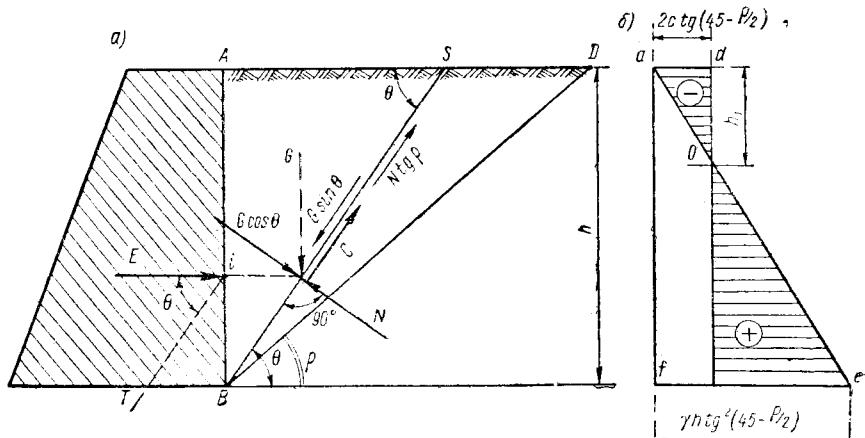


Рис. 54

ной задней грани AB и горизонтальной поверхности AS (рис. 54, а). Линия сползания BS наклонена к горизонтали под углом θ , большим чем при учете одного сцепления. Величина давления E заметно меньше величины, определяемой по формуле (2.62).

Найдем сначала величину давления для произвольной плоскости сползания BS , определив действие от клина сползания BAS на плоскость сползания, которое представляется равнодействующей сил E и G . Эта равнодействующая уравновешивается нормальной составляющей реакции N и касательными составляющими: силой трения $N \operatorname{tg} \rho$ и силой сцепления $C = \frac{ch}{\sin \theta}$. Суммируя проекции всех сил, действующих на клин сползания, на ось BS , получаем:

$$E \cos \theta + N \operatorname{tg} \rho - G \sin \theta = 0. \quad (\text{г})$$

Составляем теперь сумму проекций всех сил на ось, перпендикулярную к BS :

$$-E \sin \theta - G \cos \theta + N = 0. \quad (\text{д})$$

Получили два уравнения, включающие два неизвестных — N и E . Из уравнения (д) находим:

$$N = E \sin \theta + G \cos \theta.$$

Внося это выражение в (г), имеем:

$$E(\cos \theta + \sin \theta \operatorname{tg} \rho) + G(\cos \theta \operatorname{tg} \rho - \sin \theta) + C = 0,$$

или иначе:

$$E(\cos \theta + \sin \theta \operatorname{tg} \rho) = G(\sin \theta - \cos \theta \operatorname{tg} \rho) - C,$$

откуда

$$E = \frac{G(\sin \theta - \cos \theta \operatorname{tg} \rho) - C}{\cos \theta + \sin \theta \operatorname{tg} \rho}. \quad (\text{e})$$

Внося значения веса клина и силы сцепления

$$G = \frac{\gamma h^2}{2 \operatorname{tg} \theta}; \quad C = \frac{ch}{\sin \theta}$$

и умножая числитель и знаменатель выражения (е) на $\sin \theta$, имеем:

$$E = \frac{\frac{\gamma h^2}{2} \left(\frac{\sin 2\theta}{2} - \cos^2 \theta \operatorname{tg} \rho \right) - ch}{\frac{\sin 2\theta}{2} + \sin^2 \theta \operatorname{tg} \rho}. \quad (2.66)$$

Из условия максимума E находим, так же как и для сыпучего тела,

$$\theta = 45 + \frac{\rho}{2}. \quad (2.67)$$

Внося это значение в (2.66), получаем:

$$E = \frac{\frac{\gamma h^2}{2} \left[\cos \rho - 2 \cos^2 \left(45 + \frac{\rho}{2} \right) \operatorname{tg} \rho \right] - 2ch}{\cos \rho + 2 \sin^2 \left(45 + \frac{\rho}{2} \right) \operatorname{tg} \rho},$$

откуда после преобразования найдем:

$$E = \frac{\gamma h^2}{2} \operatorname{tg}^2 \left(45 - \frac{\rho}{2} \right) - 2ch \operatorname{tg} \left(45 - \frac{\rho}{2} \right). \quad (2.68)$$

Получено выражение для наибольшего активного давления при наличии и трения, и сцепления. Сравнивая его с (2.62), замечаем, что вместо гидростатического давления имеем:

$$\frac{\gamma h^2}{2} \operatorname{tg}^2 \left(45 - \frac{\rho}{2} \right),$$

а вместо отрицательного давления от сцепления $2ch$ теперь будет

$$2ch \operatorname{tg} \left(45 - \frac{\rho}{2} \right).$$

Наличие сцепления существенно уменьшает величину давления и понижает точку его приложения.

Интенсивность давления получим, дифференцируя выражение (2.68):

$$\rho = \frac{dE}{dh} = \gamma h \operatorname{tg}^2 \left(45 - \frac{\rho}{2} \right) - 2c \operatorname{tg} \left(45 - \frac{\rho}{2} \right). \quad (2.69)$$

Эпюра интенсивности (рис. 54, б) оказывается разнозначной. Участок эпюры отрицательного знака, определяемый по условию $\rho = 0$,

$$h_1 = \frac{2c}{\gamma \operatorname{tg} \left(45 - \frac{\rho}{2} \right)}. \quad (2.70)$$

Теперь высота «стояния» грунта, или высота вертикального откоса (рис. 55), определяется по (2.70) с учетом влияния и трения, и сцепления. Так, если $c = 0,5 \text{ m/m}^2$, $\rho = 30^\circ$, $\gamma = 1,6 \text{ m/m}^3$,

$$h_1 = \frac{2 \cdot 0,5}{1,6 \cdot 0,577} = 1,08 \text{ m.}$$

Так же как и в разделе A, пренебрегаем отрицательным боковым давлением на участке высотой h_1 (рис. 54, б). Тогда боковое давление грунта при наличии трения и сцепления

$$E_{\text{сд, tp}} = \frac{1}{2} \left[\gamma h \operatorname{tg}^2 \left(45 - \frac{\rho}{2} \right) - 2c \operatorname{tg} \left(45 - \frac{\rho}{2} \right) \right] (h - h_1).$$

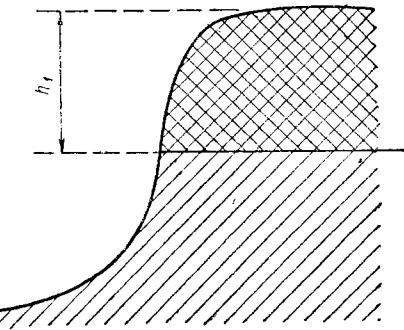


Рис. 55

Окончательно, принимая во внимание (2.70), получаем:

$$E_{\text{акт.тр}} = \frac{\operatorname{tg}\left(45 - \frac{\rho}{2}\right)}{2} \left[\gamma h^2 \operatorname{tg}\left(45 - \frac{\rho}{2}\right) - 4ch + \frac{4c^2}{\gamma} \right]. \quad (2.71)$$

Формула (2.71) выражает величину активного давления связанных грунта, обладающего и трением, и сцеплением, на вертикальную гладкую стенку с горизонтальной поверхностью. При этом пренебрегаем участком отрицательного давления в верхней зоне стенки.

в. давление в случае наклонных поверхностей грани стенки и засыпки

Приводим выражение (2.61) к одночленному виду, который соответствует учету лишь одного трения:

$$\tau = \sigma \operatorname{tg} \rho + c = \left(\sigma + \frac{c}{\operatorname{tg} \rho}\right) \operatorname{tg} \rho = (\sigma + \sigma_{\text{акт}}) \operatorname{tg} \rho. \quad (2.72)$$

В выражении (2.72) $\sigma_{\text{акт}} = \frac{c}{\operatorname{tg} \rho}$ — постоянная величина.

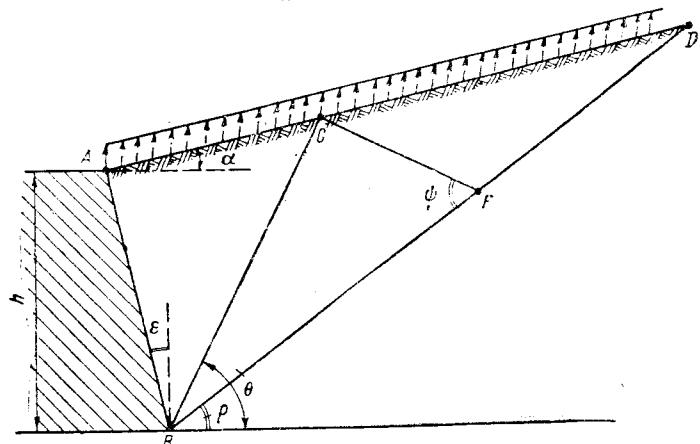


Рис. 56

Это дает возможность по аналогии с предыдущими выводами считать, что на поверхности грунта действует направленная вверх равномерно распределенная нагрузка, пропорциональная параметру сцепления c (рис. 56). Отсюда ясно, что линия сползания сохраняет свое направление, как и для сыпучего тела. Эта нагрузка дает уменьшение величины давления грунта по Како [63]:

$$E_{\text{акт}} = -\frac{ch}{\operatorname{tg} \rho} \left[1 - k^2 \sin \psi \frac{\cos \epsilon}{\cos(\alpha - \epsilon)} \right], \quad (2.73)$$

где h — высота стенки;

$$k = \frac{CF}{h};$$

ϵ — угол наклона стенки;

α — угол наклона поверхности.

Полное давление на стенку получается как разность:

$$E = \frac{1}{2} \gamma h^2 k^2 \sin \psi - \frac{ch}{\operatorname{tg} \rho} \left[1 - k^2 \sin \psi \frac{\cos \epsilon}{\cos(\alpha - \epsilon)} \right]. \quad (2.74)$$

В (2.74) имеем общую формулу для давления при наличии и трения, и сцепления. Для частного случая вертикальной гладкой грани стенки ($\epsilon = 0$, $\delta = 0$) и горизонтальной поверхности ($\alpha = 0$) (2.74) получает вид:

$$E = \frac{1}{2} \gamma h^2 \operatorname{tg}^2 \left(45 - \frac{\rho}{2}\right) - \frac{ch}{\operatorname{tg} \rho} \left[1 - \operatorname{tg}^2 \left(45 - \frac{\rho}{2}\right) \right]. \quad (2.75)$$

Окончательно вместо (2.75) после преобразования будет:

$$E = \frac{1}{2} \gamma h^2 \operatorname{tg}^2 \left(45 - \frac{\rho}{2}\right) - 2ch \operatorname{tg} \left(45 - \frac{\rho}{2}\right), \quad (2.76)$$

что совпадает с формулой (2.68), выведенной на основе рассмотрения равновесия клина скольжения.

г. пассивное давление при наличии трения и сцепления

Пассивное давление при наличии трения и сцепления находится, аналогично определению его при наличии только трения, изменением знаков на обратные при углах трения ρ , δ и сцепления c , а также заменой k на k_1 и ψ на ψ_1 (см. § 17).

Вместо (2.74) получаем следующее выражение для пассивного давления:

$$E_{\text{п}} = \frac{1}{2} \gamma h^2 k_1^2 \sin \psi_1 + \frac{ch}{\operatorname{tg} \rho} \left[1 - k_1^2 \sin \psi_1 \frac{\cos \epsilon}{\cos(\alpha - \epsilon)} \right]. \quad (2.77)$$

Вследствие наличия сцепления пассивное давление увеличивается сравнительно с активным. Для частного случая вертикальной гладкой грани стенки ($\epsilon = 0$, $\delta = 0$) и горизонтальной поверхности грунта ($\alpha = 0$) вместо (2.77) имеем:

$$E_{\text{п}} = \frac{1}{2} \gamma h^2 \operatorname{tg}^2 \left(45 + \frac{\rho}{2}\right) + 2ch \operatorname{tg} \left(45 + \frac{\rho}{2}\right). \quad (2.78)$$

§ 19. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДАВЛЕНИЯ ГРУНТА ОТ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ СИЛ, ПРИЛОЖЕННЫХ НА ПОВЕРХНОСТИ

А. УЧЕТ ТОЛЬКО СЦЕПЛЕНИЯ

Способ определения давления от наклонной нагрузки на поверхности дан В. В. Синельниковым [38].

Выведем формулы для активного давления на вертикальную гладкую стенку при горизонтальной поверхности грунта, к которой приложена горизонтальная сила $K = k$ (*AS* · 1), где k — интен-

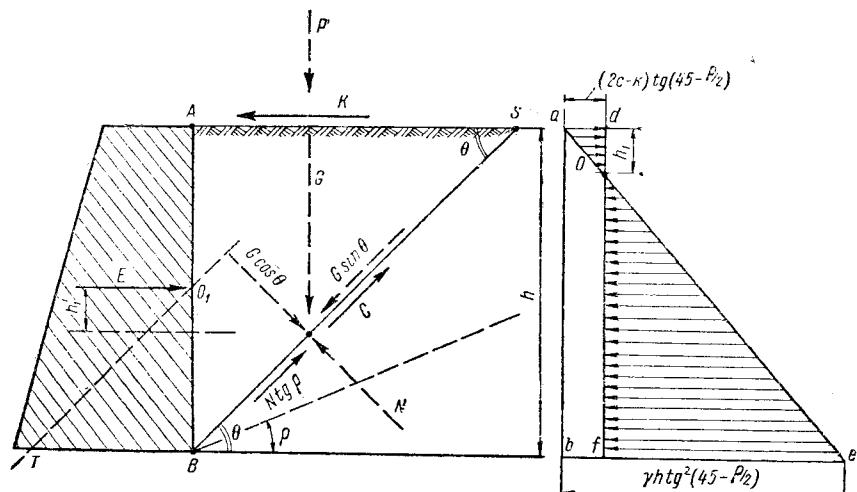


Рис. 57

сивность равномерно распределенной нагрузки. Все силы, действующие на клин сползания (E , K , C и N) изображены на рис. 57, а.

Проектируя эти силы на ось BS , имеем:

$$E \cos \theta + C - G \sin \theta - K \cos \theta = 0, \quad (\text{а})$$

где

$$C = \frac{ch}{\sin \theta}.$$

Из (а) получаем:

$$E = G \tan \theta - \frac{2ch}{\sin 2\theta} + K = \left(\frac{\gamma h^2}{2 \tan \theta} + \sum P \right) \tan \theta - \frac{2ch}{\sin 2\theta} + K.$$

Наибольшее активное давление при $\theta = 45^\circ$

$$E = \left(\frac{\gamma h^2}{2} + \sum P \right) + K - 2ch, \quad (2.79)$$

где

$$K = kh.$$

Интенсивность

$$p = \gamma h + k - 2c. \quad (2.80)$$

Имея величину полного бокового давления, легко найти точку приложения давления E , составляя сумму моментов относительно точки O приложения вертикальных сил к линии сползания BS (предполагаем, что линии действия ΣP и $G_{\text{рв}}$ совпадают):

$$Eh_1' - K \cdot \frac{2}{3} h = 0, \quad (6)$$

где h_1' — плечо силы E относительно точки O .

Из (6) получаем:

$$h_1' = \frac{2Kh}{3E}.$$

Это выражение дает контроль в вычислении, если, как это обычно делают, точку приложения давления находят по эпюре интенсивности.

Из (2.80) устанавливаем длину участка отрицательного давления:

$$h_1 = \frac{2c - k}{\gamma}. \quad (2.81)$$

Полное давление определим теперь по площади эпюры интенсивности положительного знака, т. е. по площади треугольника ofc (рис. 57, б):

$$E_{\text{пп}} = \frac{1}{2} [\gamma h - (2c - k)] (h - h_1). \quad (2.82)$$

При этом считаем, что $2c > k$.

Если $2c < k$ (значительные горизонтальные нагрузки), то отрицательного участка не получается и полное давление определяем по (2.79). При наличии вертикальной нагрузки на поверхности необходимо ее учесть дополнительно.

Пример. Если $h = 7 \text{ м}$, $K = 2,1 \text{ м}$, $k = 0,3 \text{ м}^2/\text{м}^2$, $\gamma = 1,6 \text{ м}^3/\text{м}^3$, $c = 0,5 \text{ м}^2/\text{м}^2$, $2c - k = 0,7 \text{ м}^2/\text{м}^2$, то $h_1 = 0,44 \text{ м}$, $h - h_1 = 6,56 \text{ м}$, $\gamma h - (2c - k) = 10,5 \text{ м}^2/\text{м}^2$, $E_{\text{пп}} = 34,4 \text{ м}$.

Б. УЧЕТ ТРЕНИЯ И СЦЕПЛЕНИЯ

Учтем добавочное действие силы K (рис. 58).

Проектируя все силы на ось BS и ей перпендикулярную, имеем:

$$E \cos \theta + C + N \tan \rho - G \sin \theta - K \cos \theta = 0;$$

$$- E \sin \theta - G \cos \theta + N + K \sin \theta = 0.$$

Решая эти два уравнения относительно неизвестных E и N , находим:

$$E = \frac{G(\sin \theta - \cos \theta \tan \rho) - C}{\cos \theta + \sin \theta \tan \rho} + K.$$

Внося значения сил

$$G = G_{rp} = \frac{\gamma h^2}{2 \tan \theta},$$

после преобразования получим:

$$E = \frac{\frac{\gamma h^2}{2} \left(\frac{\sin 2\theta}{2} - \cos^2 \theta \tan \rho \right) - ch}{\frac{\sin 2\theta}{2} + \sin^2 \theta \tan \rho} + K.$$

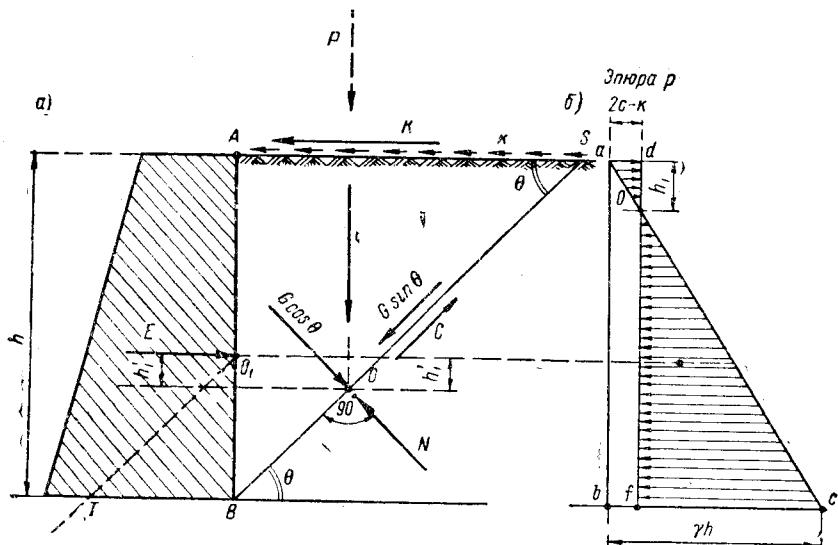


Рис. 58

Наибольшее давление полагаем для направления линии сползания

$$\theta = 45 + \frac{\rho}{2}.$$

В результате приведения к более простому виду имеем:

$$E = \frac{\gamma h^2}{2} \tan^2 \left(45 - \frac{\rho}{2} \right) - 2ch \tan \left(45 - \frac{\rho}{2} \right) + K, \quad (\text{в})$$

где

$$K = k \bar{AS} = \frac{kh}{\tan \left(45 + \frac{\rho}{2} \right)} = kh \tan \left(45 - \frac{\rho}{2} \right). \quad (\text{г})$$

Окончательно получаем следующее выражение для величины давления по (в), внося (г):

$$E = \frac{\gamma h^2}{2} \tan^2 \left(45 - \frac{\rho}{2} \right) - (2ch - kh) \tan \left(45 - \frac{\rho}{2} \right). \quad (2.83)$$

Интенсивность давления

$$p = \gamma h \tan^2 \left(45 - \frac{\rho}{2} \right) - (2c - k) \tan \left(45 - \frac{\rho}{2} \right). \quad (2.84)$$

Высота участка эпюры с отрицательным давлением (рис. 58)

$$h_1 = \frac{2c - k}{\gamma \tan \left(45 - \frac{\rho}{2} \right)}. \quad (2.85)$$

Величина давления по однозначному участку эпюры интенсивности of/c

$$E_{\text{сц, rp}} = \frac{\left[\gamma h \tan \left(45 - \frac{\rho}{2} \right) - (2c - k) \right] (h - h_1) \tan \left(45 - \frac{\rho}{2} \right)}{2}. \quad (2.86)$$

Заметим, что при наличии на поверхности грунта сосредоточенной нагрузки P (рис. 58) ее влияние на боковое давление должно быть учтено дополнительно по способу, изложенному в § 14.

§ 20. КРАТКИЙ ИСТОРИЧЕСКИЙ ОБЗОР ТЕОРИИ ДАВЛЕНИЯ ГРУНТОВ

Теория давления грунтов на подпорные стены получила первый толчок в своем развитии в конце XVII — в начале XVIII веков в связи со строительством стенок. Первое сочинение по чисто эмпирическому расчету подпорных стенок принадлежит Вобану (1687 г.). Насколько далеки были инженеры того времени от действительности, видно из того, что современник Вобана инженер Монье предлагал принимать плоскость сползания совпадающей с плоскостью естественного откоса, а направление реакции R неподвижной части грунта он считал нормальным к плоскости сползания. Первым, кто указал, что на величину давления земли сильное влияние оказывает трение, был Купле (1726 г.).

Стройную теорию давления грунта на вертикальную грань стены при учете как трения, так и сцепления дал в 1773 г. Кулон [64], в отличие от современного изложения этой теории, он не учитывал трения по грани стены. Понселе (в 1840 г.) рассмотрел задачу по определению давления на стенку с любым наклоном задней грани и при наклонной ее поверхности, предложив изложенное выше графическое решение этой задачи.

В связи с развитием методов теории упругости Ренкин [71] в 1857 г. дал простое решение задачи о напряжениях в сыпучем

теле и о направлениях площадок скольжения в нем. Основные положения теории Ренкина следующие:

1) рассмотрено напряженное состояние не ограниченной с боков массы сыпучего тела с наклонной плоской поверхностью (рис. 59);

2) полученное в этом случае соотношение в напряжениях переносится на состояние грунта, поддерживаемого стенкой, и находится интенсивность давления на вертикальную грань стенки.

По Ренкину в грунте получается система плоских поверхностей скольжения, что является следствием принятого линейного распределения напряжений.

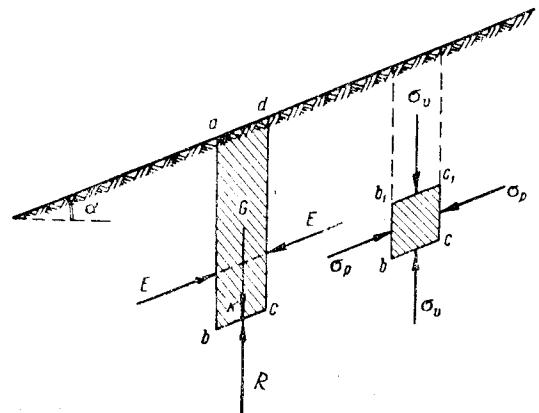


Рис. 59

Представление Ренкина о том, что направление давления на стенку подчиняется не физическому закону трения в связи с шероховатостью стенки, а очертанию поверхности сыпучего тела (по Ренкину давление грунта на стенку всегда параллельно поверхности), является ошибочным. Рассматривая массу сыпучего тела, ограниченную наклонной плоскостью ($\alpha \neq 0$ по рис. 59) и бесконечно простирающейся в стороны, выделим призму ее $abcd$, на которую действует сила веса G , сила бокового давления E и по площадке bc реакция R , приложенная в точке k .

Применяя условие равновесия $\Sigma M_k = 0$, придем к выводу, что силы E , действующие по соседним площадкам ab и dc , должны быть параллельны и не давать момента относительно точки k , т. е. быть параллельными линии поверхности ad . Из условия $\Sigma X = 0$ для призмы получим, что реакция R по площадке bc может быть только вертикальной. Условие $\Sigma Y = 0$ дает $R = G = h\gamma dx$, а напряжение здесь

$$\sigma_v = \frac{G \cos \alpha}{dx} = h\gamma \cos \alpha. \quad (a)$$

Выделяя бесконечно малый элемент bcc_1b_1 (рис. 59, справа), находим, что по граням bb_1 и cc_1 действуют напряжения σ_p , параллельные площадкам b_1c_1 , bc , а по последним действуют напряжения σ_v , параллельные площадкам bb_1 , cc_1 . Такие напряжения назы-

ваются сопряженными, и из круга Мора [39] получаем следующее выражение σ_p через σ_v :

$$\sigma_p = \sigma_v \frac{\cos \alpha - \sqrt{\sin^2 \rho - \sin^2 \alpha}}{\cos \alpha + \sqrt{\sin^2 \rho - \sin^2 \alpha}} = \sigma_v \xi, \quad (b)$$

где

$$\xi = \frac{\cos \alpha - \sqrt{\sin^2 \rho - \sin^2 \alpha}}{\cos \alpha + \sqrt{\sin^2 \rho - \sin^2 \alpha}}. \quad (b)$$

Если $\alpha = 0$, то вместо (б) по Ренкину имеем:

$$\sigma_p = \gamma h \frac{1 - \sin \rho}{1 + \sin \rho} = \gamma h \operatorname{tg}^2 \left(45 - \frac{\rho}{2} \right). \quad (g)$$

Покажем, как по теории Ренкина определяются направления площадок скольжения. Находим сначала нормальные напряжения

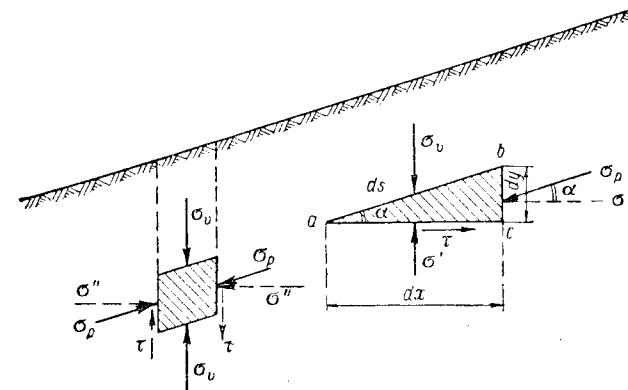


Рис. 60

по горизонтальной и соответственно вертикальной площадке (рис. 60). По [39]

$$\begin{aligned} \sigma' &= h\gamma (1 + \sin^2 \alpha \cdot \xi); \\ \sigma'' &= h\gamma \cos^2 \alpha \cdot \xi, \end{aligned} \quad \} \quad (d)$$

где ξ определяется по (в).

По кругу Мора вычисляем главные напряжения σ_1 и σ_2 , принимая за исходные напряжения σ' и σ'' (рис. 61):

$$\begin{aligned} \sigma_{1,2} &= \frac{1}{2} \left[(\sigma' + \sigma'') \pm \sqrt{(\sigma' - \sigma'')^2 + 4\tau^2} \right] = \\ &= \frac{\gamma h}{2} \left[(1 + \xi) \pm \sqrt{1 - 2\xi \cos 2\alpha + \xi^2} \right], \end{aligned} \quad (e)$$

где касательное напряжение

$$\tau = \sigma_p \sin \alpha = \gamma h \frac{\sin 2\alpha}{2} \xi. \quad (\text{ж})$$

Напряжения σ_1 и σ_2 изображены на рис. 61, а (внизу). Круг Мора представлен на рис. 61, б.

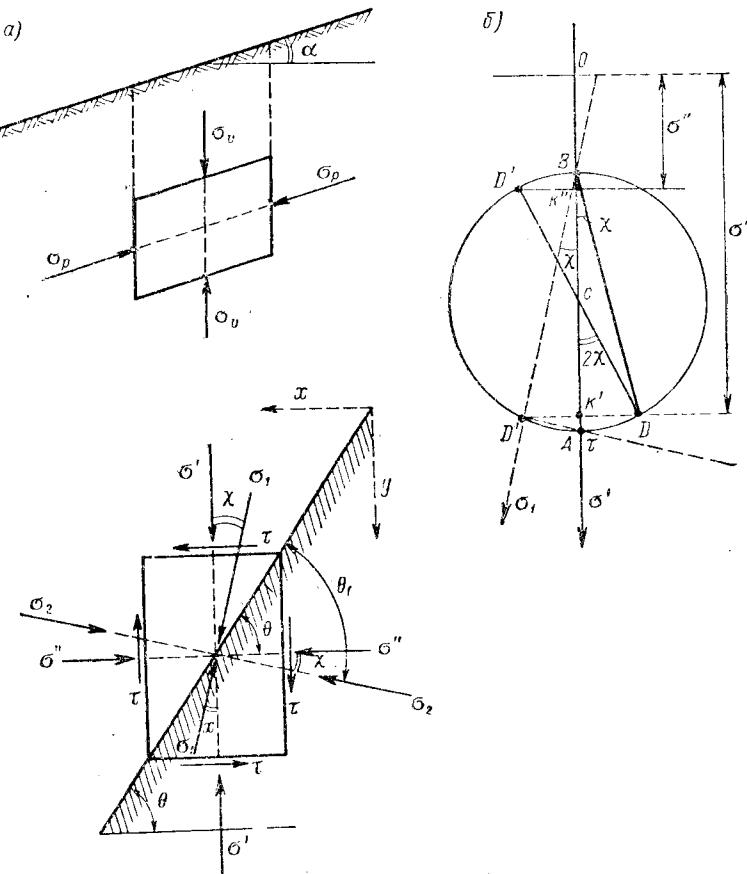


Рис. 61

Третье главное напряжение

$$\sigma_3 = \mu (\sigma_1 + \sigma_2), \quad (\text{з})$$

где μ — коэффициент Пуассона.

Остановимся на способе Ренкина, данном в современном развитии [39] для определения направления площадки скольжения.

Сначала находится угол χ отклонения первого главного напряжения σ_1 от вертикали:

$$\operatorname{tg} 2\chi = \frac{2\tau}{\sigma' - \sigma''}, \quad (\text{и})$$

где τ определяется по (ж), а σ' , σ'' — по (д).

Далее вычисляется угол между площадкой скольжения и горизонталью, т. е. угол θ (на рис. 61, а площадка скольжения заштрихована):

$$\theta = 45 + \frac{\rho}{2} - \chi. \quad (\text{k})$$

В качестве примера возьмем случай, когда $\alpha = 20^\circ$, $\rho = 35^\circ$ (рис. 62). Найдем главные напряжения и направления площадок

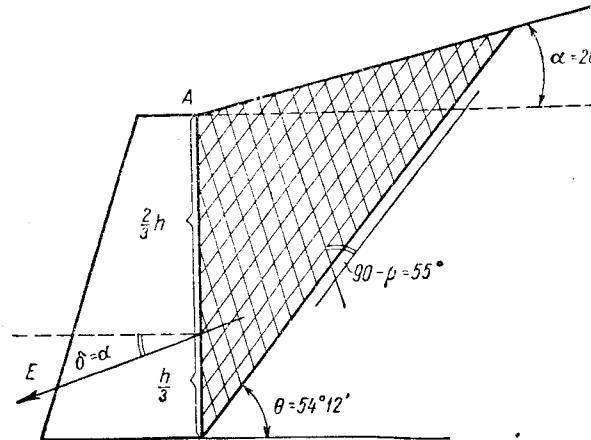


Рис. 62

скольжения. Вычисляем по формулам (в), (д), (ж), (е), (и), (к) последовательно:

$$\xi = 0,343; \sigma' = h\gamma (1 + \xi \sin^2 \alpha) = 1,040 h\gamma;$$

$$\sigma'' = h\gamma \xi \cos^2 \alpha = 0,303 h\gamma;$$

$$\tau = h\gamma \cdot \frac{\sin 40^\circ}{2} = 0,110 h\gamma;$$

$$\sigma_1 = 1,07 h\gamma; \sigma_2 = 0,28 h\gamma; \sigma_3 = 0,45 h\gamma;$$

$$\operatorname{tg} 2\chi = \frac{2\tau}{\sigma' - \sigma''} = 0,298;$$

$$2\chi = 16^\circ 36'; \chi = 8^\circ 18';$$

$$\theta = 45 + \frac{\rho}{2} - \chi = 54^\circ 12'.$$

Угол наклона второй линии скольжения к первой: $90 - \rho = 55^\circ$. Заметим, что угол наклона площадки скольжения по Ренкину может быть найден из уравнения [39]:

$$\cos(2\theta - \alpha - \rho) = \frac{\sin \alpha}{\sin \rho}. \quad (\text{л})$$

Опытные исследования показали, что вывод Ренкина о независимости направления давления от свойств стенки (ее шероховатости) является неверным, а действительное давление оказывается выше примерно на 15%, чем по Ренкину (по опытам Мюллер-Бреслау). Источник ошибок лежит в применении плоских поверхностей скольжения. Строгое решение этой задачи по теории пластичности предложено В. В. Соколовским [47].

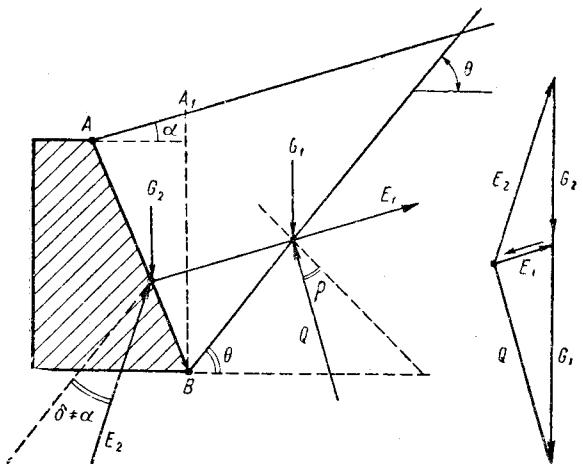


Рис. 63

Дадим следующее простое решение для определения давления грунта по Ренкину в случае наклонной задней грани (рис. 63). Сначала определяем давление E_1 на вертикальную грань A_1B по Ренкину от веса клина сползания G_1 . Далее рассматриваем равновесие клина AA_1B и складываем силу E_1 , равную и противоположно направленную, с весом второго клина G_2 . Получаем давление грунта E_2 на наклонную грань AB . Угол δ при этом окажется не равным углу α .

Еще в конце XIX столетия (1880 г.) Энгессер предложил ввести ломаную линию сползания вместо прямой. Идею Энгессера о ломаной линии сползания подробно разработал в 1932 г. Крей, который дал простой способ отыскания вынужденной линии скольжения (у грани стенки) на основе рассмотрения напряженного состояния грунта вблизи стенки в предельном состоянии (см. § 21). При этом Крей и далее Кани широко использовали ценное графическое пред-

ставление напряженного состояния, предложенное Мором для отыскания величин и направлений главных напряжений. Кульман разработал в 1886 г. графический способ нахождения максимального давления грунта в общем случае криволинейной поверхности, а Ребхан еще ранее (в 1871 г.) дал графическое представление условия экстремума давления в форме равенства площадей силового треугольника и сечения призмы сползания. Экспериментальные работы были проведены Форхаймером в 1882 г., Мюллер-Бреслау в 1906 г., Франциусом и в 30-х годах Терцаги [49] и Креем [22].

Большой вклад в развитие теории давления грунтов и решение различных задач расчета фундаментов внесли отечественные ученые. Известны первые работы по теории устойчивости песчаных оснований нашего военного инженера Г. Е. Паукера (1822—1889 гг.), который в 1857 г. предложил, на основе рассмотрения явления выпирания грунта, формулу для расчета глубины заложения фундамента. В 1869 г. впервые был издан курс «Основания и фундаменты» русского военного инженера проф. В. Карловича. Проф. В. И. Курдюмов провел в 1889 г. большие опытные исследования работы песчаного основания. Им были получены на фотопластинке криволинейные траектории движения частиц грунта основания. Метод определения несущей способности свай по их «отказу» впервые разработал наш известный исследователь в области механики грунтов Герсеванов [9]. Формулу Паукера усовершенствовал в 1914 г. Белзецкий, известный своими трудами по статике сыпучих тел [4].

К 20-м годам этого столетия относятся труды профессора Пузревского [34], применившего теорию упругости к решению ряда задач теории расчета оснований и фундаментов. К этому же времени относятся работы по механике грунтов Терцаги, переизданные у нас в 1933 г. [49]. Следует отметить большой вклад в теорию расчета высоких опор и общую теорию давления грунтов, который внесли И. П. Прокофьев, Н. И. Безухов, С. С. Голушкин и многие другие отечественные ученые.

Большую работу по развитию теории круглоцилиндрической поверхности сползания с учетом сцепления проделал Феллениус [54]. Ценные теоретические разработки по применению теории пластичности к задачам о несущей способности грунтовых оснований проведены Коттером в 1903 г., Прандтлем в 1921 г., Рейснером в 1924 г., Карманом, Како [63] и другими. Первые основные задачи теории пластичности для грунтов были решены Прандтлем, Е. Рейснером, В. И. Новоторцевым (1938 г.) и другими. Общая же теория предельного равновесия грунтов в условиях плоской задачи была разработана в 1939 г. Соколовским [47]. Осесимметричную задачу теории предельного равновесия сыпучей среды разрешил Березанцев [5]. Следует заметить, что впервые применил теорию пластичности к определению несущей способности грунтовых оснований Новоторцев [28]. Графическое решение задачи опре-

деления давления сыпучего тела на основе теории пластичности грунтов, разработанной В. В. Соколовским, дал в своей работе Голушкиевич [11].

Среди ряда работ по расчету грунтовых оснований следует назвать замечательные работы Н. А. Цытовича, Н. Н. Маслова, М. И. Гольдштейна, В. А. Флорина, М. И. Горбунова-Посадова и других. Б. Д. Васильевым разработаны основные положения теории совместной работы сооружения и грунтов основания при большой сжимаемости последнего. Трудами Д. Д. Баркана, О. А. Савинова, Б. П. Татарникова и других созданы различные типы вибраторов для механического погружения свай. Известны также ценные работы по динамике грунтов Г. А. Гениева и О. Я. Шехтер [57].

§ 21. ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ДАВЛЕНИЯ ПРИ ЛОМАНОЙ ЛИНИИ СПОЛЗАНИЯ

Теория Кулона, как было отмечено выше, обладает таким противоречием: направления трех сил — веса клина сползания G , реакции со стороны стенки E и реакции со стороны плоскости сползания R в общем случае не пересекаются в одной точке (рис. 64). В самом деле, если принять распределение интенсивности давления

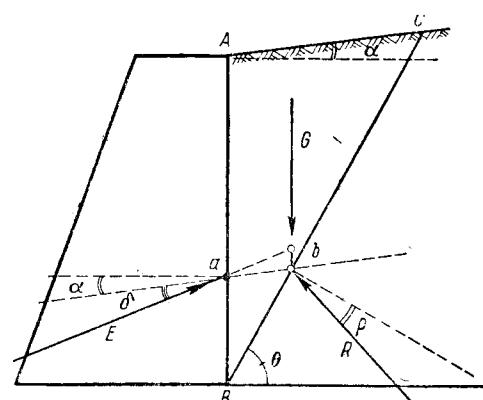


Рис. 64

равновесия клина не выполняется. Это серьезное противоречие вытекает из предположения о линейном распределении интенсивности давления по линейным поверхностям скольжений.

Противоречие решения Кулона отпадает лишь при введении криволинейных поверхностей скольжения по Соколовскому [47] или при отказе от линейного распределения интенсивности давления.

Ниже излагаем теорию определения давления с использованием ломаной линии сползания по Энгессеру — Канну [39].

Энгессер предложил в 1890 г. для упрощения расчета в отличие от криволинейной линии скольжения принимать линию сползания ломаной, состоящей из нижней — вынужденной и верхней — естественной линии сползания (рис. 65). Обозначим угол наклона вынужденной линии сползания θ_1 , а естественной линии сползания — θ . Через нижнюю точку грани стенки B проводим вынужденную линию сползания BD под углом θ_1 до пересечения с линией AD , которая находится следующим путем: из точки A начала стенки проводят линию AD второго направления скольжения так, чтобы AD составляла с линией DC внутренний угол $(90 - \rho)$ (рис. 65). Затем из точки D ведем естественную линию сползания под углом θ . Сила E в общем случае не будет проходить через точку D .

Для угла наклона естественной линии сползания θ дается формула, полученная из круга Мора (рис. 61):

$$\theta = 45 + \frac{\rho}{2} - \chi, \quad (a)$$

где угол χ между σ_1 и вертикалью определяется по формуле (и) § 20. Для угла наклона вынужденной линии сползания, исходя из анализа напряженного состояния грунта у самой грани стенки (рис. 66), можно получить [39]:

$$\theta_1 = 90 + \epsilon - (v_1 + v), \quad (b)$$

где ϵ принимается положительным при наклоне стенки вперед от грунта.

Для углов v и v_1 имеем следующие выражения:

$$v = 45 - \frac{\rho}{2}; \quad (в)$$

$$\operatorname{tg} v_1 = \frac{n-1}{2n \operatorname{tg} \delta} \pm \sqrt{\left(\frac{n-1}{2n \operatorname{tg} \delta}\right)^2 - \frac{1}{n}}, \quad (г)$$

где $n = \frac{\sigma_1}{\sigma_2}$ — отношение главных напряжений, действующих в плоскости сечения стенки.

Согласно рис. 66 v — угол отклонения главного напряжения σ_1 от направления первой площадки скольжения, v_1 — угол отклонения направления σ_1 от грани стенки. Из выражения (г) видно, что $\operatorname{tg} v_1$ зависит от $\operatorname{tg} \delta$. Знак минус перед корнем формулы (г) вводится для активного давления, знак плюс — для пассивного. Отношение n из круга Мора [39] берется по формуле:

$$\sin \rho = \frac{n-1}{n+1}; \quad (\text{д})$$

чем больше угол ρ , тем больше отношение n .

Ниже приведены некоторые значения n для различных величин ρ :

$\rho =$	0	$11,5^\circ$	$19,5^\circ$	$25,3^\circ$	30°	$33,7^\circ$	$36,8^\circ$
$n =$	1	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0

Зная угол ρ , определяем отношение главных напряжений n , после чего по формуле (г) находим v_1 в функции от n и δ . Определив v по (в) и v_1 по (г), вычисляем по (б) угол θ_1 .

Угол естественной линии сползания θ можно вычислить по (а), однако проще всего θ найти по (б), поскольку последняя формула получена из анализа равновесия соответствующей треугольной призмочки [39]. Необходимо только заменить угол δ на угол α и положить $\varepsilon = 0$ (случай Ренкина). Итак, для угла θ имеем формулу:

$$\theta = 90 - (v_1 + v). \quad (\text{е})$$

Углы v и v_1 берутся по (в) и (г) в зависимости от углов ρ и $\delta = \alpha$.

Сформулируем окончательно общий порядок решения задачи определения давления E по теории ломаной линии сползания (рис. 67):

1) по значениям углов ρ и $\delta = \alpha$ находятся углы v и v_1 для вынужденной линии сползания; по значениям углов ρ и α определяются углы v_1 и v для естественной линии сползания (при этом δ заменяется на α);

2) вычисляются углы θ_1 и θ соответственно по (б) и (е);

3) под углом θ_1 наносится вынужденная линия сползания BD до точки D , откуда проводится естественная линия сползания DC под углом θ , причем точка D определяется проведением второй линии скольжения; линия AD составляет угол $90 - \rho$ с первой линией скольжения;

4) рассматривается равновесие треугольника сползания под действием веса его G_1 и реакций E_1 и R_1 и находится сила E_1 ;

5) по условию равновесия клина скольжения ABD , зная равнодействующую Q сил G_2 и E_1 , определяется сила E .

Конечно, найденная таким образом сила бокового давления E отличается от ее значения по теории Кулона, т. е. по теории прямой линии сползания. Однако для обычных случаев (δ близко к нулю) отклонение весьма незначительно.

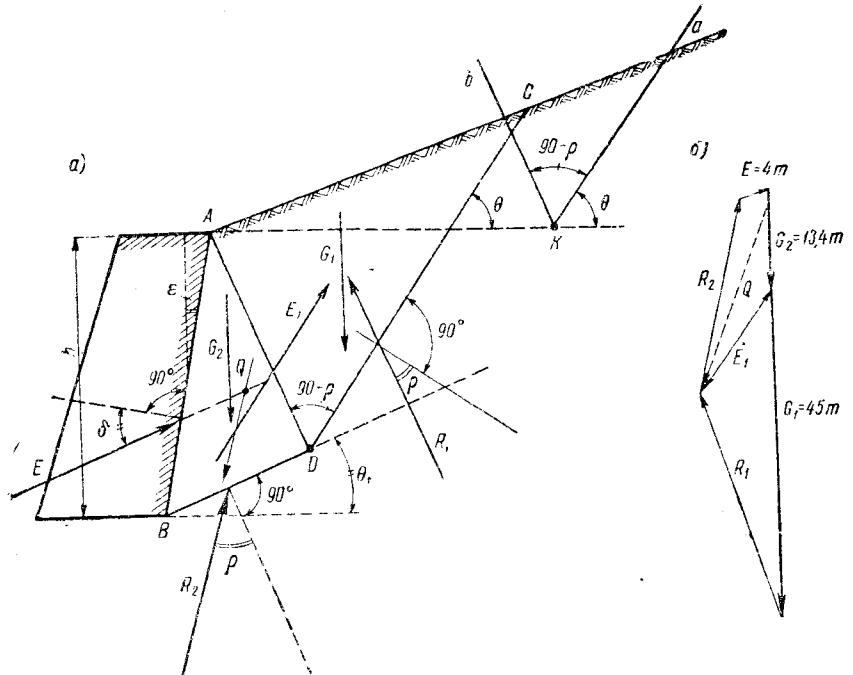


Рис. 67

Пример. Найти ломаную линию сползания и величину давления на стенку высотой $h = 7,5$ м, если $\varepsilon = -10^\circ$ (наклон грани AB в сторону грунта), $\alpha = 20^\circ$, $\rho = 35^\circ$, $\delta = 35^\circ$. Взят крайний случай большой шероховатости стенки и сухого песка. Объемный вес грунта $\gamma = 1,6 \text{ m}^3$.

Решение. По теории Кулона давление $E_k = 11,6$ т. Переходим к применению теории ломаной линии сползания. При значениях углов $\rho = 35^\circ$ и $\delta = 35^\circ$ имеем $(v_1 + v) = 55^\circ$. Следовательно, по (б)

$$\theta_1 = 90 - 10 - 55 = 25^\circ,$$

т. е. вынужденная линия сползания положе линии трения. Далее, при $\rho = 35^\circ$, $\alpha = \delta = 20^\circ$ получим $(v_1 + v) = 35^\circ 45'$. Следовательно, по (е)

$$\theta = 90 - 35^\circ 45' = 54^\circ 15'.$$

У произвольной точки k (рис. 67, а) проводим линию ka под углом θ , затем линию kb под углом $(90 - \rho)$. Из точки B ведем вынужденную линию сколь-

жения BD под углом θ_1 до пересечения с линией $AD \parallel bk$, а из точки D — линию DC под углом θ . Ломаная линия сползания найдена: это линия BDC . От клина сползания ADC находим реакции R_1 и E_1 по величине G_1 (рис. 67, б). Определив вес G_2 клина ABD , складываем силу G_2 с силой E_1 и их равнодействующую Q разлагаем на направления E и R_2 . Сила E в данном случае при значительном δ существенно меньше силы Кулонова давления.

При малых δ величины давлений по теории ломаной линии сползания и по Кулону почти совпадают [39].

Ниже будет изложен способ определения давления грунтов с учетом условий совместности перемещений стенки и клина сползания, дающий иные результаты.

ГЛАВА ТРЕТЬЯ

РАСЧЕТ МАССИВНЫХ ПОДПОРНЫХ СТЕНОК НА ПРОЧНОСТЬ, ЖЕСТКОСТЬ ОСНОВАНИЯ И УСТОЙЧИВОСТЬ

§ 22. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ ПО РАСЧЕТУ ПОДПОРНОЙ СТЕНКИ НА ПРОЧНОСТЬ

А. ВИД СТЕНОК

Различаем два типа стенок: массивные с неглубокими по высоте заложения h фундаментами (рис. 68, а) и тонкие с большим заглублением в грунт (рис. 68, б).

К последним можно отнести шпунтовые стенки, столбы, сваи, тонкие стенки железобетонных устоев и т. п.

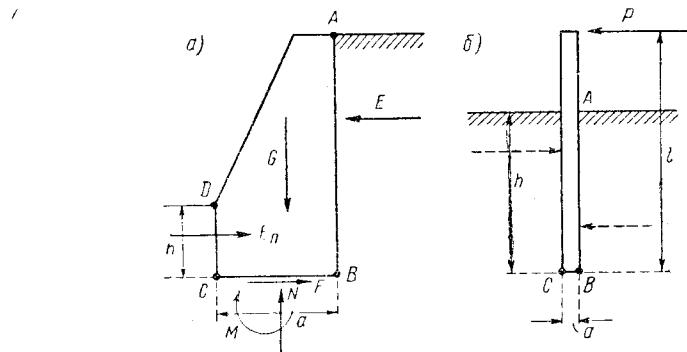


Рис. 68

Очевидно, при очень малой ширине a стенки сравнительно с длиной l нельзя пренебречь искривлением, в то время как для массивной стенки при большой ее ширине a деформация столь ничтожна, что ею следует пренебречь. Поэтому массивные подпорные стенки считаются абсолютно жесткими, и полагают, что перемещения их возникают лишь в результате деформации окружающей грунтовой среды. Для тонкой стенки $\frac{a}{h} \leq \frac{1}{7} \div \frac{1}{10}$. Заметим, что в первом при-

ближении тонкую стенку, у которой $a \geq \frac{1}{12} h$, можно рассчитывать как абсолютно жесткую; в противном случае, при $a < \frac{1}{12} h$, — как гибкую, т. е. учитывать ее искривление.

При расчете устойчивости и прочности тонкой стенки особое внимание уделяют изучению распределения давления грунта по высоте ее заложения AB . Сопротивление грунта по основанию при малой ширине a и действие горизонтальных сил не учитываются. Наоборот, для массивной стенки при относительно большой ширине фундамента a грунтовое основание оказывает существенное влияние на сопротивление действию горизонтальных и вертикальных сил. На подошву фундамента стенки со стороны основания действуют распределенные вертикальные реактивные давления и горизонтальная реакция, уравновешивающие действие активных сил (G, E, E_n).

При малой высоте h заложения фундамента массивной стенки не уточняют распределение боковых сопротивлений по ее граням. При этом находят по задней грани AB активное давление E , а по передней грани DC пассивное давление E_n заменяют активным, полагая, что боковые смещения стенки незначительны и со стороны грунта нельзя ожидать полного пассивного сопротивления. Следует, однако, заметить, что пренебрежение влиянием перемещений стенки (которое лежит в основе всех теорий предельного равновесия и, в частности, теории Кулона) может дать неправильные результаты для основного давления грунта E на ее заднюю грань. Поэтому в ответственных случаях следует боковое давление грунта по граням массивной стенки находить, так же как и для жестких тонких стенок, в соответствии с картиной ее перемещения в грунтовой среде.

Б. УКАЗАНИЯ НОРМ ПО РАСЧЕТУ КОНСТРУКЦИЙ

Поскольку ниже рассматриваются методы расчета каменных и бетонных стенок на прочность, приводим некоторые указания последних норм. Согласно СНиП-62 [29] элементы каменных конструкций рассчитывают по несущей способности (прочность, устойчивость) на расчетные нагрузки:

1) при центральном сжатии — в предположении равномерного распределения напряжений по сечению;

2) при внерадиальном сжатии неармированных конструкций с малыми эксцентриситетами ($e \leq 0,45 y$, где y — расстояние от центра тяжести сечения до края сечения в сторону эксцентриситета) следует исходить из условия постоянства момента предельного сжимающего усилия относительно наименее напряженной грани сечения;

3) при внерадиальном сжатии неармированных конструкций с большими эксцентриситетами ($e > 0,45 y$) расчет ведется в пред-

положении прямоугольной эпюры напряжений в сжатой зоне без учета сопротивления растянутой зоны. Наибольшая величина эксцентриситета внецентренно сжатых элементов при расчетных нагрузках не должна превышать $0,9 y$ (для основных нагрузок).

Расчетная нагрузка $P_{\text{расч}}$ получается как произведение нормативной нагрузки P на соответствующий коэффициент перегрузки n :

$$P_{\text{расч}} = nP. \quad (3.1)$$

Найденное от расчетной нагрузки наибольшее расчетное усилие $N_{\text{расч}}^{\text{расч}}$ должно быть меньше предельного усилия $S_{\text{пп}}$, определяемого по расчетному сопротивлению материала:

$$N_{\text{расч}}^{\text{расч}} \leq S_{\text{пп}}. \quad (3.2)$$

В свою очередь расчетное сопротивление $R_{\text{расч}}$ находится как произведение нормативного сопротивления R на коэффициент однородности k и коэффициент условий работы m :

$$R_{\text{расч}} = Rkm. \quad (3.3)$$

Если, например, нормативное сопротивление бутобетона марки 35 на сжатие будет $30 \text{ кг}/\text{см}^2$, $k = 0,5$, коэффициент условий работы $m = 1$, то расчетное сопротивление $R_{\text{расч}} = 15 \text{ кг}/\text{см}^2$.

В. УКАЗАНИЯ НОРМ ПО РАСЧЕТУ ОСНОВАНИЙ

Если грунтовое основание по всей площади сложено из грунтов однородного грунтового напластования и сжимаемость его по глубине не увеличивается, то расчет по деформациям может быть заменен расчетом по сопротивлению грунта [29]. Этот расчет сводится к выполнению условия:

$$\sigma \leq R, \quad (3.4)$$

где σ — средняя интенсивность давления по подошве фундамента;

R — расчетное сопротивление грунта основания, определяемое по НИТУ — 55.

В гл. I были указаны расчетные сопротивления для песчаных грунтов. Ниже даны расчетные сопротивления (в $\text{кг}/\text{см}^2$) для различных видов грунтов:

щебенистый (галечниковый)	6
древесный (гравийный) из кристаллических пород	5
древесный из обломков осадочных пород	3
крупные пески	3,5
пески средней крупности	2,5
мелкие пески	2—1,5
пылеватые пески	2—1
супеси	3—2
суглиники	2,5—1
плотные глины ($e = 0,5 — 0,6$)	4—3
пористые глины ($e = 0,8 — 1,1$)	2—1

При ширине фундаментов более 5 м расчетные сопротивления повышаются (для песков средней крупности на 50%). При глубине заложения фундаментов свыше 2 м приведенные значения расчетных сопротивлений умножаются на коэффициент m , вычисляемый по формуле:

$$m = 1 + \frac{\gamma_0}{R} [k(H - 200) - h], \quad (a)$$

где γ_0 — среднее значение объемного веса грунта в $\text{кг}/\text{см}^3$;
 k — коэффициент, принимаемый равным для песчаных грунтов 2,5, для супеси и суглинка 2, для глины 1,5;
 H — глубина заложения фундамента в см;
 h — расстояние от поверхности земли до пола подвала в см.

При расчете на дополнительные сочетания нагрузок расчетные сопротивления грунтов повышаются на 20%. Для внецентренно нагруженных фундаментов давление на грунт, вычисленное по формулам сопротивления материалов, у наиболее нагруженного края подошвы не должно быть больше $1,2R$. Таким образом, для вычисления σ_{\max} можно применять формулы теории упругости и сопротивления материалов, соблюдая условие:

$$\sigma_{\max} \leq 1,2R, \quad (3.5)$$

где R берется из приведенных выше данных (см. также [20] и Справочник проектировщика, Расчетно-теоретический, Госстройиздат, 1961, стр. 898).

Для касательных расчетных сопротивлений, принимая во внимание «хрупкое» состояние грунта, можно считать $R_t = 0,7R$.

Рассмотрим прежде всего методику расчета на прочность и устойчивость массивных стенок, выделяя исследование тонких стенок особо (см. гл. VII). Влияние перемещений стенок на боковое давление в соответствии с особенностями классической теории предельного равновесия пока не учитываем (см. § 26).

§ 23. ПОСТРОЕНИЕ МНОГОУГОЛЬНИКА ДАВЛЕНИЙ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭКСЦЕНТРИСИТЕТОВ

Проверка прочности стенок осуществляется определением в каждом данном горизонтальном сечении стенки нормальных и касательных напряжений и сравнением их с расчетным сопротивлением по формуле (3.5). Для вычисления напряжений в данном сечении необходимо установить величину, направление и точку приложения равнодействующей верхних сил относительно этого сечения, что легко сделать путем следующего графического построения (рис. 69, а).

Разбиваем стенку по ее высоте на ряд частей сечениями aa , bb , ... и определяем их веса G_1 , G_2 , G_3 , а также силы бокового давления грунта E_1 , E_2 , E_3 . Если по передней грани фундамента bd

имеется активное давление слева, то под силой E_3 понимаем равнодействующую сил давления слева и справа от стенки.

На плане сил (рис. 69, б) откладываем силы E_3 , E_2 , E_1 и далее G_1 , G_2 и G_3 , действующие на части стенки. На чертеже стенки намечаем линии действия всех сил. Далее последовательно складываем силы, действующие на участки $1a$, ab , bd . Продолжая линию действия G_1 до пересечения с линией действия E_1 , получим точку k_1 ,

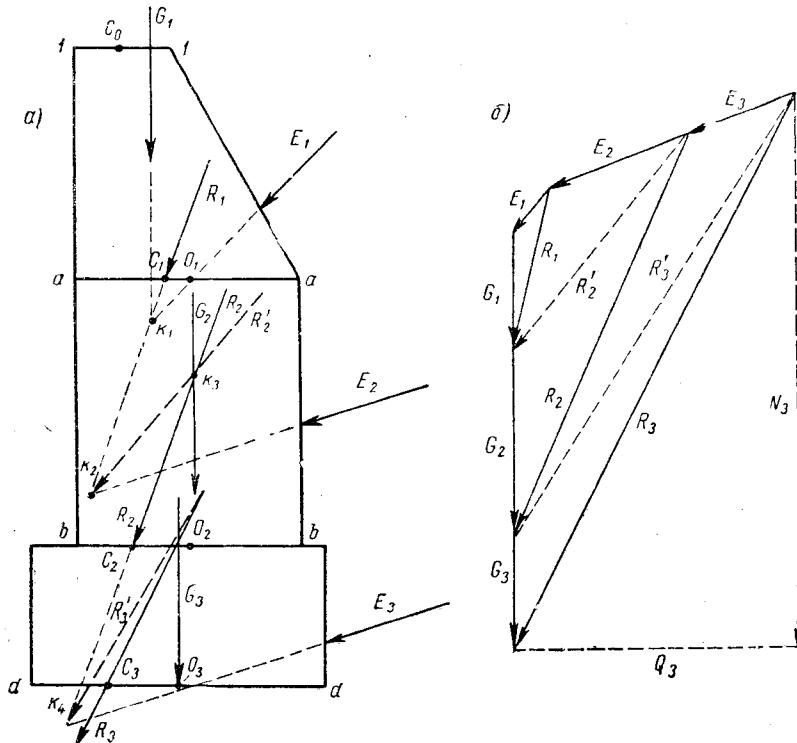


Рис. 69

через которую проходит равнодействующая их R_1 в направлении, взятом из плана сил. Точка пересечения R_1 с сечением aa дает центр давления C_1 , т. е. точку приложения равнодействующей двух верхних сил. Продолжая R_1 до пересечения с E_2 , найдем точку k_2 , через которую пройдет их равнодействующая R_2' (ее направление также берем из плана сил). Через точку пересечения R_2' и G_2 , т. е. через k_3 , пройдет равнодействующая R_2 этих двух сил, а следовательно, равнодействующая сил E_2 , E_1 , G_1 и G_2 . Зная направление силы R_2 (из плана сил), проводим через точку k_3 линию действия R_2 , которая пересекает bb в точке C_2 — точке приложения равнодействующей R_2 по сечению bb .

Далее складываем силы R_2 и E_3 ; получаем равнодействующую их R'_3 , которую в свою очередь складываем с силой веса G_2 и находим линию действия равнодействующей R_3 сил по последнему сечению dd .

Точка пересечения линии действия R_3 с линией сечения dd будет C_3 . Эксцентриситеты действия равнодействующих R_1 , R_2 , R_3 относительно центров сечений O_1 , O_2 , O_3 соответственно

$$e_1 = O_1 C_1; \quad e_2 = O_2 C_2; \\ e_3 = O_3 C_3.$$

Зная эксцентриситеты приложения равнодействующих, легко определить момент относительно центра сечения, например для нижнего сечения:

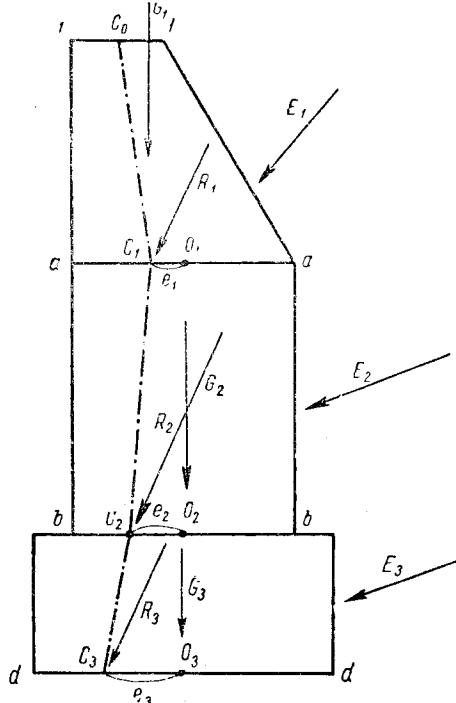
$$M_{O_3} = N_3 e_3, \quad (a)$$

где N_3 — вертикальная составляющая равнодействующей R_3 (берется из плана сил); e_3 — измеряется по чертежу стенки (в масштабе длин).

Из плана сил находим также поперечную силу Q , по которой можно вычислить касательные напряжения в промежуточных сечениях стенки или провести проверку на сдвиг по основанию.

Решение задачи о точках приложения равнодействующих для отдельных сечений дает возможность получить приближенное представление о положении точек приложения равнодействующих в промежуточных сечениях стенки. Соединяя точки C_0 , C_1 , C_2 и C_3 прямыми (где C_0 — посередине отрезка $I-I$), получим так называемый многоугольник давления (рис. 70). Каждая сторона многоугольника дает приближенно линию действия равнодействующей верхних сил. Приближенно потому, что в действительности силы веса и боковые давления являются распределенными нагрузками; следовательно, линия действия равнодействующих — кривая, а не многоугольник. В данном решении точно найдены лишь точки приложения сил R_1 , R_2 и R_3 , т. е. точки C_1 , C_2 и C_3 .

Рис. 70



Имея в виду приближенность теории определения давления, можно ограничиться и приближенной линейной заменой кривой давления на каждом участке стенки. Начальная точка многоугольника давления C_0 находится посередине ширины стенки у ее верха. Дадим аналитическое решение для ординаты кривой давления при прямоугольном профиле стены (рис. 71). Для сечения, взятого на расстоянии x от верха стены, имеем:

вес сыпучего тела

$$\left. \begin{aligned} G_x &= \gamma_{\text{кл}} ax; \\ \text{давление его} & \\ E_x &= \gamma_{\text{гр}} \frac{mx^2}{2}, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

где $m = \tan^2 \left(45 - \frac{\rho}{2} \right)$;

$\gamma_{\text{кл}}$, $\gamma_{\text{гр}}$ — объемные веса кладки и грунта.

Суммируя моменты верхних сил относительно точки кривой давления, получим:

$$G_x y - E_x \frac{x}{3} = 0,$$

или

$$\gamma_{\text{кл}} a x y - \gamma_{\text{гр}} \frac{mx^2}{2} \cdot \frac{x}{3} = 0,$$

откуда ордината кривой давления

$$y = \frac{\gamma_{\text{гр}} mx^2}{\gamma_{\text{кл}} \cdot 6a}. \quad (3.6)$$

Кривая давления для прямоугольного профиля стены и плоской поверхности сыпучего тела — парабола 2-й степени.

Заметим, что в данном случае ось $C_0 C_1$ отсчета ординат кривой давления проходит по оси стены и, следовательно, точка C_0 — посередине ширины стены $I-I$.

Решение задачи о кривой давления или о многоугольнике давления для подпорной стены имеет большое практическое значение. Очевидно, рациональной осью стены будет многоугольник давления. В этом случае центры давления совпадают с центрами сечений стены и все изгибающие моменты равны нулю — стена работает только на центральное сжатие. Задачу выбора рациональной оси стены по кривой давления, конечно, проще всего в сложных случаях действия сил решать путем повторных попыток: задавшись формой стены и ее осью, определяют все силы, действующие на нее, и строят многоугольник давления, который и принимают за новую ось стены.

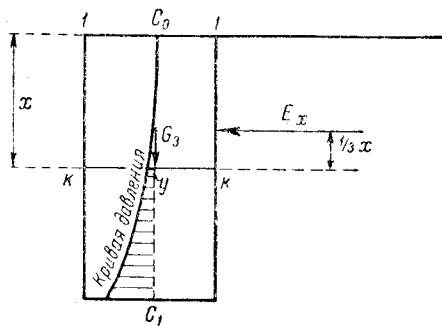


Рис. 71

§ 24. ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ В СЕЧЕНИЯХ СТЕНКИ И ПОВЕРКА ПРОЧНОСТИ

А. ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ В СЕЧЕНИЯХ СТЕНКИ

Проверка стенки на прочность производится путем определения нормальных и касательных напряжений и сравнением максимальных их значений с расчетными сопротивлениями.

Рассмотрим проверку прочности стенки по какому-либо сечению ее AB (рис. 72, а). Отбросив верхнюю часть стенки, ее действие на нижнюю по сечению AB представляем равнодействующей R

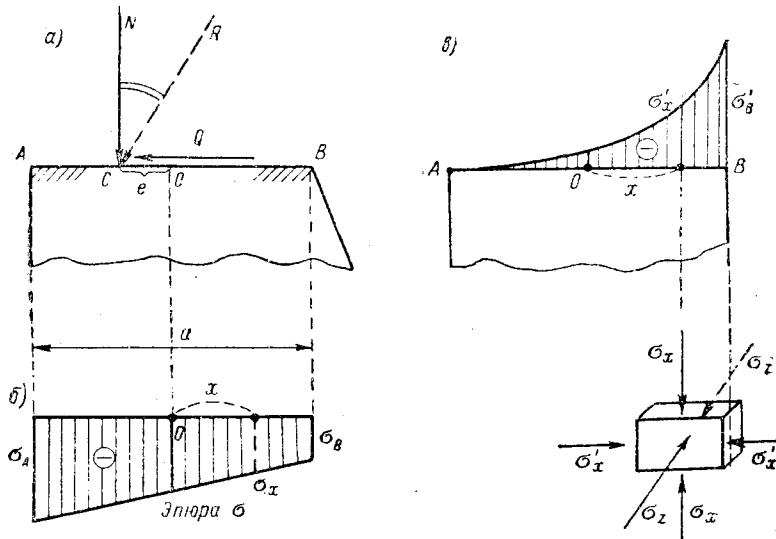


Рис. 72

верхних сил, приложенной в центре давления C с эксцентрикитетом $e = OC$.

Величину и направление равнодействующей R получаем из плана сил. Ее составляющие — нормальная и касательная силы:

$$\begin{aligned} N &= R \cos \alpha; \\ Q &= R \sin \alpha, \end{aligned} \quad (3.7)$$

где α — угол наклона равнодействующей к вертикали.

Зная величину нормальной силы и эксцентрикитет ее действия, по формулам внецентренного сжатия найдем нормальные напряжения в крайних точках сечения A и B :

$$\begin{aligned} \sigma_A &= -\frac{N}{F} - \frac{Ne}{W}; \\ \sigma_B &= -\frac{N}{F} + \frac{Ne}{W}. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Так как расчет ведем для элемента стенки длиной 1 м (перпендикулярный к плоскости чертежа размер), то площадь сечения и момент сопротивления

$$F = 1 \cdot a; \quad W = \frac{1 \cdot a^3}{6}.$$

Подставив эти значения в формулы для напряжений в крайних точках сечения, по (3.8) имеем:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{A, \max} &= -\frac{N}{a} \left(1 + \frac{6e}{a} \right); \\ \sigma_B &= -\frac{N}{a} \left(1 - \frac{6e}{a} \right), \end{aligned} \right\} \quad (3.9)$$

где $\sigma_{A, \max}$ — наибольшее сжимающее напряжение;
 a — ширина подошвы.

В произвольной точке нормальное напряжение

$$\sigma_x = -\frac{N}{a} \left(1 \pm \frac{12ex}{a^2} \right), \quad (3.10)$$

где x положительно вправо от центра сечения.

В формулах (3.8) — (3.10) знак плюс приписывается растягивающему напряжению. Отложив значения напряжений в виде ординат σ_A и σ_B и соединив прямой найденные ординаты, получаем эпюру нормальных напряжений, действующих по горизонтальным площадкам (рис. 72, б). Условие прочности материала по формуле (3.5) § 22

$$\sigma_A \leq 1,2R,$$

где R — расчетное сопротивление кладки на сжатие.

Напряжение в противоположной точке сечения σ_B , меньшее σ_A , может быть сжимающим, но при эксцентрикисите $e > \frac{a}{b}$ становится растягивающим.

При выходе равнодействующей из средней трети $e > \frac{a}{6}$

$$\sigma_{A, \max} = -\frac{2N}{3 \left(\frac{a}{2} - e \right)}. \quad (3.11)$$

Этот случай допустим только для негидротехнических подпорных стенок и гидротехнических стенок на скальном основании. При расчете на прочность с учетом наибольших сжимающих напряжений в кладке имеем:

1) в случае малого эксцентрикисита ($e < 0,225a$) с учетом сопротивления растянутой зоны

$$\sigma_{A, \max} = \frac{N}{a} \left(1 + \frac{2e}{a} \right); \quad (a)$$

2) в случае большого эксцентрикитета ($e > 0,225a$) без учета растянутой зоны

$$\sigma_{A, \max} = \frac{N}{a - 2e}. \quad (6)$$

Все действующие силы по ТУПМ-56 можно принимать нормативными, т. е. без коэффициентов перегрузки. Коэффициент условий работы против опрокидывания можно выражать как отношение расчетного момента $M_{\text{расч}} = N_{\text{расч}} e_{\text{расч}}$ к предельному моменту $M_{\text{пр}} = N_{\text{пр}} e_{\text{пр}}$, т. е.

$$m_0 = \frac{M_{\text{расч}}}{M_{\text{пр}}} = \frac{e_{\text{расч}}}{e_{\text{пр}}}.$$

Если растягивающие напряжения в материале стенки недопустимы, то центр давления C должен быть внутри ядра сечения и, следовательно, для прямоугольника — в пределах средней трети ширины сечения. Необходимо выбирать ось стенки O_1O_3 по кривой давления. Касательные напряжения определяются по поперечной силе Q :

$$\tau = \frac{6Q}{a^3} \left(\frac{a^2}{4} - x^2 \right). \quad (3.12)$$

Для ответственных сооружений необходимо более полное исследование напряженного состояния. В этих случаях нормальное напряжение определяют как по горизонтальным, так и по вертикальным площадкам (рис. 72, б) и, зная касательное напряжение по (3.12), находят главные растягивающие напряжения, действующие в плоскости сечения стенки. Величины главных растягивающих напряжений не должны превосходить определенных пределов, что предотвратит появление косых трещин и сохранит достаточную водонепроницаемость стенки. В § 27 будет рассмотрена связь между эксцентрикитетом и коэффициентом устойчивости на опрокидывание.

Б. ЭПЮРА НАПРЯЖЕНИЙ ПО ОСНОВАНИЮ

В первом приближении эпюру нормальных напряжений построим, применяя формулы сопротивления материалов (3.4). При этом, если эксцентрикитет $e < \frac{a}{6}$, то $\sigma_\beta < 0$ и грунт везде сжат, поэтому формулы (3.4) применимы. Если же эксцентрикитет $e > \frac{a}{6}$, иначе говоря, сила N выходит за пределы ядра сечения, то напряжение σ_β получится растягивающим. Если пренебрегается сцеплением грунта (или грунт сыпучий), то растягивающие напряжения возникнуть не могут и часть грунтового основания разрушается; при этом происходит такой поворот фундамента, что на некотором участке он отделяется от грунта. Решение задачи о сжимающем напряжении σ_A по первой формуле (3.9) становится неправильным;

необходимо построить новую, треугольную эпюру напряжений (рис. 73). Для этого применим два условия равновесия: сумму моментов всех сил, действующих на основание, и сумму проекций всех сил на вертикаль.

По первому условию равновесия получаем, что центр тяжести эпюры напряжений σ должен находиться на линии действия силы N , и, следовательно, основание треугольника эпюры напряжений будет $3d$, где d — расстояние от точки приложения силы N до точки A .

По второму условию равновесия получаем, что объем эпюры напряжений должен равняться силе N , следовательно,

$$\frac{\sigma_A \cdot 3d}{2} = N, \quad (3.13)$$

откуда

$$\sigma_A = \frac{2N}{3d}. \quad (3.14)$$

Если сила N приложена в крайней левой точке ядра сечения, то формулы (3.9) и (3.14) дают одинаковый результат и $\sigma_B = 0$. Условие прочности основания по НИТУ-55 будет согласно формуле (3.5)

$$\sigma_A \leq 1,2 R.$$

В. РЕШЕНИЕ МЕТОДАМИ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ

Приведем еще решение задачи о распределении напряжений в основании под абсолютно жестким штампом по методу теории упругости. Фундамент, покоящийся на грунтовом основании, следует рассматривать как абсолютно жесткий штамп, а грунтовое основание с известным приближением можно считать идеально упругим телом. Применяя решение Буссинеска [8] и принимая во внимание, что осадки всех точек подошвы штампа одинаковы, получаем следующее выражение для напряжения по подошве:

$$\sigma_x = \frac{2N}{\pi \sqrt{a^2 - 4x^2}} = \frac{2\sigma_{cp}}{\pi \sqrt{1 - \left(\frac{2x}{a}\right)^2}}, \quad (3.15)$$

где N — центрально действующая нагрузка на площадь основания $1 \cdot a$;

$\sigma_{cp} = \frac{N}{1 \cdot a}$ — среднее напряжение по площади основания;

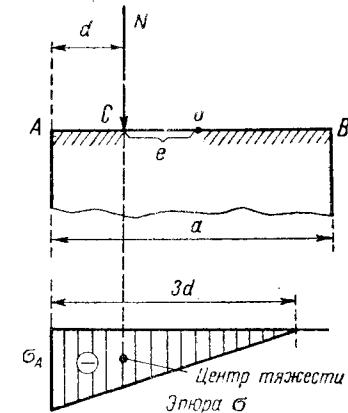


Рис. 73

a — ширина фундамента;

x — расстояние до данной точки от центра штампа.

Формула (3.15) дает под центром тяжести штампа напряжение

$$\sigma_0 = 0,637\sigma_{cp}, \quad (3.16)$$

а у краев его

$$\sigma_A = \sigma_B = \infty.$$

Это последнее решение является теоретическим результатом, отражающим наличие прямых углов с кривизной закругления, равной бесконечности. В действительности в точках A и B штампа ввиду наличия закруглений напряжения будут конечны.

Как показано в теории упругости, при самой незначительной сглаженности краев штампа не возникает бесконечно больших напряжений. Учет шероховатости по площади контакта (вывод Буссинеска основан на представлении о гладкой поверхности AB), как изложено в работе [61], также исключает возможность появления бесконечно больших напряжений. Эпюра напряжений непосредственно под подошвой штампа, полученная по формуле (3.15), представлена на рис. 74, а как кривая 1. Однако на некоторой глубине (по оси Z) напряжение по оси штампа будет больше, чем по

(3.16). Действительно, при $\frac{z}{a} = \frac{1}{4}$ получаем напряжение по оси Z :

$$\sigma_0 = 0,683\sigma_{cp}; \quad (3.17)$$

напряжения у краев A и B :

$$\sigma_A = \sigma_B = 0,710\sigma_{cp}. \quad (3.18)$$

При центрально действующей нагрузке проверку прочности основания следует вести по формуле (3.18). Эпюра напряжений при $\frac{z}{a} = \frac{1}{4}$ изображена в виде кривой 2. Такой же вид эпюры напряжений непосредственно под штампом получен согласно решению Горбунова-Посадова для смешанной задачи [16].

При внецентренном действии силы по формуле В. А. Гастева [8] напряжение под подошвой в произвольной точке (рис. 74, б)

$$\sigma_x = \frac{2N}{\pi \sqrt{a^2 - 4x^2}} \left(1 + \frac{8ex}{a^2} \right), \quad (3.19)$$

где e — эксцентриситет действия силы N .

Формулу (3.19) следует применять лишь при отсутствии растягивающих напряжений. Очевидно, влияние эксцентриситета сравнительно с (3.15) учитывается здесь множителем $\left(1 + \frac{8ex}{a^2} \right)$.

Весьма характерно, что решение (3.19) по теории упругости дает большие расстояния крайних точек ядра сечения, чем по ре-

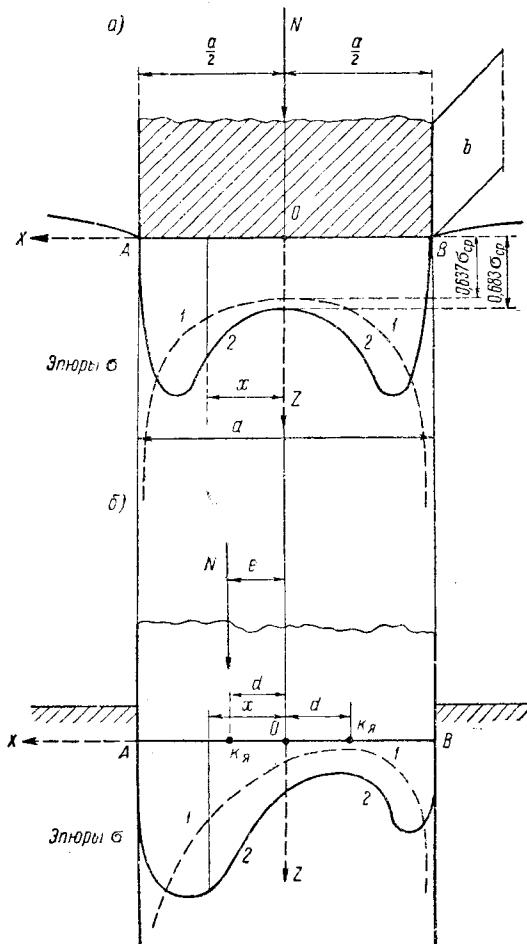


Рис. 74

зультатам, которые дает сопротивление материалов ($d = \frac{a}{6}$), так как из (3.19) получаем расстояние от крайней точки ядра сечения до его центра $d = \frac{a}{4} = 0,25a$. По СНиП-62 наибольшая возможная величина эксцентриситета $e_{np} = 0,9y = 0,45a$.

Эпюры напряжений по подошве (кривая 1) и на расстоянии $z = \frac{a}{4}$ (кривая 2) представлены на рис. 74, б. Наибольшее напряжение вблизи края A можно определить по формуле, аналогичной (3.18):

$$\sigma_A = 0,710 \left(1 + \frac{4e}{a}\right) \sigma_{cp}. \quad (3.20)$$

В плоской задаче для штампа по [16] также получено $d = \frac{a}{4}$. Это значение d соответствует и нулевой осадке в удаленной грани от места приложения силы N .

Для рациональной формы стенки точка приложения равнодействующей R всех верхних сил должна проходить внутри ядра сечения.

§ 25. ОСАДКИ ГРУНТОВОГО ОСНОВАНИЯ ПОДПОРНЫХ СТЕНОК

А. ВВЕДЕНИЕ

При проектировании подпорных сооружений необходимо обеспечить малые осадки грунтового основания подпорных стенок. Значительные осадки основания приводят к недопустимым перемещениям стенок, что отрицательно сказывается на эксплуатационной способности несущего сооружения.

Малые неравномерные осадки и смещения грунтового основания уже обеспечивают большой запас устойчивости стенок и проверка последней тем самым отпадает. Зная перемещения подпорной стенки, вызванные осадками, можно уточнить значения бокового давления грунта (см. § 33).

В практике распространены в основном два метода определения осадок оснований: метод теории упругости, или «линейно-деформируемого основания», и метод «коэффициента постели».

Б. МЕТОД ТЕОРИИ УПРУГОСТИ

Первый, теоретически обоснованный метод теории упругости использует решение Буссинеска для вертикальной осадки линейно-деформируемого упругого полупространства. Осадка однородного изотропного грунтового основания при равномерном распределении нагрузки по площади F прямоугольника, или иначе при центральном действии силы N (рис. 74, а), определяется по известной формуле:

$$\Delta_z = \frac{pa}{D} \omega. \quad (3.21)$$

Здесь $p = \sigma_{cp} = \frac{N}{1 \cdot a}$ — среднее напряжение;

$D = \frac{E_0}{1 - \mu^2}$ — упругий модуль, или «коэффициент упругого полупространства», где μ — коэффициент Пуассона, принимаемый равным для песков и супесей 0,30, для суглинков 0,37, для глины 0,42; E_0 — модуль деформации грунта при сжатии, приведенный в табл. 6 по НИТУ-55;

ω — коэффициент, оценивающий влияние отношения сторон $n = \frac{a}{b}$ прямоугольного основания и глубины точки от поверхности; для $n = 1$ коэффициент $\omega = 0,88$. Значения ω приведены в табл. 7.

Таблица 6

Значения модулей деформации грунтов

Наименование грунтов	Модуль деформации в кг/см ²
А. Крупнообломочные	
Галечный и гравийный	650
Щебенистый	550
Дресвяный	420
Б. Песчаные	
Гравелистый, песок крупный и средней крупности:	
$\epsilon = 0,5$	460
$\epsilon = 0,7$	330
Мелкий песок:	
$\epsilon = 0,5$	370
$\epsilon = 0,7$	240
Пылеватый песок:	
$\epsilon = 0,5$	140
$\epsilon = 0,7$	100
В. Глинистые	
Супесь:	
$0,5 < \epsilon < 0,6$	210—160
$0,7 < \epsilon < 0,8$	120
Суглинок:	
$0,6 < \epsilon < 0,7$	330—180
$0,8 < \epsilon < 0,95$	130—100
$0,95 < \epsilon < 1,10$	90—80
Глина:	
$0,7 < \epsilon < 0,8$	280
$0,8 < \epsilon < 0,95$	240—160
$0,95 < \epsilon < 1,1$	140—110
Г. Иль торф	40—20

Таблица 7
Значения коэффициентов ω , ω' и γ в формулах для осадок грунтовых оснований под абсолютно жестким прямоугольным штампом

Отношение сторон прямоугольника $n = \frac{a}{b}$	ω	ω'	γ
1,0	0,88	0,88	0,50
1,5	1,08	0,88	0,70
2,0	1,22	0,86	0,84
3,0	1,44	0,83	1,100
4,0	1,61	0,81	1,30
5,0	1,72	0,77	1,45
10,0	2,12	0,67	2,00
Круг	0,79	0,89	—

Формулу (3.21) можно записать иначе так:

$$\Delta_z = \frac{p}{D} \sqrt{F} \omega' = \frac{N}{D} \sqrt{F} \omega', \quad (3.22)$$

где F — площадь прямоугольного штампа;

$$\omega' = \omega \sqrt{\frac{a}{b}} \text{ определяется по табл. 7.}$$

Из формулы (3.22) видно, что величина осадки при одном и том же давлении N будет тем меньше, чем больше площадь передачи нагрузки F , но зависимость здесь нелинейна (при увеличении площади в четыре раза осадка уменьшается лишь в два раза).

При внецентренном действии осевой силы N (рис. 74, б), приложенной с эксцентриситетом e , осадки крайних точек основания можно получить, суммируя осадки от центрального действия силы N и от момента $M = Ne$. Осадки точек A и B от момента Ne можно определить по формуле М. И. Горбунова-Посадова:

$$\Delta_{A, B} = \pm \gamma \frac{4Ne}{Da^2}; \quad (3.23)$$

значения коэффициента γ в зависимости от $n = \frac{a}{b}$ приведены в табл. 7.

Определение осадок многослойного грунтового основания можно найти в работах [15 и 55]. Заметим, что более правильным является определение осадок основания с учетом ограниченной мощности сжимаемой толщи по К. Е. Егорову [18].

§ 26. МЕТОД КОЭФФИЦИЕНТА ПОСТЕЛИ ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ ОСАДОК

При определении осадок фундаментов (жестких и гибких) большое распространение получил метод коэффициента постели; применение его облегчает решение сложных динамических задач. По

этому методу интенсивность давления p на грунт в данной точке (и, следовательно, интенсивность реакции грунта) прямо пропорциональна осадке Δ_z в той же точке, т. е.

$$p = C_z \Delta_z, \quad (3.24)$$

где C_z — коэффициент упругого сжатия грунта в $\text{kг}/\text{см}^3$, или так называемый коэффициент постели.

Соотношение (3.24) было предложено русским академиком Фуссом и далее немецким ученым Винклером и носит название гипотезы Фусса — Винклера. Согласно этой гипотезе осадка данной точки грунтового основания пропорциональна интенсивности давления в данной точке и не зависит от давлений в других точках основания. Коэффициент C можно рассматривать согласно (3.24) как давление на изолированную единичную площадку основания, при котором осадка этой площадки равна единице (в измерениях длины). Такое предположение вполне отвечает случаю давления воды на систему поставленных рядом понтона, что непосредственно следует из закона Паскаля.

По Винклеру осадка от силы P (рис. 75, а), приложенной в точке на расстоянии ξ , во всех остальных точках основания с абсциссами x равна нулю. Это позволяет рассматривать условную расчетную схему как совокупность не связанных между собой вертикальных пружин (рис. 75, б). В том случае, когда взаимные связи между частицами грунтового основания незначительны, схема условного упругого основания вполне обоснована. При сложных динамических расчетах, ввиду отсутствия решений задач методами теории упругости, способ коэффициента оказывается единственным.

Заметим, что действие ударной нагрузки, уже в первый момент нарушающей небольшую связность частиц грунтового основания, приводит среду к виду, близкому к схеме Винклера. В глинистых грунтах сцепление, конечно, должно быть учтено.

Сопоставим зависимости, определяющие величины осадки по методу теории упругости и по гипотезе Винклера. При центральном действии силы по методу теории упругости [формула (3.22)] осадка

$$\Delta_z = \frac{\sqrt{F}\omega'}{D} p,$$

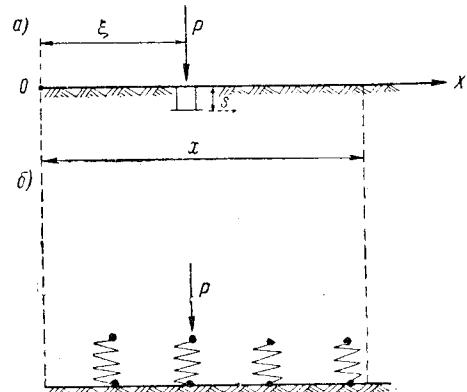


Рис. 75

по гипотезе Винклера (3.24)

$$\Delta_z = \frac{1}{C} p.$$

Сравнивая эти два выражения, для данного частного случая имеем:

$$C = \frac{D}{\sqrt{F}\omega'} = \frac{E_0}{(1 - \mu^2) \sqrt{F}\omega'}. \quad (3.25)$$

Из формулы (3.25) видно, что если полагать грунт идеально упругим изотропным телом, то коэффициент постели зависит от площади штампа F , его формы и глубины залегания (коэффициент ω'). С увеличением площади штампа коэффициент постели уменьшается обратно пропорционально \sqrt{F} . По опытным данным, этот вывод справедлив лишь для площадей, не превосходящих 10 m^2 , — таков предел применимости формулы (3.25). При неравномерном упругом сжатии (действие момента Ne) из сравнения формул для угла поворота основания штампа по методу теории упругости и по способу коэффициента постели получается иное выражение для коэффициента постели C , чем по (3.25). Обозначая этот коэффициент через C_φ , получим по [16]:

$$C_\varphi = \frac{3E_0}{2(1 - \mu^2)} \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{F}}, \quad (3.26)$$

где $n = \frac{a}{b}$; γ берется из табл. 7.

При $n = 2$ по М. И. Горбунову-Посадову

$$\frac{C_\varphi}{C} = 2,14.$$

Определение осадок основания подпорных стенок по способу коэффициента постели осуществляется весьма просто, что привело к широкому использованию этого способа в практике расчетов. По теории упругости значения коэффициентов постели берутся в зависимости не только от площади, но и от интенсивности давления. Определив опытным путем коэффициент постели C_0 для данной площади штампа F_0 и его формы, необходимо, пользуясь формулой (3.25), пересчитать значение этого коэффициента по F , исходя из выражения:

$$C_z = C_0 \sqrt{\frac{F_0}{F}}. \quad (3.27)$$

Ниже приведены значения коэффициентов упругого равномерного сжатия C_0 при $F \geq 10 \text{ m}^2$ по Техническим условиям проекти-

рования фундаментов под машины СН 18-58 [29], которые используются в случае отсутствия непосредственных опытных данных:

R , kN/cm^2	C_{z0} , m/m^3
1	2000
2	4000
3	5000
4	6000
5	7000

Если F меньше 10 m^2 , то значение коэффициента C_z получают по (3.27):

$$C_z = C_0 \sqrt{\frac{10}{F}}, \quad (3.28)$$

где F — площадь подошвы фундамента в m^2 .

Расчетные значения коэффициентов упругого неравномерного сжатия грунта C_φ и упругого равномерного сдвига C_x по СН 18-58 равны:

$$\left. \begin{aligned} C_\varphi &= 2C_z (\text{t/m}^3); \\ C_x &= 0,7C_z (\text{t/m}^3). \end{aligned} \right\} \quad (3.29)$$

Расчетные значения коэффициентов жесткости f_z , f_x и f_φ для оснований определяют по формулам:

при упругом равномерном сжатии

$$f_z = C_z F (\text{m/m});$$

при упругом равномерном сдвиге

$$f_x = C_x F (\text{m/m});$$

при упругом повороте подошвы фундамента

$$f_\varphi = C_\varphi I (\text{m} \cdot \text{m}),$$

где I — момент инерции сечения подошвы фундамента в m^4 .

По экспериментальным данным О. А. Савинова [37] для песчаных грунтов, коэффициент постели при равномерном сжатии

$$C_z = C_0 \left[1 + \frac{2(a+b)}{ab} \right] \sqrt{\frac{p}{p_0}}, \quad (3.30)$$

где C_0 — опытный коэффициент постели, соответствующий интенсивности опытного давления p_0 ;

p — действительная интенсивность давления;

a и b — размеры прямоугольного сечения подошвы фундамента в m (b — перпендикулярный размер).

Приводим значения C_0 в зависимости от значения коэффициента консистенции B при давлении $p_0 = 0,2 \text{ kN/cm}^2$ для некоторых грун-

тов, обследованных О. А. Савиновым [значения C_φ и C_0 , вычисляются согласно нормам по (3.29)]:

	$C_0, \text{ кг/см}^3$
пластичные супеси, суглиники и глины; водонасыщенные пылеватые и илистые грунты малой плотности ($B > 0,8$)	0,5—0,8
пластичные супеси, суглиники и глины; водонасыщенные пылеватые грунты средней плотности ($B = 0,5 \div 0,8$)	0,8—1,5
пылеватые супеси, суглиники и глины ($B = 0,2 \div 0,5$); пылеватые плотные пески; мелкие и более крупные пески; гравий и галька; лёссовидные грунты	1,5—2,0

Целесообразно вести расчет осадок в первом приближении по способу коэффициента постели [55]. Возможно в отдельных случаях использовать выражение коэффициента постели через модуль деформации E_0 по (3.25). Приведем формулу для зависимости между модулем деформации грунта E_0 , коэффициентом постели C и размером a квадратного штампа.

Опытами установлено, что равновеликие по площади штампы с круглой и квадратной подошвой дают равные осадки. По инструкции для испытания грунтов [55] модуль деформации E_0 предлагаются определять для осадки незаглубленного абсолютно жесткого круглого штампа:

$$\Delta_z = \frac{N}{dD} = \frac{N(1 - \mu^2)}{dE_0}, \quad (a)$$

где N — центрально действующая сила;

d — диаметр штампа, принимаемый равным 79,8 см, что эквивалентно квадратному штампу размером 70,7 см.

Из формулы (а) имеем:

$$E_0 = (1 - \mu^2) \frac{N}{ds}. \quad (b)$$

Перейдем теперь к эквивалентному квадратному штампу, причем

$$N = a^2 p;$$

$$\frac{\pi d^3}{4} = a^2; \quad d = \frac{2a}{\sqrt{\pi}}.$$

Тогда вместо (б) получим:

$$E_0 = (1 - \mu^2) \frac{a^2 p \sqrt{\pi}}{2a \Delta_z}.$$

Внесем теперь сюда выражение для p по Винклеру:

$$E_0 = (1 - \mu^2) \frac{a^2 C_z \Delta_z}{2a \Delta_z} \sqrt{\pi} = 0,885 (1 - \mu^2) a C_z,$$

откуда коэффициент постели квадратного штампа

$$C_z = \frac{1,13}{(1 - \mu^2) a} E_0. \quad (3.31)$$

В практических расчетах прямоугольных в плане фундаментов можно пользоваться формулой (3.25), определяя коэффициент постели по модулю деформации, площади штампа и коэффициенту φ' для центрального сжатия, и формулой (3.26) для действия момента.

Остановимся на общем порядке приближенного определения осадок прямоугольного жесткого фундамента.

Зная C_z для центрального действия силы N , находим напряжение по основанию p и далее осадку $\Delta_z = N/C_z F$. Определив по указанным в формуле (3.29) данным C_φ , находим напряжение в крайней точке сечения σ_m (при повороте сечения от действия момента $M = Ne$) $\sigma_m = \frac{6M}{1 \cdot a^2}$. Затем вычисляем осадки крайних точек сечения от момента:

$$\Delta_m = \pm \frac{\sigma_m}{C_\varphi} = \pm \frac{6Ne}{C_\varphi a^2}$$

и суммарные осадки крайних точек сечения:

$$\Delta_{A, B} = \frac{N}{C_z F} \pm \frac{6Ne}{C_\varphi a^2}. \quad (b)$$

Для обеспечения нормальной эксплуатации сооружения наибольшая осадка основания Δ_A должна быть меньше установленной техническими условиями предельной осадки [28]. Например, для мостов, опирьих на устои, критерием будет являться величина горизонтального перемещения точек опорных площадок устоя, вызванного его осадкой. Проверка осадок важна для оценки жесткости конструкций.

§ 27. УСТОЙЧИВОСТЬ ПОДПОРНЫХ СТЕНОК

А. ВВЕДЕНИЕ

Для стенок малого заложения расчет устойчивости на опрокидывание и на сдвиг может быть проведен без введения сил отпора по передней грани стенки. При малом заложении фундамента вводим по передней грани лишь активное давление.

Рассмотрим свободно стоящую на основании подпорную стенку, подверженную действию сил активного давления E_1 , E_2 и сил веса частей стенки G_1 и G_2 (рис. 76). Равнодействующую силу веса обозначим через G (плечо ее u). Перемещение стенки, опертой на упругое грунтовое основание по CD , характеризуется, очевидно, тремя параметрами: вертикальным перемещением центра тяжести по-

лонны O — величиной осадки Δ_z , горизонтальным перемещением центра подошвы — величиной сдвига подошвы Δ и углом поворота подошвы α или перпендикулярной к ней боковой грани. Проверку устойчивости стенки можно было бы осуществить путем сопоставления найденных расчетом перемещений Δ , α и Δ_z , вызванных наличием упругой грунтовой среды, с допускаемыми их значениями, установленными по условиям нормальной эксплуатации сооружения.

Очевидно, перемещения Δ_z и α устанавливаются применением теории осадок, основные выводы которой приведены нами в § 25 и 26. Если принять, что сдвиг стенки по подошве является функцией сдвигающей силы Q_{cd} (равнодействующей всех верхних горизонтальных сил), то

$$\Delta = f(Q_{cd}).$$

Проверка жесткости системы на сдвиг осуществляется сравнением величины сдвига с допускаемым значением $\Delta_{\text{доп}}$. Однако вместо указанного рассмотрения поведения стенки или жесткого тела в упругой грунтовой среде, когда произвольное смещение стенки

(в плоской задаче) характеризуется тремя параметрами — Δ , α и Δ_z , в ориентировочных расчетах обычно отдельно изучают деформативность грунтового основания по осадкам Δ_z , устойчивость стенки на поворот (по опрокидыванию) и устойчивость стенки на сдвиг.

На последних двух проверках и остановимся ниже.

Б. УСТОЙЧИВОСТЬ СТЕНКИ НА ОПРОКИДЫВАНИЕ

Проверка стенки на опрокидывание вокруг ребра C (нормального к плоскости чертежа и проходящего через точку C — рис. 77) производится таким образом. Предполагаем возможным поворот стенки против часовой стрелки вокруг ребра C и считаем опрокидывающими силы бокового давления E_1 и E_2 и удерживающими — силы веса частей стенки G_1 и G_2 . Обозначим еще через E горизонтальную составляющую равнодействующей сил E_1 и E_2 , а через Q — ее вертикальную составляющую.

Находим удерживающий момент при вращении вокруг точки C , т. е. момент удерживающих сил:

$$M_{\text{уд}} = G_1 u_1 + G_2 u_2. \quad (\text{a})$$

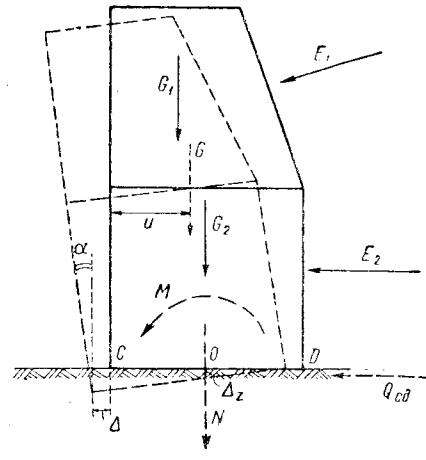


Рис. 76

Опрокидывающий момент, т. е. момент сил бокового давления грунта:

$$M_{\text{он}} = E_1 r_1 + E_2 r_2. \quad (\text{б})$$

Так как стенка находится в равновесии под действием сил G , E_1 , E_2 и реакции со стороны основания N , то

$$M_{\text{уд}} - M_{\text{он}} - Nd = 0; \quad M_{\text{он}} = Gu - Nd.$$

Необходимо, чтобы удерживающий момент был в k_0 раз более опрокидывающей нагрузки в k_0 раз и приравниваем ее момент ($k_0 M_{\text{он}}$) удерживающему моменту. Этому равенству соответствует предельное спасное состояние (когда равнодействующая всех сил $R_{\text{пр}}$ проходит через точку C). Из (б) получают такое расчетное условие:

$$\frac{M_{\text{уд}}}{M_{\text{он}}} = \frac{Gu}{Gu - Nd} = \frac{1}{1 - \frac{Nd}{Gu}} \geq k_0, \quad (3.32)$$

т. е. отношение удерживающего момента к опрокидывающему должно быть равно коэффициенту устойчивости k_0 , нормативное значение которого принимается равным 1,5. Если такое равенство имеет место, то момент опрокидывающих сил E_i , увеличенных в k_0 раз, оказывается равным удерживающему моменту и равнодействующая сил $k_0 E_i$ и G проходит через точку C .

Как показал Львин [20], в результате осадки стенки действительная ось опрокидывания смещается внутрь подошвы от наружного ребра на расстояние

$$a_z = \frac{1}{2} \sqrt[3]{\frac{12Gz_0}{Cb}}, \quad (3.33)$$

где G — вес всей стенки; z_0 — расстояние от центра тяжести стенки до подошвы; C — коэффициент постели; b — перпендикулярный размер стенки в м.

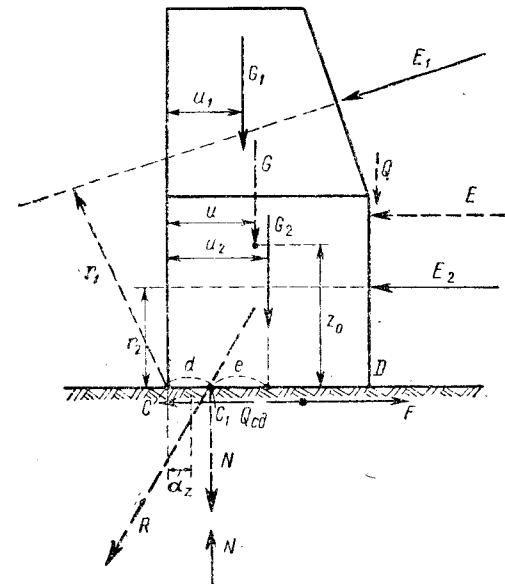


Рис. 77

Действительный коэффициент устойчивости на опрокидывание:

$$k_0' = \frac{M_{уд}'}{M_{оп}}, \quad (в)$$

где $M_{уд}'$, $M_{оп}$ берутся относительно действительной оси опрокидывания C_1 . Выражение (3.32) можно преобразовать [20] так:

$$k_0 = \frac{M_{уд}}{M_{оп}} = \frac{1}{1 - \frac{d}{a}(1 + v)},$$

где $v = \frac{Q}{G}$ — отношение вертикальных сил;

$d = \frac{a}{2} - e$ зависит от эксцентрикитета.

Таким образом, каждому значению эксцентрикитета соответствует свое значение коэффициента устойчивости на опрокидывание k_0 .

Если $v = 0$, $\frac{d}{a} = \frac{2}{3}$, т. е. $e = \frac{a}{6}$, то $k_0 = 2,75$. Однако при учете смещения оси опрокидывания по Львину коэффициент k_0' будет меньше. В этом случае, преобразовав выражение (в), аналогично предыдущему, получим:

$$k_0' = \frac{M_{уд}'}{M_{оп}} = \frac{1}{1 - (1 - v) \left(\frac{d - a_z}{a - a_z} \right)} \cdot (г)$$

По примеру, рассмотренному Г. К. Клейном, k_0' может оказаться на 22% меньше, чем k_0 .

Что касается сил, действующих в эксплуатационных условиях, — E_i и G_i , то их равнодействующая для устойчивой на опрокидывание стенки должна пересекать подошву согласно условию (3.33) в точке на расстоянии d от ребра C .

Проверку устойчивости стенки на опрокидывание можно не производить, если эксцентрикитет приложения равнодействующей R по подошве

$$e \leq \frac{a}{3} \quad (3.34)$$

и смещение оси опрокидывания не учитывается (жесткость грунтового основания велика).

Действительно, для стенки по рис. 78

$$\begin{aligned} M_{уд} &= Gu; \\ M_{оп} &= Er. \end{aligned} \quad (д)$$

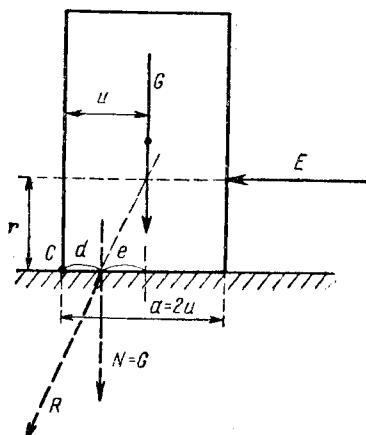


Рис. 78

Составляя момент равнодействующей относительно точки C и приравнивая его сумме моментов составляющих, получим:

$$Gd = Gu - Er.$$

Но согласно (д)

$$Gd = M_{уд} - M_{оп},$$

откуда

$$\frac{d}{a} = \frac{M_{уд} - M_{оп}}{Gu},$$

или

$$\frac{d}{a} = \frac{M_{уд} - M_{оп}}{2Gu} = \frac{M_{уд} - M_{оп}}{2M_{уд}}.$$

Учтя, что $\frac{M_{уд}}{M_{оп}} = k_0$, получим:

$$\frac{d}{a} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{k_0} \right). \quad (3.35)$$

Имея в виду, что $d = \frac{a}{2} - e$, из (3.35) находим:

$$\frac{1}{2} - \frac{e}{a} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2k_0}.$$

Окончательно, эксцентрикитет приложения силы R по подошве, соответствующий определенному коэффициенту запаса на устойчивость по опрокидыванию, в данном частном случае

$$e = \frac{a}{2k_0}. \quad (3.36)$$

Если, например, нормы предписывают коэффициент запаса на опрокидывание $k_0 = 1,5$, то $e = \frac{a}{3}$.

Таким образом, в этом случае, пренебрегая осадкой, поверху стенки на устойчивость по опрокидыванию можно не производить, если эксцентрикитет приложения равнодействующей по подошве менее одной трети ширины подошвы. Однако при наличии осадки основания всегда следует вводить поправку Львина по формуле (г).

С выносом переднего ребра подошвы стенки увеличиваются плечи удерживающих сил и повышается коэффициент устойчивости. Необходимо выбирать ось стенки по кривой давления, имея в виду установленную выше связь между коэффициентом устойчивости на опрокидывание и эксцентрикитетом.

в. Устойчивость стенки на сдвиг по грунтовому основанию

Пусть на свободно стоящую подпорную стенку действует боковое давление грунта E и вес стенки G (рис. 79, а). Равнодействующую всех сил по основанию R разложим на две составляющие:

нормальную $N = R \cos \beta$ и касательную $Q = R \sin \beta$. Силой сдвига стенки по основанию является касательная сила Q (сумма проекций всех верхних сил на горизонталь). Сила сдвига Q , приложенная к упругому грунтовому основанию, будет вызывать сложную деформацию сдвига основания. Заметное смещение стенки в виде скольжения по основанию произойдет, когда сила сдвига станет больше возможной силы трения F стенки по основанию:

$$F = f_n N, \quad (3.37)$$

где f_n — коэффициент трения подошвы стенки по грунту.

Для обеспечения запаса на устойчивость против скольжения стенки по основанию необходимо, чтобы удерживающая сила про-

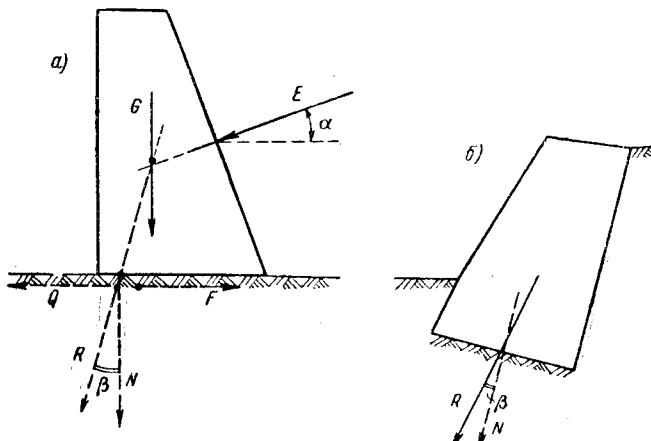


Рис. 79

тив сдвига, т. е. наибольшая статическая сила трения F , была больше Q по крайней мере в k_{cd} раз; расчетное выражение условия устойчивости на сдвиг

$$\frac{F}{Q} \geq k_{cd}, \quad (3.38)$$

где k_{cd} — коэффициент запаса на устойчивость по сдвигу (для сооружений II класса при расчете на основные нагрузки $k_{cd} = 1,3$).

Под k_{cd} (как и для k_0) понимаем число, на которое следует умножить сдвигающую силу Q , чтобы получить предельное состояние, соответствующее равенству

$$k_{cd} Q = F.$$

Внося вместо F его выражение по закону трения Кулона (3.37), получим вместо (3.38):

$$\frac{f_n N}{Q} \geq k_{cd}, \quad (3.39)$$

или иначе, учитывая, что $Q = N \tan \beta$ (рис. 79, а),

$$\frac{f_n N}{N \tan \beta} \geq k_{cd};$$

окончательно

$$\tan \beta \leq \frac{f_n}{k_{cd}}. \quad (3.40)$$

Угол наклона равнодействующей R по основанию к нормали должен быть ограничен величиной $\frac{f_n}{k_{cd}}$.

В ряде случаев для уменьшения угла β подошве фундамента стенки придают наклон (рис. 79, б).

Приводим значения коэффициентов трения f_n кладки стенки по грунту [33]:

глинистые сланцы и известняки	0,25
суглинки и супеси	0,30
пески	0,40—0,50
скалистые грунты, гравий	0,60—0,65
грунтовые основания на вертикальных сваях	0,50
в швах свежей кладки	0,50
в швах затвердевшей кладки	0,70
каменная наброска	0,90

Г. УСТОЙЧИВОСТЬ СТЕНКИ НА СДВИГ ПРИ НАЛИЧИИ КАМЕННОЙ НАБРОСКИ

Пусть стенка, подверженная по основанию AB действию сил G и Q , покоятся на каменной наброске $ACDD_1$, которая имеет по DD_1

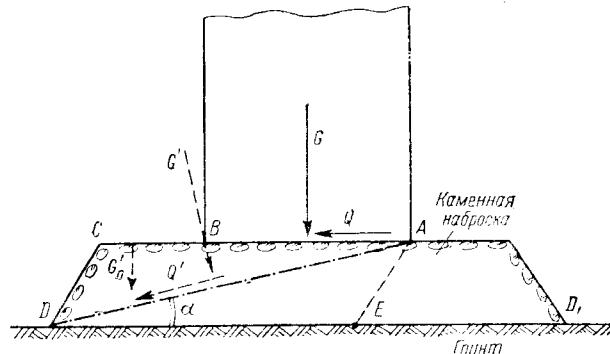


Рис. 80

грунтовое основание (рис. 80). Проверка устойчивости по подошве ведется согласно (3.39), причем f_n берется больше, чем для грунта:

$$\frac{f_n G}{Q} \geq k_{cd}. \quad (3.41)$$

Далее ведется поверка на сдвиг по плоскости AD или ED . Определяем нормальную и сдвигающую силы по плоскости AD :

$$\begin{aligned} G' &= (G + G_n) \cos \alpha - Q \sin \alpha; \\ Q' &= (G + G_n) \sin \alpha + Q \cos \alpha, \end{aligned} \quad (3.42)$$

где G_n — вес части постели, заключенной в объеме ACD . Коэффициент устойчивости на сдвиг по плоскости AD

$$k_{\text{сд}} = \frac{f_k G'}{Q'}, \quad (3.43)$$

где f_k — коэффициент внутреннего трения каменной наброски ($f_k \approx 1$). По плоскости DE сила веса

$$G'' = G + G_n,$$

где G_n — вес части постели в объеме $ACDE$.

Коэффициент устойчивости стенки на сдвиг по DE

$$k_{\text{сд}} = \frac{(G + G'')}{Q} f_{\text{тр}}, \quad (3.44)$$

где $f_{\text{тр}}$ — коэффициент трения каменной наброски по грунту, который принимается равным коэффициенту внутреннего трения грунта, так как сдвиг может произойти по плоскости, расположенной несколько ниже DE .

Если фундамент заглублен в грунт, то поверку на устойчивость следует проводить с учетом силы отпора [52].

§ 28. ПОВЕРКА СТЕНКИ НА УСТОЙЧИВОСТЬ ПРИ СДВИГЕ ПО КРИВОЛИНЕЙНОЙ ПОВЕРХНОСТИ СКОЛЬЖЕНИЯ

Ряд аварий подпорных стенок и оградительных сооружений подтверждает, что при наличии достаточного коэффициента запаса «на плоский сдвиг» (§ 27) стенка оказывается неустойчивой при сдвиге по криволинейной поверхности сползания. Классическим примером такой аварии является катастрофический сдвиг стенок набережных в порту Триест, схематично показанный на рис. 81. Значительный объем грунта резко смещается по криволинейной поверхности сползания acb и выпирает у передней грани фундамента.

Обычно при сложной конфигурации сил, действующих по поверхности сползания, применяют приближенный метод кругло-цилиндрической поверхности, т. е. линию сползания считают дугой круга. Такая методика расчета разрешена по НИТУ 127-55, § 76. Как показывают наблюдения, кривая acb обычно проходит близко к внутреннему ребру фундамента c , причем центр дуги O имеет координаты xh и yh , где h — высота засыпки (рис. 82). Положение центра для кривой acb , для которой следует ожидать наименьшего

значения коэффициента устойчивости на сдвиг, исследовано в работе Феллениуса [54] и дается в функции от $\frac{t}{h}$, где t — стрела дуги bc относительно поверхности основания.

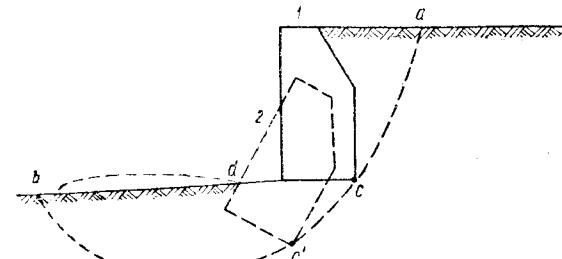


Рис. 81

Покажем, как определяется коэффициент устойчивости на сдвиг для acb . Вычисляем его как отношение момента сил, удерживающих против сдвига, — $M_{\text{уд}}$ к моменту сил сдвигающих — $M_{\text{сд}}$. Всю массу грунта с сооружением разделяем вертикальными плоско-

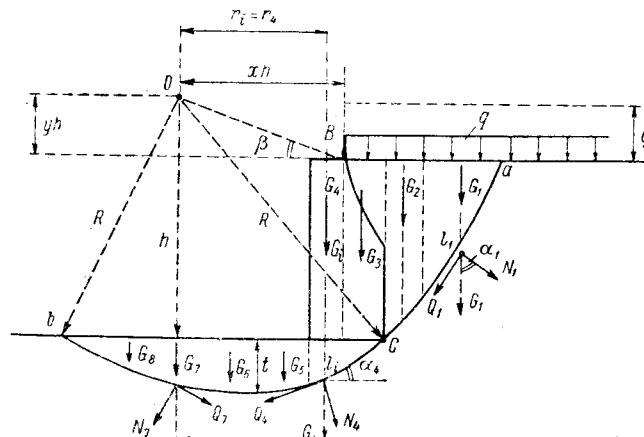


Рис. 82

стями на ряд элементов и определяем веса каждого из этих элементов — G_i . В точках пересечения весов с линией скольжения находим углы α_i касательных к кривой сползания. Разлагаем вес G_i каждого элемента на касательную и нормальную составляющие:

$$Q_i = G_i \sin \alpha_i;$$

$$N_i = G_i \cos \alpha_i,$$

причем

$$\sin \alpha_i = \frac{r_i}{R}. \quad (a)$$

Момент сдвигающих сил относительно центра O

$$M_{\text{сд}} = \sum_1^n Q_i R = \sum_1^n G_i R \sin \alpha_i.$$

Для сил Q_i , направленных вправо, следует брать знак минус. Внося сюда значения $\sin \alpha_i$ по (а), получаем:

$$M_{\text{сд}} = \sum_1^n G_i r_i, \quad (3.45)$$

где r_i — абсцисса линии действия G_i относительно центра круга O .

Сдвигу каждого элемента по линии сползания сопротивляется трение и сцепление:

сила трения

$$F_i = \operatorname{tg} \rho_i \cdot N_i = \operatorname{tg} \rho_i \cdot G_i \cos \alpha_i; \quad (b)$$

сила сцепления

$$C_i = c_i l_i, \quad (в)$$

где ρ_i и c_i — угол внутреннего трения и сцепление для i -го элемента кривой скольжения;

l_i — длина этого элемента.

Момент сил сопротивления, или удерживающий момент,

$$M_{\text{уд}} = \sum_{i=1}^{i=n} R (F_i + C_i).$$

Внося значения сил по (б) и (в), получим:

$$M_{\text{уд}} = R \sum_1^n (G_i \cos \alpha_i \operatorname{tg} \rho_i + c_i l_i). \quad (3.46)$$

Коэффициент устойчивости на скольжение по криволинейной поверхности acb

$$k_{\text{сд}} = \frac{M_{\text{уд}}}{M_{\text{он}}} = \frac{R \sum_1^n (G_i \cos \alpha_i \operatorname{tg} \rho_i + c_i l_i)}{\sum_1^n G_i r_i}. \quad (3.47)$$

По (3.47) определяется коэффициент устойчивости на сдвиг для неоднородной грунтовой среды, для которой ρ_i и c_i переменны. Такой расчет невозможно осуществить по методике теории пластичности.

Для частного случая однородного грунта, когда ρ_i и c_i величины постоянные, вместо (3.47) имеем:

$$k_{\text{сд}} = \frac{R \operatorname{tg} \rho \sum_1^n G_i \cos \alpha_i + R e L}{\sum_1^n G_i r_i}, \quad (3.48)$$

где L — длина всей линии скольжения acb .

Коэффициент устойчивости должен быть равен или более нормативного: $|k_{\text{сд}}| = 1,2 \div 1,4$.

Для обеспечения устойчивости сооружения намечают ряд круговых линий скольжения по (3.47) или (3.48) и из них выбирают наименьший коэффициент устойчивости; условие запаса устойчивости:

$$k_{\text{сд, min}} \geq [k_{\text{сд}}]. \quad (3.49)$$

Заметим, что изложенный способ основан на предположении об отсутствии сил трения по разделяющим всю сползающую массу вертикальным плоскостям.

Чтобы устраниТЬ многочисленные расчеты по определению $k_{\text{сд}}$ для каждой криволинейной линии сползания определяют центр линии acb , соответствующей (приблизительно) наименьшему значению $k_{\text{сд}}$ по Феллениусу. Если грунт обладает лишь сцеплением, то центр O лежит на прямой BO , наклоненной под углом $\beta = 36^\circ$. В табл. 8 приведены значения координат xh и yh центра O по Феллениусу в зависимости от параметров:

$$\frac{q}{\gamma h}; \quad \frac{t}{h}.$$

Здесь h — высота сооружения;

q — разность ($H - h$), где H — приведенная к объемному весу грунта γ высота с учетом также временной нагрузки q_0 на поверхность грунта.

Таблица 8
Координаты центра круговой линии сползания по Феллениусу

$\frac{q}{\gamma h}$	$\frac{t}{h}$	Координаты центра	
		x	y
0	0,5	0,25	0,26
0	1,0	0,33	0,41
0,5	0,5	0,31	0,35
0,5	1,0	0,41	0,53
1,0	0,5	0,34	0,39
1,0	1,0	0,44	0,57

Выбрав первый центр O_1 , на основе данных табл. 18 вычисляют по (3.47) коэффициент устойчивости k_1 . Далее проводят через O_1 горизонтальную прямую и последовательно выбирают справа и слева от точки O_1 ряд других центров; для соответствующих круговых кривых сползания находят коэффициенты $k_2, k_3, k_4, \dots, k_n$. Пусть для наименьшего из так определенных коэффициентов центр кривой скольжения будет O_n . Через эту точку проводят вертикаль и намечают выше и ниже O_n ряд центров кривых скольжения, для которых вновь находят коэффициенты устойчивости и выбирают наименьший — k_{\min} . Затем пользуются расчетным условием (3.49):

$$k_{\min} \geq [k_{\text{сп}}]. \quad (3.50)$$

Для сооружений I—III классов допускаемые коэффициенты устойчивости 1,25—1,15.

§ 29. ПОВЕРКА ЗАГЛУБЛЕННОЙ В ГРУНТ СТЕНКИ НА СДВИГ ПРИ НАЛИЧИИ ОТПОРА

A. ФОРМУЛА БЕЛЗЕЦКОГО

Формула Белзецкого [4] применяется для проведения предварительных приближенных расчетов. В этой формуле дается непосредственное выражение для глубины h заложения фундамента (рис. 83, а) через высоту H приведенного слоя грунта, заменяющего вес p вертикальной нагрузки по основанию, и через ширину фундамента.

Допустим, что при небольшом увеличении нагрузки p на основание AD сыпучей массы нарушается устойчивость стенки вследствие одностороннего выпирания грунта слева по плоскости BC с одновременным сползанием его по плоскости BD . При этом призма сползания ABD смещается вниз вдоль плоскости сползания BD , наклоненной под углом $(45 + \frac{p}{2})$ к горизонтали, а призма выпирания ABC смещается вдоль плоскости BC вверх, причем плоскость BC (для горизонтальной поверхности и при «гладкой» плоскости AB) наклонена под углом $(45 - \frac{p}{2})$.

В действительности по плоскости AB будут возникать силы внутреннего трения, которыми пренебрегаем. Единственными силами взаимодействия по AB считаем нормальные к плоскости силы активного давления E_a со стороны призмы ABD и пассивного давления E_n со стороны призмы ABC , подверженной действию давления q от слоя грунта высотой h .

В предельном состоянии

$$E_a = E_n. \quad (3.51)$$

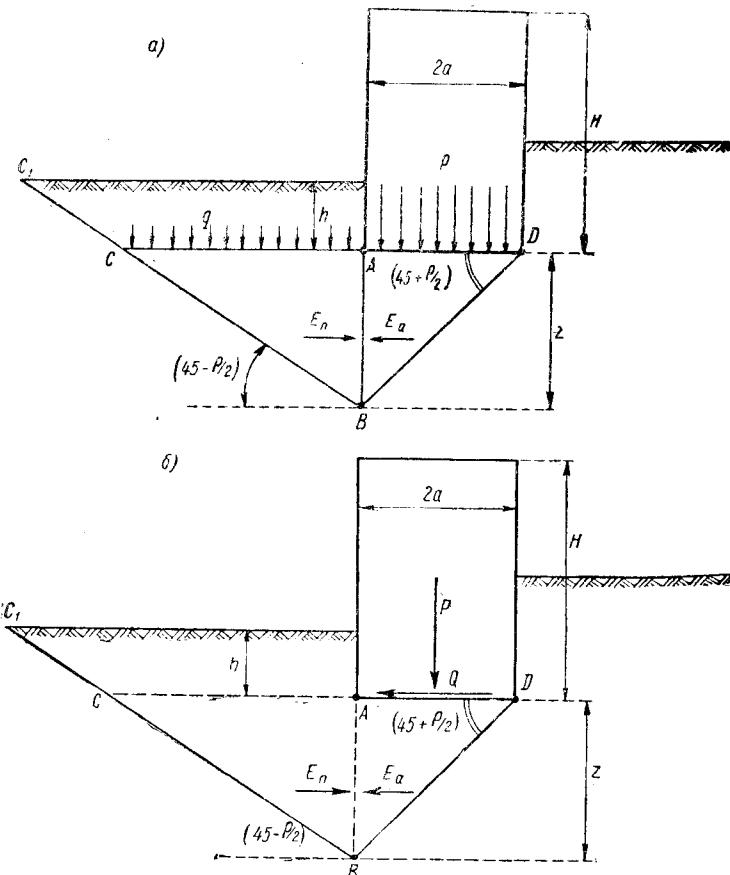


Рис. 83

Для активного давления, действующего по высоте z и при наличии приведенного слоя грунта высотой H ,

$$E_a = \frac{\gamma z(z+2H)}{2} \operatorname{tg}^2\left(45 - \frac{p}{2}\right) = \left(\frac{\gamma z^2}{2} + \gamma zH\right) \operatorname{tg}^2\left(45 - \frac{p}{2}\right), \quad (a)$$

где

$$H = \frac{p}{\gamma}.$$

Для пассивного давления, вводя влияние нагрузки $q = \gamma h$, имеем следующее приближенное выражение:

$$E_n = \left(\frac{\gamma z^2}{2} + \gamma zh\right) \operatorname{tg}^2\left(45 + \frac{p}{2}\right). \quad (b)$$

При этом пренебрегаем сопротивлением сдвигу по CC_1 .

Величина z определяется по ширине фундамента $2a$:

$$z = 2a \operatorname{tg} \left(45 + \frac{\rho}{2} \right). \quad (в)$$

Подставляя значения E_a и E_n в соотношение (3.51), находим:

$$\left(\frac{\gamma z^2}{2} + \gamma z H \right) \operatorname{tg}^2 \left(45 - \frac{\rho}{2} \right) = \left(\frac{\gamma z^2}{2} + \gamma z h \right) \operatorname{tg}^2 \left(45 + \frac{\rho}{2} \right). \quad (г)$$

Имея в виду известную тригонометрическую зависимость

$$\operatorname{tg} \left(45 + \frac{\rho}{2} \right) = \frac{1}{\operatorname{tg} \left(45 - \frac{\rho}{2} \right)}$$

и обозначая

$$m = \operatorname{tg} \left(45 - \frac{\rho}{2} \right), \quad (д)$$

получаем вместо (г):

$$\left(\frac{\gamma z^2}{2} + \gamma z H \right) m^4 = \frac{\gamma z^2}{2} + \gamma z h. \quad (е)$$

Отсюда, внося z по (в), имеем следующую формулу для h :

$$h = Hm^4 + am(m^4 - 1). \quad (3.52)$$

Получено выражение для глубины h заложения фундамента в зависимости от нагрузки на основание ($H = \frac{P}{\gamma}$) и ширины a фундамента, а также в зависимости от коэффициента, определяемого значением угла внутреннего трения. Заметим, что действительная глубина h_y определяется делением h , найденной по (3.52), на коэффициент запаса. Из (3.52) получаем формулу Паукера [30] для фиктивного случая нулевой глубины выпирания ($z = 0$), когда $a = 0$:

$$h = Hm^4. \quad (3.53)$$

Формула Паукера имеет теперь лишь историческое значение, поскольку в ней не учитывается влияние ширины фундамента. Формула Белзецкого дает заниженное значение несущей способности основания [20 и 47].

Б. ОБЩАЯ ФОРМУЛА ДЛЯ ГЛУБИНЫ ЗАЛОЖЕНИЯ В СЛУЧАЕ СВЯЗНОГО ГРУНТА ПРИ НАЛИЧИИ СИЛЫ СДВИГА

Дадим формулу Белзецкого в общем случае связного грунта при наличии действия от фундамента как нормального давления P , так и силы сдвига Q (рис. 83, б). Теперь условие предельного равновесия по плоскости AB запишется так:

$$E_a + Q = E_n, \quad (3.54)$$

прочем с учетом сцепления

$$E_a = \left(\frac{\gamma z^2}{2} + \gamma z H \right) \operatorname{tg}^2 \left(45 - \frac{\rho}{2} \right) - 2cz \operatorname{tg} \left(45 - \frac{\rho}{2} \right);$$

$$E_n = \left(\frac{\gamma z^2}{2} + \gamma z h \right) \operatorname{tg}^2 \left(45 + \frac{\rho}{2} \right) + 2cz \operatorname{tg} \left(45 + \frac{\rho}{2} \right).$$

Внося эти значения в (3.54) и используя обозначение m по (д), имеем:

$$\left(\frac{\gamma z^2}{2} + \gamma z H \right) m^2 - 2czm + Q = \left(\frac{\gamma z^2}{2} + \gamma z h \right) \frac{1}{m^2} + \frac{2cz}{m}.$$

Отсюда, подставляя выражение (в), находим глубину заложения фундамента:

$$h = Hm^4 + m \frac{Q}{2az\gamma} + am(m^4 - 1) - \frac{2cm}{\gamma}(1 + m^2). \quad (3.55)$$

Как видно, при наличии сдвигающей силы Q глубина заложения фундамента увеличивается. Действительную глубину фундамента определяем, вводя коэффициент запаса. Учет трения по плоскости раздела AB проведен в работе Лаупмана [55]. Для более точного расчета следует применять формулы В. В. Соколовского [47] и В. Г. Березанцева [6].

ТЕОРИЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ БОКОВОГО ДАВЛЕНИЯ ГРУНТА НА ОСНОВЕ УРАВНЕНИЙ ДЕФОРМАЦИЙ

§ 30. ОБЛАСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ ТЕОРИИ КУЛОНА. ПАССИВНОЕ ДАВЛЕНИЕ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ СТЕНКИ

А. ВВЕДЕНИЕ

Как было отмечено в гл. II, в связи с несовершенством теории Кулона были предложены новые методы определения бокового давления грунта, которые по существу основаны на той же теории предельного состояния. По Кулону поверхность сползания принимается плоской, в то время как опыт далеко не всегда подтверждает эту гипотезу. Были поставлены экспериментальные исследования Яропольского [61], Терцаги [73], Прилежаева [32] и многих других.

Оказалось, что при поступательном перемещении стенки или при ее повороте вокруг нижнего ребра задней грани результаты расчета давления по методу Кулона в общем хорошо, с точностью до 10%, совпадают с экспериментальными значениями. При этом, однако, рассматривались в основном лишь стенки с вертикальной гранью.

Опыты Прилежаева показали, что при смещении пологих и шероховатых стенок в теле грунта возникают две поверхности сползания; засыпка между стенкой AB и ближайшей к ней поверхностью A_1B обрушения перемещается как одно целое, причем скольжение происходит по второй поверхности сползания — BC (рис. 84). В связи с этим Христофоровым [12] и другими предлагалось (при наличии нагрузки q на поверхности грунта) определять по Кулону

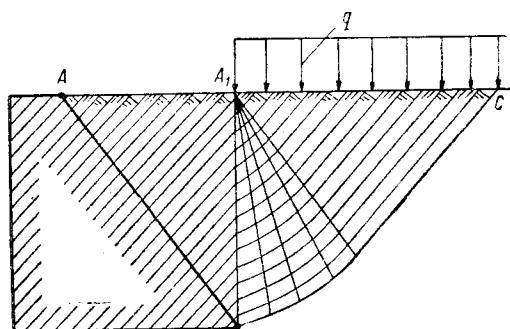


Рис. 84

давление грунта на плоскость A_1B , проведенную в засыпке от начала действия нагрузки, вводя для этой условной грани стенки угол внутреннего трения. Давление, определяемое по способу Дуброва [17], оказывается несколько больше. Опыты Христофорова показали, что при наличии на поверхности нагрузки q величина давления, точка ее приложения и угол отклонения давления δ от нормали к грани стенки зависят от положения нагрузки (с удалением нагрузки от стенки угол δ уменьшается, точка приложения равнодействующей нагрузки понижается).

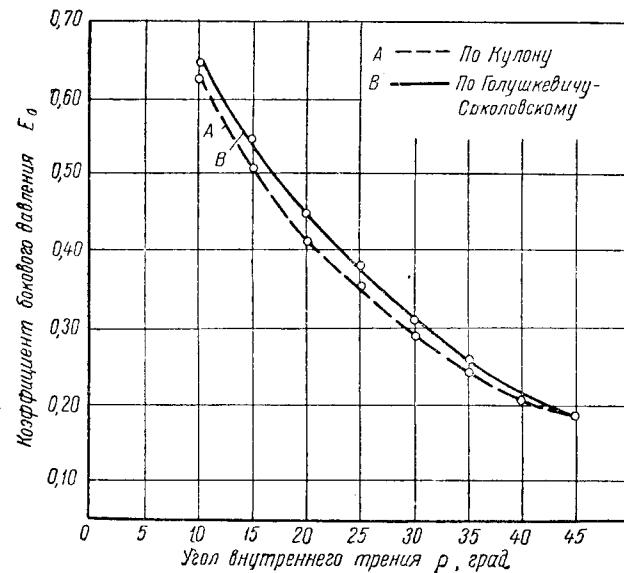


Рис. 85

Предложение о переходе к криволинейной линии сползания нашло свое современное развитие в создании теории давления грунта на основе применения математической теории пластичности. Строгое решение задач о предельном состоянии грунта, данное Соколовским [47] и в графической форме Голушкивичем [11], приводит к определению давления грунта (при чисто пластическом предельном состоянии во всей области) с помощью криволинейных линий скольжения, очертание которых получается путем интегрирования соответствующих дифференциальных уравнений. Анализ, проведенный Голушкивичем [11], несколько упростившим решение задачи, показал, что для активного давления в пределах обычных значений углов трения решения по Кулону и по теории Соколовского разнятся крайне незначительно (рис. 85). По существу результаты оказываются вполне идентичными, так же как это было показано и для способа вынужденной и естественной линии сполза-

ния (см. § 22). В практических случаях по Голушкевичу отклонение достигает всего 4%. Однако, по данным Клейна [20], для пологих и ломаных стенок расхождение в результатах расчета по Кулону и Соколовскому может быть более значительным.

Для пассивного давления (рис. 86) результат получается иной. В области обычных значений углов трения пассивное давление по Кулону оказывается существенно больше, чем найденное по теории Соколовского — Голушкевича. Отклонение результатов, полученных по последней методике, от расчета по Кулону может достигать

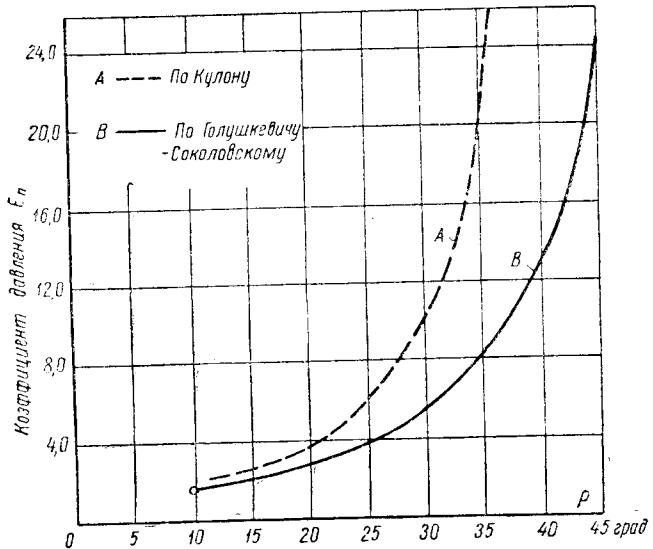


Рис. 86

100% (например, для $\rho = 35^\circ$). Иногда давление может быть и больше Кулонова пассивного давления (при наличии «внутреннего выпора») [16]. Однако в подавляющем большинстве случаев сооружения не следует рассчитывать на полное пассивное давление. Как показано ниже, полному пассивному Кулонову давлению соответствуют совершенно недопустимые перемещения стенок.

Кроме того, в действительности при глубоком заложении происходят сложные перемещения стенок, вызывающие смешанное давление, поэтому возникает смешанная задача. Решения смешанной задачи теории предельного равновесия о боковом давлении грунта точным методом до сих пор не имеется, за исключением нового решения этой задачи для оснований [16]. Поэтому приходится пока применять приближенные методы расчета давления и в первом приближении использовать метод Кулона для определения направления линии скольжения.

Б. ПАССИВНОЕ ДАВЛЕНИЕ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ СТЕНКИ В ПРОЦЕССЕ УПЛОТНЕНИЯ

Ввиду того что создание полного отпора возможно лишь при существенном смещении стенки, обычно сооружения не рассчитывают на полное пассивное давление, вводя для промышленных и мостовых массивных сооружений и по передней грани фундамента лишь активное давление.

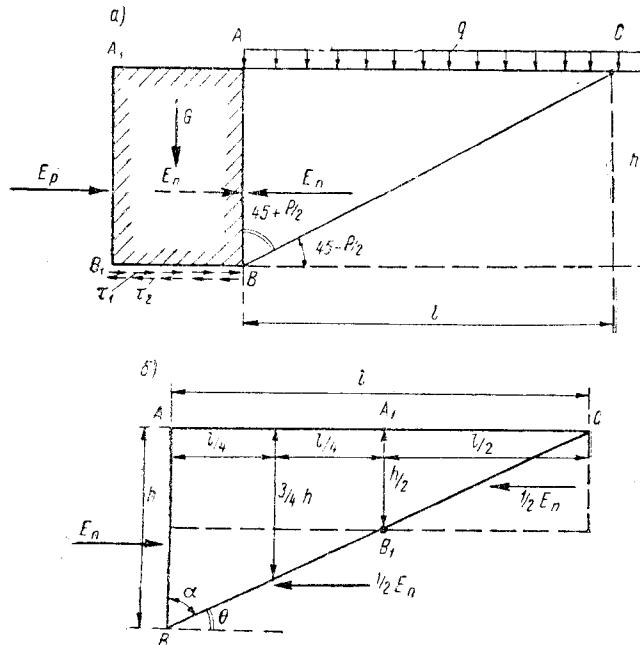


Рис. 87

Представляется важным дать хотя бы приближенную оценку смещений, вызванных уплотнением грунта при активном воздействии стенки на грунт, а также установить, какова та доля пассивного давления, которую следует ввести в расчет, допуская заранее определенное смещение стенки [55]. Ниже приводим ориентировочное решение этой задачи, основанное на условном допущении об уплотнении призмы выпирания как упругого клина и отсутствии трения на боковой грани стенки.

Пусть по передней боковой грани стенки действует внешняя сила E_p , активно воздействующая на стенку. Очевидно, пассивное давление E_n по задней грани возникает в результате смещения стенки по основанию, преодоления сил трения τ_1 и силы активного давления (рис. 87, а). Предположим, что внешняя сила E_p постепенно нарастает от нуля, вследствие чего горизонтальные напря-

жения τ_1 по основанию будут последовательно уменьшаться и, наконец, когда сила E_p станет равной активному давлению E_a , они будут равными нулю, и стенка окажется в нейтральном положении. При дальнейшем возрастании внешней силы горизонтальные напряжения τ_2 по основанию изменят направление на обратное и начнут постепенно увеличиваться. Когда эти напряжения достигнут предельного значения, соответствующего силе трения подошвы стенки по основанию, т. е. $\tau_2^{\text{пр}} = f_n \sigma$, произойдет интенсивный сдвиг стенки в сторону грунта, что будет сопровождаться последовательным нарастанием пассивного давления; сила взаимодействия между стенкой и засыпкой теперь станет больше активного давления. В момент, соответствующий полному пассивному давлению, условие равновесия стенки дает:

$$E_p = E_{\text{п}} + \tau_2^{\text{пр}} \Omega,$$

где Ω — площадь сечения основания;

$E_{\text{п}}$ — пассивное давление, при наличии сцепления равное

$$E_{\text{п}} = \left(\frac{q h^2}{2} + q h \right) \operatorname{tg}^2 \left(45 + \frac{\rho}{2} \right) + 2 c h \operatorname{tg} \left(45 + \frac{\rho}{2} \right), \quad (4.1)$$

где q — интенсивность внешней нагрузки на поверхности.

По мере нарастания силы давления со стороны стенки от активного до пассивного, определяемого выражением (4.1), будет происходить последовательное уплотнение клина ABC . Полную величину абсолютного сжатия клина обозначим через Δ . Ввиду приближенности введенных допущений нет смысла точно вычислять перемещение клина Δ . Поэтому применяем следующее упрощенное решение. Заменяем треугольник ABC (рис. 87, б) равновеликим по площади прямоугольником со средним сечением $\left(\frac{h}{2} \cdot 1 \right)$, вводя среднюю продольную силу N . Абсолютное сжатие призмы вытирая

$$\Delta = \frac{N l}{\left(\frac{h}{2} \cdot 1 \right) E_0} = \frac{E_{\text{п}} l}{E_0 h}, \quad (4.2)$$

где E_0 — модуль деформации грунта при уплотнении;
 h — высота грани стенки; 1 м — перпендикулярный размер;
 N — средняя продольная сила, равная

$$N = \frac{1}{2} E_{\text{п}}.$$

Расчеты по формуле (4.2) дают те же результаты, что и довольно громоздкие вычисления уплотнения клина, предложенные Флориным [55].

Смещения стенки Δ при полном пассивном давлении столь значительны, что состояние устойчивости ее по сдвигу становится

аварийным. Иначе говоря, полное пассивное давление для массивных стенок не возникает, так как ему соответствуют недопустимые смещения стенок. Поэтому уточнение теории определения чисто пассивного давления [12], без учета перемещений стенок, не является необходимым.

Пример. Найти абсолютное уплотнение клина вытирая и смещения стенки при наличии полного пассивного давления, если высота стенки $h = 4$ м, на поверхности стенки действует равномерно распределенная нагрузка $q = 1 \text{ т/м}^2$.

Данные. Грунт — тяжелый суглинок. Его объемный вес $\gamma = 1,83 \text{ т/м}^3$; угол внутреннего трения $\rho = 19^\circ 20'$; сцепление $c = 1,5 \text{ т/м}^2$; модуль деформации грунта $E_0 = 100 \text{ кг/см}^2$.

Решение. Угол наклона линии вытирая к горизонту

$$\theta = 45 - \frac{\rho}{2} = 35^\circ 20'; \quad \operatorname{tg} \theta = 0,71; \quad \operatorname{tg}^2 \theta = 0,5.$$

Угол наклона линии вытирая к вертикали

$$\alpha = 45 + \frac{\rho}{2} = 54^\circ 40'; \quad \operatorname{tg} \alpha = 1,41; \quad \operatorname{tg}^2 \alpha = 1,99.$$

Полное пассивное давление по формуле (4.1)

$$E_{\text{п}} = \left(\frac{1}{2} 1,83 \cdot 4^2 + 1 \cdot 4 \right) 1,99 + 2 \cdot 1,5 \cdot 4 \cdot 1,41 = 54 \text{ т.}$$

Длина призмы вытирая

$$l = h \operatorname{tg} \alpha = 4 \cdot 1,41 = 5,64 \text{ м.}$$

Смещение стенки, равное абсолютному уплотнению призмы вытирая, по формуле (4.2)

$$\Delta = \frac{E_{\text{п}} l}{E_0 h \cdot 1} = \frac{54000 \cdot 564}{100 \cdot 400 \cdot 100} = 7,62 \text{ см.}$$

Более точный, но требующий значительной затраты времени способ Флорина [55] дает значение $\Delta = 7,95 \text{ см}$. Как видно, перемещение стенки совершенно недопустимое. При $\Delta_0 = 1,3 \text{ см}$ возникает лишь половина полного пассивного давления $E_{\text{п},1} = 27 \text{ т}$.

По изложенному здесь способу перемещение Δ_0 получаем, предполагая, что уплотнение грунта распространяется лишь на половину длины призмы вытирая AA_1B_1B , причем среднее сечение ее теперь имеет площадь $\left(\frac{3}{4} h \cdot 1 \right)$.

Согласно рис. 87, б

$$\Delta_0 = \frac{N_1 \frac{l}{2}}{\left(\frac{3}{4} h \cdot 1 \right) E_0} = \frac{\frac{1}{4} E_{\text{п}} \frac{l}{2}}{\frac{3}{4} h E_0} = \frac{E_{\text{п}} l}{6 E_0 h}.$$

Для приведенного выше примера

$$\Delta_0 = \frac{1}{6} \Delta = 1,27 \text{ см,}$$

что совпадает с более точным решением по [55].

§ 31. ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ ПО ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ СОПРОТИВЛЕНИЕМ СДВИГУ И ПЕРЕМЕЩЕНИЕМ СТЕНКИ

а. общие положения

При расчете статически неопределеных стержневых систем усилия вычисляются по уравнениям деформаций, связывающим усилия и перемещения. Несмотря на то что определение бокового давления грунта также представляет собой статически неопределенную задачу, ее решение по методу Кулонова, да и по строгой теории предельного равновесия грунтов В. В. Соколовского производится без введения какой-либо связи между усилиями и перемещениями. В этом основной недостаток всех изложенных выше способов определения давления грунта.

Не только статическое, но и динамическое давление можно найти путем рассмотрения условий взаимодействия стенки и засыпки по плоскости контакта этих двух тел [39].

Хорошо известно, что вид перемещения стенки существенно влияет на величину и точку приложения давления грунта, которое может заметно отличаться как от Кулонова давления, так и от найденного по строгой теории пластичности.

Необходимо связать давление грунта с перемещением подпорной стенки, вводя определенные из эксперимента закономерности в изменении условий по поверхности сдвигов. Здесь следует иметь в виду наличие определенных трудностей. Первая из них заключается в том, что грунт обладает ясно выраженным пластическим свойствами и зависимость между усилиями и перемещениями в нем нелинейна (кривая OAB на рис. 88). Эту трудность в достаточно точном решении можно обойти, переходя к так называемой билинейной зависимости OAC , считая, что на первом линейном участке зависимости OA модуль упругости определяется $\tan \alpha$, а на втором (пластическом) участке — новой прямой AC с пониженным модулем деформации, определяемым $\tan \alpha_1$, где $\alpha_1 < \alpha$.

В первом приближении возможно полностью линеаризовать задачу, вводя линейную зависимость для всей области упругопластической деформации, причем пониженный модуль деформации определяется углом $\beta < \alpha$.

Вторая трудность деформационного расчета стенок заключается в том, что для грунта, как правило, не существует однозначной

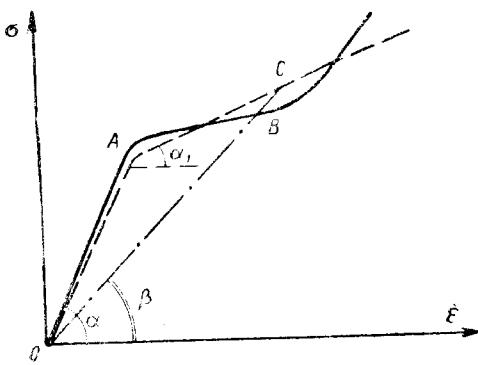


Рис. 88

связи между деформациями и напряжениями. Для данного напряженного состояния в грунте могут возникать различные состояния деформаций, и наоборот. Однако расчет можно вести методом последовательных приближений, вводя для каждого нового напряженного состояния новые упругие характеристики среды и новые начальные условия задачи.

б. зависимость между сопротивлением деформаций сдвига и горизонтальным смещением стенки

Для решения задачи о боковом давлении грунта на подпорную стенку с учетом ее перемещения важно установить зависимость между силой сдвига $Q = \tau \Omega = F$ стенки по основанию и горизонтальным смещением сдвига Δ (под τ понимается касательное напряжение, Ω — площадь основания стенки). Как показывают результаты статических экспериментальных исследований [55], в плотных песках τ по мере увеличения Δ сначала возрастает почти по линейному закону (рис. 89), а затем после некоторого разрыхления песка в зоне сдвига уменьшается.

В таком случае на первом участке OA небольших «упругих» сдвигов стенки можно принимать линейную зависимость между τ и Δ , или F и Δ :

$$Q = F = f\Delta, \quad (4.3)$$

где Q — сдвигающая сила, равная силе сопротивления сдвига F ; f — коэффициент сдвига.

В области же разрыхления зависимость между силой сдвига и перемещением оказывается резко отличной от (4.3). Точка A_1 соответствует предельное сопротивление сдвига $\tau_{\text{пр}}$, т. е. моменту скольжения стенки. В первом приближении график в пластической области можно принимать по прямой A_1B с падением напряжения τ при возрастании Δ . Для рыхлых песков в пластической области можно полагать $Q = \text{const}$.

Интересны результаты наших (совместно с А. Д. Беклемишевым) экспериментальных исследований зависимости между τ и Δ при динамическом приложении нагрузки в случае действия падающего груза на поверхность грунта, поддерживаемого стенкой (рис. 90, а). Прямолинейная зависимость при больших импульсах (рис. 90, б) быстро переходит в криволинейную на участке первых заметных смещений Δ ; напряжению $\tau_{\text{пр}}^{\text{ст}}$ соответствует статическая сила трения $F_{\text{ст}}$, на участке OA достигается первое динамическое значение силы трения $F_{\text{дин}}$, которой отвечает $\tau_{\text{пр}}^{\text{дин}}$. Далее на не-

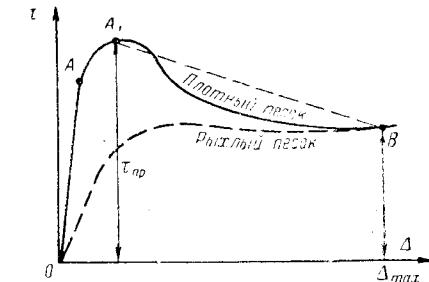


Рис. 89

большом участке AA_1 сила трения почти постоянна, при этом $\tau_{\text{дин}}^{\text{пр}} = (1 + \mu_{\text{дин}}) \tau_{\text{пр}}^{\text{ст}}$, где $(1 + \mu_{\text{дин}})$ — динамический коэффициент от импульса; затем при увеличении сдвигов сила трения резко падает, достигая 0,4 статической, после чего на последнем участке она вновь возрастает и для максимального значения смещения при скорости, близкой к нулю, становится равной статической. Как видно, зависимость силы $F = \tau_{\text{пр}} \Omega$ в функции от Δ весьма сложна.

На основании этих данных, полученных с помощью электротензометрии, при расчетах на действие динамической нагрузки в первом приближении можно было бы принимать сопротивление сдвигу по билинейной зависимости $OA A_1$ (рис. 91, а). На первом участке OA , когда быстро развиваются сдвиги стенки, имеем линейную зависимость

$$F_1 = f_1 \Delta, \quad (a)$$

$$\text{где } f_1 = \operatorname{tg} \alpha > 0; \\ F_0 = f_1 \Delta_1;$$

Δ_1 — абсцисса точки A .

В наших опытах (при $\Omega = 17 \cdot 40 = 680 \text{ см}^2$) динамический коэффициент сдвига для песка $f_1 = 250 \text{ кг/см}$, что соответствует коэффициенту сдвига на $1 \text{ см}^2 C_{\text{сд}} = 0,37 \text{ кг/см}^3$. На втором пластическом участке динамического сдвига

$$F_2 = F_0 - f_2 (\Delta - \Delta_1) \approx F_0 - f_2 \Delta, \quad (б)$$

где $f_2 = \operatorname{tg} \alpha_2$ (в наших опытах с песком $\operatorname{tg} \alpha_2 = 50 \text{ кг/см}$, $C_{\text{сд}} = 0,07 \text{ кг/см}^3$); за малостью Δ_1 разность $\Delta - \Delta_1$ принята равной Δ ;

F_0 — начальная динамическая сила трения, большая статической. Использование билинейной зависимости (а) — (б) дает все же некоторое осложнение в решении задачи, и, кроме того, аппроксимация кривой ABA_1 прямой является приближенной.

Ниже, в динамике стенок рассматриваем лишь первый участок смещения стенки. При решении упруго-пластических задач целесообразно перейти к зависимости силы сопротивления сдвигу от скорости сдвига стенки по основанию. На рис. 91, а наряду с кри-

вой $F \Delta$ показана кривая изменения скорости смещения стенки $v = \Delta'$ по мере нарастания смещения Δ . Из сопоставления кривых I и II можно дать такую зависимость между динамической силой сопротивления сдвигу и скоростью сдвига, соответствующую зависимости Фойгта для затухающих колебаний:

$$F = F_{\text{ст}} + \frac{F_0 - F_{\text{ст}}}{v_0} v, \quad (4.4)$$

где F_0 , v_0 — начальное значение силы трения и скорости в момент удара груза о поверхность грунта.

Если принять как осредненное значение из наших экспериментов с песком (рис. 90, б) $F_0 = F_{\text{ст}} = 1,4 F_{\text{ст}}$, то вместе с (4.4) получаем:

$$F = F_{\text{ст}} \left(1 + \frac{1,4v}{v_0} \right). \quad (4.5)$$

При этом, если высота засыпки грунта $h = 32 \text{ см}$, то высота падения груза $H = 1,2 \text{ м}$, а вес груза — $6,5 \text{ кг}$. Вследствие большой высоты падения груза создавался относительно большой начальный импульс, что и давало быстрый рост сдвига стенки Δ уже в начальный момент времени примерно по линейному закону во времени (кривая I на рис. 91, б; здесь же приведена кривая изменения F во времени).

График изменения Δ во времени на первом основном участке OA позволяет в первых приближенных расчетах базироваться на линейной зависимости (4.3), устанавливая значение коэффициента f_1 экспериментально (с помощью датчиков и электрического усилителя). Конечно, значение $C_{\text{сд}}$ в данном случае является условным.

Заметим, что формула (4.5) имеет частный характер (для данных нашего опыта). При $v = v_0$ она дает $F_0 = 2,3 F_{\text{ст}}$, далее, по мере естественного уменьшения скорости вследствие затухания процесса, F стремится к $F_{\text{ст}}$.

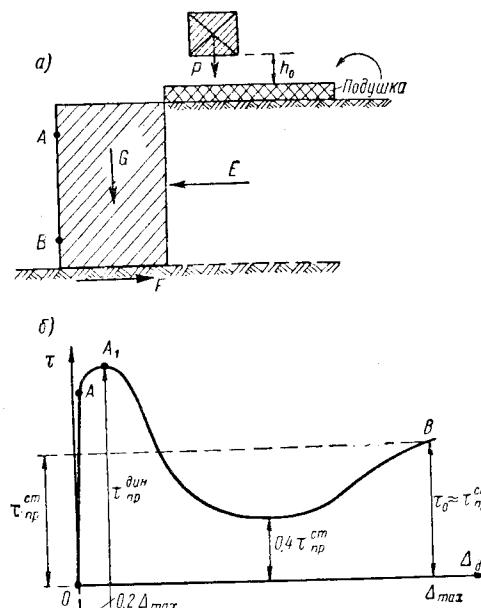


Рис. 90

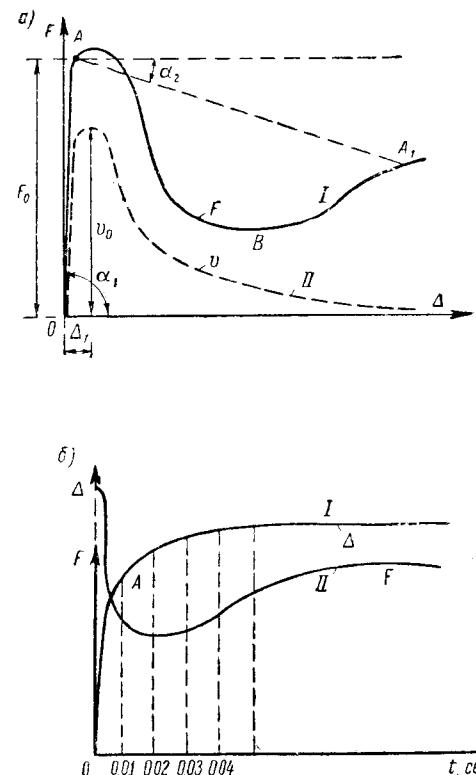


Рис. 91

§ 32. ВЛИЯНИЕ ВИДА ПЕРЕМЕЩЕНИЯ СТЕНКИ НА ВЕЛИЧИНУ И ТОЧКУ ПРИЛОЖЕНИЯ ДАВЛЕНИЯ ГРУНТА

Ниже, в § 33, будет изложено определение статического бокового давления грунта на основе рассмотрения упругих смещений стенки по грунтовому основанию и перемещения клина сползания.

Здесь приведем результаты исследований влияния вида перемещения стенки, полученные путем применения энергетического метода [39]. По этому методу боковое давление грунта (аналогично теории Кулона) определяется из условия минимума работы A_E , совершенной боковым давлением. Это условие эквивалентно условию минимума момента бокового давления грунта (момент берется относительно оси вращения стенки).

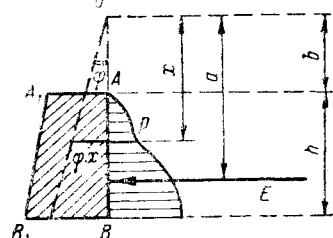


Рис. 92

роте грани AB на угол φ работа сил бокового давления для малых смещений может быть выражена так:

$$A_E = \int_0^{b+h} p(\varphi x) dx = \varphi \int_0^{b+h} (pdx) x = \varphi E a, \quad (4.6)$$

т. е. работа сил бокового давления прямо пропорциональна моменту равнодействующей бокового давления Ea относительно точки поворота O и минимум величины бокового давления соответствует минимуму момента M_0 или минимуму работы сил бокового давления. Активное давление грунта E на стенку можно находить из условия минимума статического момента давления относительно оси вращения или минимума работы сил давления, что соответствует сущности решения статически неопределенной задачи.

Применение этого условия и введение криволинейных линий сползания в форме логарифмической спирали позволило [63] решить различные задачи определения давления сыпучего тела на стенку в зависимости от общего вида перемещения ее. На рис. 93 представлены основные результаты этого исследования Рендулика [39].

1. В случае, если задняя грань стенки смещается параллельно или точка поворота O лежит ниже задней грани (точки B), учитывая только общую картину перемещений, получаем Кулоново активное давление (рис. 93, а). Линии скольжения при этом прямые,

Эпюра интенсивности — прямая AC . Для вертикальной гладкой стенки $E_a = 0,167 \gamma h^2$.

2. В случае, когда точка поворота O находится на участке грани AB стенки (точка O выше нижней точки задней грани на $0,111 h$ —

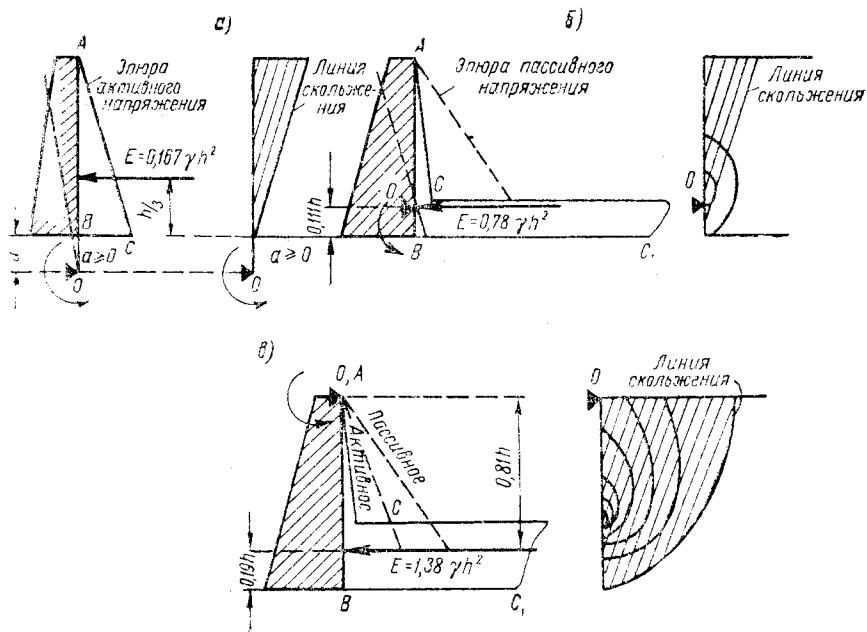


Рис. 93

рис. 93, б), возникает смешанное давление. Величина его при этом в несколько раз больше активного давления:

$$E_{\text{cm}} = 0,78 \sqrt{h^2}.$$

Эпюра интенсивности ограничена ломаной ACC_1 . Точка приложения давления значительно снижается сравнительно с первым случаем. Линии скольжения оказываются составными. Смешанное давление возникает также при повороте стенки относительно верхней точки задней грани (рис. 93, в). Полагаем при этом, что точка A имеет возможность некоторого смещения влево. В этом наиболее опасном случае давление достигает величины $E_n = 1,38 \gamma h^2$, т. е. увеличивается в 8 раз по сравнению с активным. Эпюра интенсивности — ломаная \bar{ACC}_1 .

Рассмотренные случаи показывают, что нельзя определять давление без учета возможных перемещений.

§ 33. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЕЙСТВИТЕЛЬНОГО ДАВЛЕНИЯ СЫПУЧЕГО ТЕЛА С УЧЕТОМ СДВИГА СТЕНКИ И КЛИНА СПОЛЗАНИЯ

А. ВЕРТИКАЛЬНАЯ ГРАНЬ СТЕНКИ

Основные положения теории определения давления с учетом перемещения стенки при ее поступательном перемещении следующие.

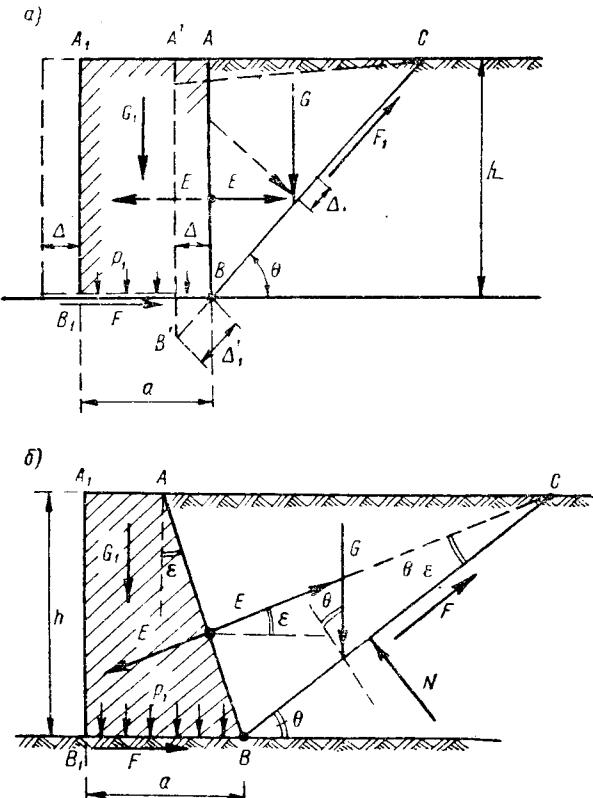


Рис. 94

1. Рассматриваем область линейной зависимости между силой сопротивления сдвигу F и смещением Δ , принимая коэффициент постели на сдвиг (в соответствии с предельной связью между τ и σ)

$$C_{\text{сд}} = 0,7 \text{ } C,$$

где C — коэффициент осадки на равномерное сжатие в $\text{kг}/\text{см}^3$.

Как показано выше, опытные данные подтверждают линейную зависимость для области начальных смещений.

2. Считаем, что клин сползания перемещается при сдвиге стенки, а сдвиги по поверхности скольжения распределяются неравномерно, и у поверхности сдвиг равен нулю (рис. 94, a).

3. Линию сползания принимаем прямой.

4. Полагаем, что угол трения сыпучего тела по стенке $\delta = 0$. Сначала изучаем случай вертикальной задней грани стенки. Рассматривая равновесие стенки, отделенной от массы грунта сечением AB , и применяя условие равновесия в виде суммы проекций сил на горизонтальную ось, имеем:

$$F - E = 0, \quad (4.7)$$

где по (4.3)

$$F = f\Delta,$$

Δ — перемещение сдвига стенки.

Из (4.7) получаем выражение давления грунта в зависимости от перемещения стенки:

$$E = F = f\Delta = 0,7 Cab \Delta. \quad (4.8)$$

Для каждой задачи в соответствии с упругими постоянными и размерами стенки сдвиг Δ будет вполне определенным и E вовсе не возрастает непрерывно. В (4.8) f определяется по формуле $f = C_{\text{сд}}\Omega$, где $\Omega = ab$. Клип сползания ABC после сдвига занимает новое положение $A'B'C$, и перемещение сдвига нижней точки плоскости сползания будет:

$$\Delta'_1 = \frac{\Delta}{\cos \theta}.$$

Перемещение сдвига верхней точки C равно нулю. Применяя линейное распределение сдвигов, получим среднее перемещение сдвига по плоскости скольжения:

$$\Delta_1 = \frac{1}{2} \Delta'_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta}{\cos \theta}. \quad (4.9)$$

Выражением (4.9) учитывается условие связности деформаций клина сползания и стенки.

Рассмотрим теперь равновесие клина сползания ABC , находящегося под действием сил E , G (вес клина), F_1 (сила реакции сдвига по плоскости сползания) и N (нормальная реакция со стороны неподвижной части сыпучего тела). Проектируя все силы, действующие на клин, на направление линии сползания, получим:

$$E \cos \theta + F_1 - G \sin \theta = 0, \quad (a)$$

или

$$E \cos \theta = G \sin \theta - F_1,$$

или окончательно

$$E = G \operatorname{tg} \theta - \frac{F_1}{\cos \theta}. \quad (4.10)$$

Силу сопротивления упругому сдвигу F_1 по плоскости сползания также полагаем прямо пропорциональной перемещению сдвига Δ_1 :

$$F_1 = f_1 \Delta_1, \quad (4.11)$$

где коэффициент сдвига по плоскости сползания

$$f_1 = C_{1,\text{сп}} sb.$$

Здесь s — длина линии сползания.

В (4.11) $C_{1,\text{сп}}$ — коэффициент сдвига для плоскости сползания в пределах упругих деформаций сдвига.

Аналогично соотношению, введенному нами для основания BB_1 ,

$$C_{1,\text{сп}} = 0,7C_1,$$

где C_1 — коэффициент осадки по горизонтальной площадке в точке приложения силы веса G клина сползания.

Таким образом,

$$F_1 = 0,7C_1 sb \Delta_1.$$

Внося сюда (4.9), получаем:

$$F_1 = 0,35C_1 \frac{sb}{\cos \theta} \Delta. \quad (4.12)$$

Подставляя (4.12) в (4.10), находим:

$$E = G \operatorname{tg} \theta - \frac{0,35C_1 sb}{\cos^2 \theta} \Delta. \quad (4.13)$$

Мы получили два уравнения — (4.8) и (4.13) с двумя неизвестными E и Δ , решая которые, найдем аналитические их выражения. Приводя (4.8) и (4.13), имеем:

$$0,7Cab \Delta = G \operatorname{tg} \theta - \frac{0,35C_1 sb}{\cos^2 \theta} \Delta, \quad (5)$$

или

$$f \Delta = G \operatorname{tg} \theta - \frac{f_1 \Delta}{2 \cos^2 \theta},$$

откуда перемещение сдвига стенки

$$\Delta = \frac{G \operatorname{tg} \theta}{f + \frac{f_1}{2 \cos^2 \theta}} = \frac{\gamma h^2 b}{2 \left(f + \frac{f_1}{2 \cos^2 \theta} \right)}. \quad (4.14)$$

Коэффициент пропорциональности для основания стенки

$$f = C_{\text{сп}} ab = 0,7Cab, \quad (B)$$

где a и b — размеры основания.

Коэффициент пропорциональности для плоскости сдвига в сыром теле

$$f_1 = C_{1,\text{сп}} sb = 0,7C_1 \frac{hb}{\sin \theta}. \quad (Г)$$

где C и C_1 — коэффициенты равномерного упругого сжатия по основанию и по плоскости сползания соответственно.

Таким образом, вместо (4.14), внося (B) и (Г), можно написать:

$$\Delta = \frac{\gamma h^2 b}{1,4 C \left(a + \frac{C_1}{2C} \frac{h}{\sin \theta \cos^2 \theta} \right)}. \quad (4.15)$$

Мы получили формулу для определения упругого сдвига стенки.

Подставляя выражение (4.15) в (4.8), находим формулу для действительного давления в зависимости от коэффициентов упругого сжатия:

$$E = \frac{\gamma h^2 b}{2} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{C_1}{2C} \frac{h}{a \sin \theta \cos^2 \theta} \right)}. \quad (4.16)$$

Как видно, решение (4.16) содержит лишь отношение коэффициентов постели C_1/C .

Угол наклона линии сползания в рассматриваемой «допредельной» области принимаем для простоты по теории Кулона:

$$\theta = 45 + \frac{\rho}{2}. \quad (Д)$$

Коэффициент упругого сжатия вычисляем по формуле О. А. Савицова [37], обобщающей ряд многочисленных экспериментальных данных и дающей значения их в зависимости от действительного давления и площади его передачи. Коэффициент постели под подошвой стенки

$$C = C_0 \left[1 + \frac{2(a+b)}{ab} \right] \sqrt{\frac{p}{p_0}}, \quad (4.17)$$

где C_0 — экспериментальное значение коэффициента постели (для песка $C_0 = 1,5 \text{ кг}/\text{см}^3$ при $p_0 = 0,2 \text{ кг}/\text{см}^2$);

ab — площадь передачи давления в м^2 ;

и a и b — линейные размеры основания в м ;

p — действительное удельное нормальное давление на грунт по основанию;

p_0 — удельное давление штампа, соответствующее найденному экспериментом значению коэффициента осадки.

Коэффициент осадки C_1 по плоскости сползания следует определять по удельному давлению $p_{\text{рп}} = \frac{N}{sb}$, где N — равнодействую-

щая сил G и E . Задаваясь силой E , вычисляем нормальную силу по плоскости BC :

$$N = G \cos \theta + E \sin \theta; \quad (4.18)$$

далее находим напряжение:

$$p_{\text{рп}} = \frac{N}{sb} = \frac{G \cos \theta + E \sin \theta}{sb} \quad (4.19)$$

и затем коэффициент постели по плоскости сползания:

$$C_1 = C_0 \left[1 + \frac{2(s+b)}{sb} \right] \sqrt{\frac{p_{\text{рп}}}{p_0}}. \quad (4.20)$$

Теперь определяем значение давления E по (4.16). Одновременно по (4.15) находим смещение стенки Δ , которое сопоставляем с допускаемым, чем осуществляется проверка сооружения на жесткость.

Пример. Найти боковое давление песчаного грунта и сдвиг стенки при следующих данных: $h = 3 \text{ м}$; $a = 0,4 \text{ м}$; $b = 1 \text{ м}$; угол внутреннего трения $\varphi = 30^\circ$; $\gamma_{\text{рп}} = 1,6 \text{ кг/см}^3$; $\gamma_{\text{кл}} = 2,4 \text{ кг/см}^3$; $C_0 = 1,5 \text{ кг/см}^3$.

Решение. Определяем коэффициент осадки по основанию стенки, вычисляя напряжение на грунт только от веса стенки:

$$G_1 = 2,4 \cdot 3 \cdot 1,2 \cdot 1 = 8,64 \text{ м}; \quad p_1 = \frac{8640}{120 \cdot 100} = 0,72 \text{ кг/см}^2.$$

По формуле (4.17)

$$C = 1,5 \left(1 + \frac{2 \cdot 2,2}{1,2 \cdot 1,0} \right) \sqrt{\frac{0,72}{0,2}} = 13,27 \text{ кг/см}^3;$$

$$C_{\text{сх}} = 0,7C = 9,29 \text{ кг/см}^3 = 9290 \text{ т/м}^3.$$

Определяем угол наклона линии сползания и длину призмы сползания:

$$\theta = 45 + \frac{\varphi}{2} = 60^\circ; \quad \operatorname{tg} \theta = 1,732; \quad \cos \theta = 0,5;$$

$$\sin \theta = 0,866; \quad l = \frac{3}{1,732} = 1,73 \text{ м}; \quad s = 3,46 \text{ м.}$$

По формуле (4.16) находим первое значение величины бокового давления при начальном сдвиге стенки:

$$E = 2,62 \text{ м.}$$

Теперь определяем по (4.18) значение нормальной силы:

$$N = 2,075 + 2,62 \cdot 0,866 = 4,35 \text{ м.}$$

Интенсивность давления

$$p_{\text{рп}} = \frac{4,35}{3,46 \cdot 1} = 1,25 \text{ м/м}^2 = 0,125 \text{ кг/см}^2.$$

Значение коэффициента постели по ВС

$$C_1 = 1,5 \left[1 + \frac{2(3,46 + 1,0)}{3,46 \cdot 1} \right] \sqrt{\frac{0,125}{0,2}} = 3,86 \text{ кг/см}^3;$$

$$\frac{C_1}{C} = \frac{3,86}{13,27} = 0,291.$$

По формуле (4.16) находим второе значение бокового давления:

$$E = \frac{1,6 \cdot 3^2}{2} \left(\frac{1}{1 + \frac{0,291}{2} \cdot \frac{3}{1,2 \cdot 0,866 \cdot 0,5^2}} \right) = 2,7 \text{ м.}$$

Величина активного давления по Кулону

$$E_a = \frac{1,6 \cdot 3^2}{2} \cdot \frac{1}{3} = 2,4 \text{ м.}$$

Найденное боковое давление при учете сдвига оказывается больше Кулонова давления на 13%. Заметим, что Кулоново давление находится в предположении свободного смещения стенки, без учета какого-либо сопротивления основания стенки сдвигу. Смещение стенки по формуле (4.15)

$$\Delta = \frac{7,2 \cdot 100}{9290 \left(1,2 + 0,291 \frac{3,46}{0,25} \right)} = 0,015 \text{ см.}$$

Расчет по теории упругих сдвигов позволяет найти величину перемещения сдвига стенки и тем самым проверить жесткость упругой среды на сдвиг, что является известным преимуществом. В связи с этим отпадает проверка устойчивости стенок по условным коэффициентам устойчивости на сдвиг. Достаточно лишь сопоставить величину действительного сдвига, найденного по (4.15), с допускаемым, равным $\frac{1}{n} h$, где n — коэффициент запаса.

Конечно, приведенное здесь решение является приближенным, звиду некоторой неточности определения коэффициентов постели, особенно по плоскости сползания C_1 .

Б. НАКЛОННАЯ ЗАДНЯЯ ГРАНЬ

Полагаем для простоты, что поверхность сыпучего тела горизонтальна. В этом случае (рис. 94, б) условие (4.7) заштется так:

$$F = E \cos \varepsilon, \quad (4.21)$$

где

$$F = f\Delta;$$

ε — угол наклона задней грани стенки к вертикали.
Из (4.21) имеем:

$$E = f \frac{\Delta}{\cos \varepsilon}. \quad (4.21')$$

Удельное давление по плоскости основания BB_1

$$p = \frac{N_1}{Q} = \frac{G_1 + E \sin \epsilon}{ab}.$$

Условие равновесия клина сползания, аналогичное уравнению (a),

$$E \cos(\theta - \epsilon) + F_1 - G \sin \theta = 0,$$

откуда

$$E = G \frac{\sin \theta}{\cos(\theta - \epsilon)} - \frac{F_1}{\cos(\theta - \epsilon)}. \quad (4.22)$$

Вводя те же зависимости (4.8), (4.9), (4.11) и решая (4.21) и (4.22), находим:

$$\frac{f\Delta}{\cos \epsilon} = G \frac{\sin \theta}{\cos(\theta - \epsilon)} - \frac{f_1 \Delta}{2 \cos(\theta - \epsilon) \cos \theta},$$

откуда получаем формулу для сдвига стенки по основанию:

$$\Delta = G \frac{\sin \theta}{\cos(\theta - \epsilon)} \cdot \frac{1}{\frac{f}{\cos \epsilon} + \frac{f_1}{2 \cos(\theta - \epsilon) \cos \theta}}, \quad (4.23)$$

где

$$G = \frac{\gamma h^2 b}{2} \left(\operatorname{tg} \epsilon + \frac{1}{\operatorname{tg} \theta} \right); \quad (4.24)$$

$$f = 0,7 Cab; \quad (4.25)$$

$$s = \frac{h}{\sin \theta}; \quad f_1 = 0,7 C_1 sb \quad (4.26)$$

Внося выражение Δ в уравнение (4.21'), вычисляем действительное боковое давление:

$$E = G \frac{\sin \theta}{\cos(\theta - \epsilon) \cos \epsilon} \cdot \frac{1}{\frac{1}{\cos \epsilon} + \frac{C_1}{C} \cdot \frac{h}{a \sin 2\theta \cos(\theta - \epsilon)}}, \quad (4.27)$$

где G определяется по (4.24). При $\epsilon = 0$ формула (4.27) переходит в формулу (4.16).

В заключение отметим, что реально, как подтверждают наблюдения, сдвиги в грунте происходят первоначально в области, расположенной вблизи стенки, а не по всему объему клина сползания, и по мере смещения стенки распространяются в тело клина. Это обстоятельство отчасти учтено соотношением (4.9). При наличии реакции по передней грани $A_1 B_1$ стенки давление E заметно увеличивается. В § 35 показано, что оно может быть значительно больше Кулонова давления.

§ 4. РЕАКТИВНЫЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ ПРИ СДВИГЕ И ПОВОРОТЕ СТЕНКИ

А. РЕАКЦИЯ ПО ПЕРЕДНЕЙ ГРАНИ СТЕНКИ

Вследствие действия моментов сил, приложенных к подпорной стенке, всегда, помимо сдвига ее, возникают повороты стенки как твердого тела. Более точное решение задачи о величине и характере динамического давления грунта возможно лишь при учете, помимо сдвига стенки, ее поворота. Расчетная схема стенки полу-

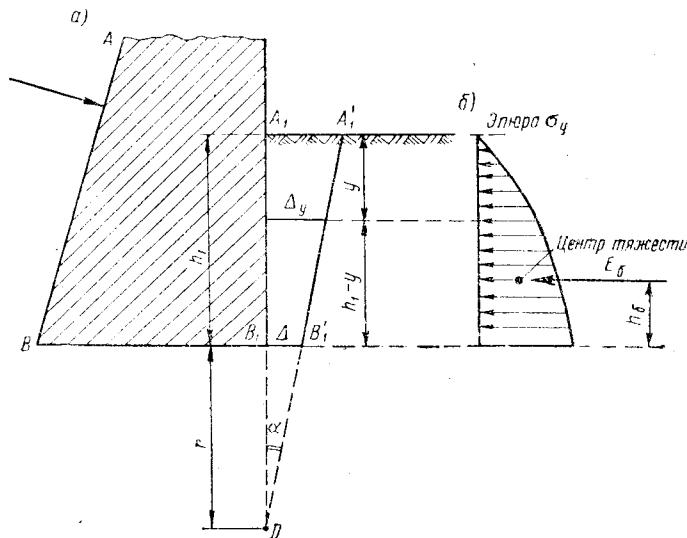


Рис. 95

чается в виде системы с двумя степенями свободы, так как за независимые параметры, определяющие полное перемещение стенки, принимаем сдвиг центра подошвы Δ и угол поворота ее α (рис. 95, a).

Прежде всего дадим выражение усредненного коэффициента боковой осадки C_6 , вводимого в соотношение между реактивным давлением E_6 по боковой грани и горизонтальным смещением Δ в такой форме:

$$E_6 = C_6 b h_1 \Delta. \quad (4.28)$$

Положим, что стенка получает горизонтальное смещение подошвы Δ и поворот α вокруг какой-то точки поворота D . Горизонтальное перемещение произвольной точки на расстоянии y от поверхности обозначаем через Δ_y . Вводим по Винклеру линейную зависимость

$$\sigma_y = C_y \Delta_y = \beta y \Delta_y, \quad (a)$$

считая коэффициент боковой жесткости грунтовой среды нарастающим с глубиной ($\beta = \frac{C_{h_1}}{h_1}$; C_{h_1} — коэффициент жесткости на глубине h_1). Перемещение Δ_y , теперь переменно и по эпюре $A_1A'_1B'_1B_1$ выражается так:

$$\Delta_y = (r + h_1 - y) a, \quad (6)$$

где r — радиус поворота, т. е. расстояние от точки поворота D до подошвы (положительно, если точка D ниже подошвы). Внося (6) в (a), имеем:

$$\sigma_y = a\beta y (r + h_1 - y). \quad (b)$$

Эпюра σ_y — парабола второй степени (рис. 95,б). Суммарное давление

$$E_6 = \int_0^{h_1} a\beta y (r + h_1 - y) b dy = \frac{\alpha b h_1^2}{2} \beta \left(r + \frac{h_1}{3} \right). \quad (4.29)$$

Заменяя $\beta = \frac{C_{h_1}}{h_1} = \frac{0.8C}{h_1}$ и $\alpha = \frac{\Delta}{r}$, где Δ — сдвиг подошвы стенки, получаем:

$$E_6 = 0.4 \left(1 + \frac{h_1}{3r} \right) C b h_1 \Delta = C_b b h_1 \Delta. \quad (4.30)$$

Здесь усредненный коэффициент осадки по боковой грани

$$C_b = 0.4 \left(1 + \frac{h_1}{3r} \right) C, \quad (4.31)$$

где C — коэффициент упругого сжатия по основанию, вычисляемый по формуле О. А. Савинова.

Если $a = 0$, $r = \infty$ и $C_b = 0.4C$.

Как видно из формулы (4.31), усредненный коэффициент осадки (полученный интегрированием функции σ_y) зависит не только от высоты h_1 слоя грунта по передней грани, но и от радиуса поворота стенки, а следовательно, от вида нагрузки. При $r = 0$ формулой (4.31) пользоваться нельзя.

Переходим к выражению (4.29), откуда получаем:

$$E_6 = \frac{\alpha b h_1^2}{2} \beta \frac{h_1}{3} = \frac{\alpha b h_1^2}{6} C_{h_1} = \left(\frac{0.4 h_1}{3} C \right) b h_1 \alpha = C_a b h_1 \alpha, \quad (4.32)$$

где C_a — коэффициент осадки по передней грани на «чистый» поворот стенки (в $\text{kг}/\text{см}^2$), равный

$$C_a = \frac{0.4 h_1}{3} C. \quad (4.33)$$

В случае действия динамической нагрузки радиус поворота r является функцией вида динамической нагрузки и времени, и потому

коэффициент осадки C_b также оказывается весьма сложной функцией времени и нагрузки $C_b = \Phi(t, q_t)$. Поэтому единственный практический путь решения данной нелинейной задачи — применение итерационного способа: по первому приближенному значению r , взятому для области E_{\max} , находим с помощью (4.31) коэффициент C_b , затем вновь определяем r и повторяем все вычисления. Следует, конечно, согласовывать найденное таким образом значение с экспериментальными данными, а также с нормами СН 18-58 [28].

Б. РЕАКТИВНЫЙ МОМЕНТ СО СТОРОНЫ ОСНОВАНИЯ

Ставим задачу определения бокового давления грунта E_a на стенку с учетом ее сдвига Δ (центра подошвы) и поворота на угол a (рис. 96). При действии нагрузки и смещении стенки, определяе-

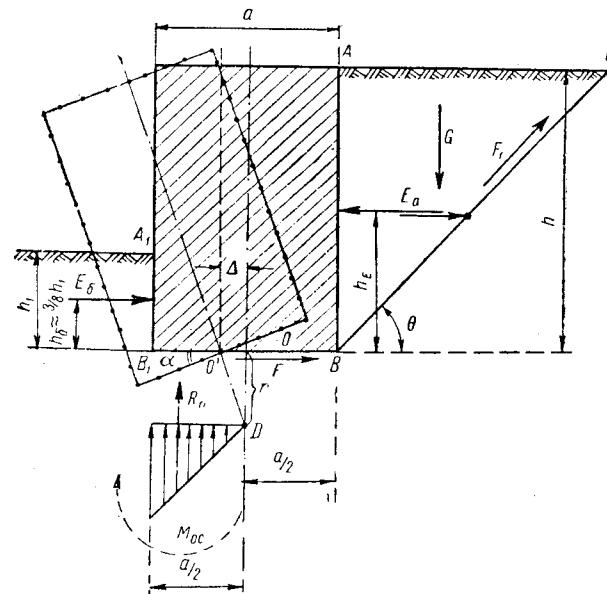


Рис. 96

мом параметрами Δ и a , возбуждаются следующие силы: реактивное давление E_b по передней грани, определяемое по (4.30), горизонтальная реакция сдвига подошвы $F = 0.7 C a b \Delta$ и реактивный момент со стороны основания M_{oc} , прямо пропорциональный углу поворота a . Силой трения по передней грани стенки пренебрегаем, считая грунт (как это и имеет обычно место) увлажненным и потому угол трения грунта по стенке равным нулю. Остановимся на выражении реактивного момента M_{oc} . Вводя коэффициент упругого сжатия грунта при

повороте стенки C_n и пренебрегая центральным сжатием основания, для вертикальной упругой реакции R_n получаем:

$$R_n = \frac{C_n b}{2} \cdot \frac{a}{2} \Delta_v = C_{oc} \frac{ba}{4} = C_n \frac{ab}{4} \Delta_v,$$

где Δ_v — вертикальное перемещение крайней точки фундамента,

$$\Delta_v = \frac{a}{2} \alpha.$$

Итак,

$$R_n = C_n \frac{a^3 b}{8} \alpha. \quad (a)$$

Момент упругой реакции основания

$$M_{oc} = R_n \frac{2}{3} \cdot \frac{a}{2} = C_n \frac{a^3 b}{24} a, \quad (4.34)$$

где коэффициент упругого сжатия при повороте C_n по решениям теории упругости [25] связан с C в соответствии с данными § 26 (при $n = \frac{a}{b} = 1,2$, коэффициент $C_n = 2,3 C$).

Принимая во внимание, что эпюра σ_y по передней грани фундамента при повороте стенки (рис. 95) ограничена параболой второй степени, приближенно считаем:

$$h_6 = \frac{3}{8} h_1. \quad (b)$$

Таково плечо действия реактивной силы E_6 .

§ 35. ТЕОРИЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ДЕЙСТВИТЕЛЬНОГО ДАВЛЕНИЯ ГРУНТА ПРИ СДВИГЕ И ПОВОРОТЕ СТЕНКИ

Представляем себе сложное смещение стенки, определяемое перемещением сдвига и поворотом ее (рис. 96). Ввиду наличия заглубления появляется сила сопротивления E_6 по передней грани стенки.

Составляем уравнение равновесия стенки в форме суммы проекций всех сил на горизонтальную ось:

$$F + E_6 - E_a = 0, \quad (a)$$

или, внося значения E_6 по (4.30) и F по (4.8), получаем:

$$E_a = 0,7Ca\Delta + C_6bh_1\Delta = (0,7Ca + C_6h_1)b\Delta, \quad (4.35)$$

где C_6 (если $r \neq 0$) определяется по (4.31).

Если $r = 0$, то E_6 выражаем по (4.32), вводя второй параметр — угол поворота α .

Составляем теперь второе уравнение равновесия стенки в форме суммы моментов всех сил, приложенных к стенке, относительно

точки О:

$$E_a h_E - E_6 h_6 - M_{oc} + Q \frac{H}{2} \sin \alpha = 0, \quad (b)$$

Что последний член дает момент силы собственного веса относительно точки поворота сечения подошвы, которым для случая малых перемещений можно пренебречь.

Заметим далее, что плечо h_E действия силы E_a зависит от характера действия нагрузки q на поверхности:

$$h_E = \frac{1}{n} h,$$

где коэффициент n может меняться от $n = 2,1$ до $n = 2,3$ для случая действия нагрузки на поверхности. При отсутствии ее, принятая линейное распределение интенсивности давления, имеем:

$$h_E = \frac{1}{3} h.$$

Вместо (б) при пренебрежении моментом от веса стенки получаем:

$$E_a \frac{h}{3} = \frac{3}{8} C_6 b h_1^2 \Delta + C_n \frac{a^3 b}{24} a, \quad (4.36)$$

где

$$C_n = 2,0C; \quad C_6 = 0,4 \left(1 + \frac{h_1}{3r} \right) C.$$

Третье уравнение получим как уравнение равновесия клина сползания, проектируя все силы, действующие на клин сползания, на плоскость сползания:

$$E \cos \theta + F_1 - G \sin \theta = 0,$$

где

$$G = \frac{\gamma h^2 b}{2 \operatorname{tg} \theta}.$$

Знося G и $F_1 = 0,35 \frac{C_1 s b \Delta}{\cos \theta}$, находим:

$$E = \frac{\gamma h^2 b}{2} - \frac{0,35 C_1 s b}{\cos^2 \theta} \Delta. \quad (4.37)$$

Подставляя это выражение для E в (4.35) и (4.36), получаем два уравнения для нахождения перемещений Δ и a :

$$\frac{\gamma h^2 b}{2} - \frac{0,35 C_1 s b}{\cos^2 \theta} \Delta = (0,7Ca + C_6 h_1) b \Delta;$$

$$\frac{\gamma h^3 b}{6} - \frac{0,35 C_1 s b h}{3 \cos^2 \theta} \Delta = \frac{3}{8} C_6 b h_1^2 \Delta + C_n \frac{a^3 b}{24} a,$$

или иначе:

$$\frac{\gamma h^2}{2} \left(\frac{0,35 C_1 s}{\cos^2 \theta} + 0,7Ca + C_6 h_1 \right) \Delta;$$

$$\frac{\gamma h^3}{6} \left(\frac{0,35 C_1 s h}{3 \cos^2 \theta} + \frac{3}{8} C_6 h_1^2 \right) \Delta + C_n \frac{a^3 b}{24} a.$$

Отсюда получаем следующие выражения для перемещений стенки:

$$\Delta = \frac{\gamma h^2}{C \left(1,4a + 2 \frac{C_6}{C} h_1 + \frac{0,7C_1 s}{\cos^2 \theta} \right)}; \quad (4.38)$$

$$a = \frac{\gamma h^2}{C_n a^3} (4h - \psi), \quad (4.39)$$

где

$$\psi = \frac{9C_6 h_1^2 + 2,8C_1 \frac{sh}{\cos^2 \theta}}{1,4Ca + 2C_6 h_1 + 0,7C_1 \frac{s}{\cos^2 \theta}}. \quad (4.40)$$

Радиус поворота стенки

$$r = \frac{\Delta}{a} = \frac{C_n a^3}{\left(1,4Ca + 2C_6 h_1 + \frac{0,7C_1 s}{\cos^2 \theta} \right) (4h - \psi)}, \quad (4.41)$$

где Δ и a вносятся из (4.38) и (4.39).

Величина действительного давления по (4.35)

$$E = \frac{0,7a + \frac{C_6}{C} h_1}{a + 2 \frac{C_6}{C} h_1 + \frac{0,7C_1}{C} \cdot \frac{s}{\cos^2 \theta}} \gamma h^2 b. \quad (4.42)$$

Коэффициент C_6 приходится искать итерацией: задавшись C_6 , вычисляем r и далее находим новое значение C_6 .

Пример. Для случая, рассмотренного в § 33, при $h_1 = 1,2$ м, $a = 1,2$ м; $C = 13,27$ кг/см³; $C_1 = 3,86$ кг/см³; $C_n = 26,54$ кг/см³, найти действительное давление. Приближенно принимаем $C_6 = 0,4C = 5,3$ кг/см³.

Решение. По формулам (36) — (38) $\psi = 7,15$ м; $a = 0,00152$; $\Delta = 0,0002$ м; $r = 0,13$ м. По формуле (4.31) $C_6 = 21,57$ кг/см³. Наконец, по формуле (4.42) $E = 5,07$ м, что на 11% выше активного давления по Кулону. Эта существенная разница объясняется учетом всех сил сопротивления.

В качестве заключения отметим необходимость «деформационного» расчета бокового давления грунта в допредельном состоянии. Это давление зависит от ряда факторов, не принятых во внимание теорией предельного состояния: от размеров стенки и основных сил сопротивления, действующих по граням стенки. Аналогично, но с введением сил инерции и динамических значений коэффициентов осадки, а также переходом к предельному состоянию, нами ниже решается динамическая задача (см. § 41).

Изложенная методика дает возможность проверить жесткость системы и установить перемещения стенок в грунтовой среде, что позволяет отказаться от условных расчетов стенок по коэффициентам устойчивости.

ГЛАВА ПЯТАЯ

ТЕОРИЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКОГО БОКОВОГО ДАВЛЕНИЯ ГРУНТА ПРИ НАЛИЧИИ РАЗЛИЧНЫХ ВИДОВ СМЕЩЕНИЯ СТЕНКИ

§ 36. ВВЕДЕНИЕ

Большой практический интерес представляет решение задач о боковом динамическом давлении грунта на подпорную стенку при действии различных ударных нагрузок (ударное действие трамбовок, вибротрамбование грунта и т. п.).

До сих пор в литературе нет систематического изложения решения этих задач, за исключением отдельных статей [42]. При определении динамических напряжений в грунтовой среде ее часто принимают в виде упругого полупространства, подчиняющегося линейной зависимости Гука между напряжениями и деформациями.

Следует подчеркнуть условность такой расчетной схемы и несоответствие ее реальным свойствам грунта. Хорошо известно, что каждое действие нагрузки вызывает остаточные деформации в грунте, которые сопровождаются изменением его структуры. В песке при обычных соотношениях между главными напряжениями ($\sigma_3 \leq 0,5\sigma_1$ — рис. 97) под действием нагрузки происходит заметная перегруппировка зерен, которая носит характер пластической деформации. Однако при кратковременном нагружении в начальный период, измеряемый долями секунды, влажные пески и связанные грунты ведут себя как чисто упругие тела. При продолжительном действии динамической нагрузки в мокрой глине происходит процесс выпрессовывания воды, в результате чего возникают пластические деформации, заметно меняющиеся во времени.

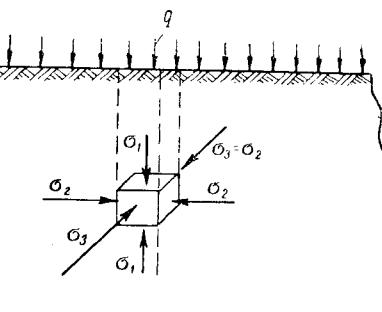


Рис. 97

Поэтому, как правило, для грунтов мы имеем смешанную упруго-пластическую задачу (рис. 98). Непосредственно под фундаментом образуется уплотненное упругое ядро AA_1C , справа и слева от которого возникают пластические зоны, причем образуются зоны выпирания B и B_1 , характеризующие стадию разрушения.

Поведение грунта существенно зависит от прочностных и деформационных свойств его, от конструкции фундамента и глубины его заложения, а также от характера действия возмущающей силы, ее вида и скорости приложения нагрузки. Чем быстрее прикладывается нагрузка к глинистому грунту, тем интенсивнее происходит ожижение водяных пленок на зернах грунта и становится больше

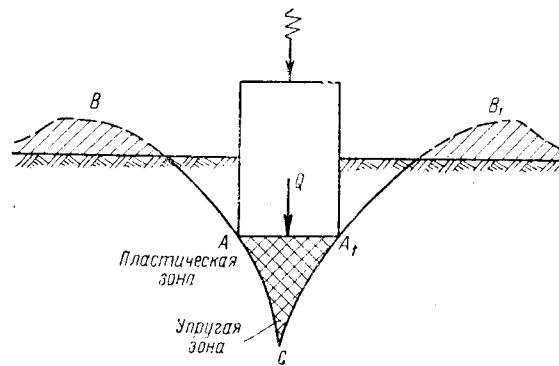


Рис. 98

боковое давление. При повторном сильном нагружении песчаного грунта в нем возникают значительные остаточные напряжения бокового давления. Большое влияние на поведение грунта оказывает влажность, пористость и структура.

Этим объясняется наличие противоречивых заключений о поведении грунтов. При большой скорости деформаций в ряде грунтов необратимая деформация не успевает проявиться и отстает от роста напряжений. В связанных грунтах обратимые деформации значительно больше, чем в несвязанных. Остаточные осадки возрастают при увеличении частот колебаний и значительно превышают упругие. В песках упругие колебания возникают лишь после некоторого уплотнения их.

Все указанное позволяет считать применение для грунтов схемы упругого полупространства и уравнений теории упругости, в особенности для динамических задач, достаточно условным. Более правильное направление заключается в использовании приближенных инженерных методов, построенных непосредственно на данных экспериментальных исследований (способ присоединенной массы, способ «инерционной нагрузки»). Дальнейшее совершенствование динамической теории грунтов вполне возможно на основе приме-

ния расчетной схемы грунта в форме дискретной зернистой массы [21].

В ряде приближенных решений, в особенности для начальных периодов движения грунтовой среды, возможно применение методов теории упругости и теории распространения упругих волн. Остановимся на основных понятиях последней.

При приложении к упругому полупространству по всей его поверхности распределенной сжимающей динамической нагрузки интенсивностью q (рис. 97) возникнут плоские волны деформации. Во-первых, частицы тела смещаются вдоль направления распространения продольной волны. Во-вторых, частицы смещаются перпендикулярно к направлению распространения продольной волны — возникают поперечные волны. В случае действия неограниченной вертикальной нагрузки задачу можно свести к рассмотрению упругой призмы с осью, перпендикулярной к поверхности полупространства. Если поперечные деформации призмы невозможны ввиду наличия сплошной среды, то нормальные напряжения σ_2 легко найти из условия равенства нулю поперечной деформации ε_2 :

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E} [\sigma_2 - \mu (\sigma_1 + \sigma_2)] = 0,$$

откуда

$$\sigma_2 = \frac{\mu}{1-\mu} \sigma_1 = \xi \sigma_1, \quad (a)$$

где μ — коэффициент Пуассона (для песка от 0,33 до 0,39, для глины от 0,42 до 0,49);

ξ — коэффициент бокового давления покоя (для песка при $\mu = 0,33$, $\xi = 0,5$).

Далее, рассматривая продольное укорочение призмы, получаем:

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1 - 2\mu\sigma_2}{E} = \frac{\sigma_1}{E} \cdot \frac{1-\mu-2\mu^2}{1-\mu}, \quad (b)$$

где

$$\sigma_2 = \sigma_3.$$

Из (b) пишем следующую зависимость между ε_1 и σ_1 , вводя так называемый приведенный продольный модуль упругости:

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E_{\text{пр}}}, \quad (5.1)$$

где

$$E_{\text{пр}} = E \frac{1-\mu}{1-\mu-2\mu^2} = E \frac{1-\mu}{(1+\mu)(1-2\mu)}. \quad (5.2)$$

Скорость распространения продольных волн в упругом полупространстве

$$c_1 = \sqrt{\frac{E_{\text{пр}} g}{\gamma}} = \sqrt{\frac{E g}{\gamma} \cdot \frac{1-\mu}{1-\mu-2\mu^2}}, \quad (5.3)$$

где g — ускорение силы тяжести, равное 981 см/сек^2 ;

γ — объемный вес грунта.

Условие прочности грунтовой среды по схеме идеально упругого полупространства записываем, применяя вторую теорию прочности (теорию наибольших деформаций):

$$\sigma_1 - 2\mu\sigma_2 \leq [\sigma].$$

Внося σ_2 по (а), получаем:

$$\sigma_1 (1 - 2\mu\xi) \leq [\sigma],$$

откуда расчетное напряжение

$$\sigma_{1, \text{рас}} \leq \frac{[\sigma]}{1 - 2\mu\xi}. \quad (5.4)$$

Для песка

$$\sigma_{1, \text{рас}} \leq 1,5[\sigma].$$

Зависимость (5.4) дана для объемного напряженного состояния упругого полупространства. Однако возникающая в грунте перегруппировка зерен вызывает поперечную деформацию даже для схемы рис. 97 и тем более при местном нагружении по рис. 98. Поэтому приведенные формулы имеют условное значение.

Теория распространения упругих волн, как показывают опытные данные, применима к уплотненным грунтам при установившихся колебаниях с малыми амплитудами.

§ 37. ДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ РАБОТЫ ГРУНТА

Следует рассматривать два вида динамического действия нагрузки на грунт: ударное и вибрационное. При ударном действии, так же как и при вибрационном, возникают колебания (быстро затухающие в сухом крупнозернистом песке), но импульсы при ударах вызывают быстрое возрастание скоростей, ускорений, напряжений и смещений, причем последние отстают от напряжений. При этом в начальный период значительно увеличиваются коэффициенты сдвига и коэффициенты упругого сжатия грунта, затем они уменьшаются. На рис. 99, а приведена зависимость между осевым напряжением σ_1 под штампом (при ударе по нему падающего груза) и временем. Максимум напряжения достигается при $t = 0,005 \text{ сек}$, после чего напряжение постепенно снижается в течение $0,06 \text{ сек}$. На первом небольшом участке OA имеет место линейная зависимость.

Интересно сравнить динамическую зависимость между напряжением σ и вертикальной осадкой Δ (рис. 98) со статической зависимостью. На рис. 99, б кривая I дает статическую зависимость между σ и осадкой Δ , причем коэффициент упругого сжатия грунта (песка)

$$C_{\text{уп}}^{\text{ст}} = 3,3 \text{ кг}/\text{см}^3.$$

Кривая II представляет динамическую зависимость между σ и Δ при наличии больших начальных импульсов, когда максимальные напряжения возрастают в несколько раз и в «упругой» области коэффициент упругого сжатия

$$C_{\text{уп}}^{\text{дин}} = 11,5 \text{ кг}/\text{см}^3 = 3,5 C_{\text{уп}}^{\text{ст}}.$$

Далее, в пластической области работы (кривая AB) зависимость между σ и Δ нелинейна и условный коэффициент упругого сжатия

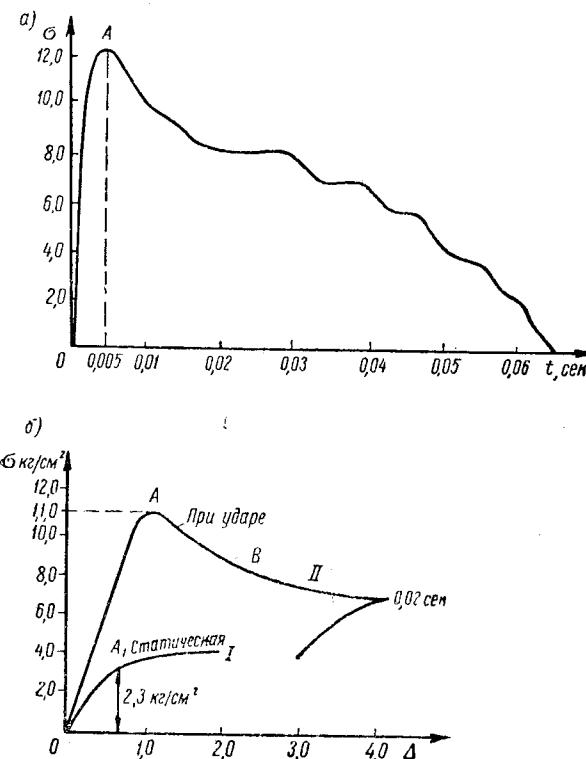


Рис. 99

снижается. Если приближенно заменить линейной по хорде OB , то

$$C_{\text{уп}}^{\text{ср}} = \frac{8}{3} = 2,67 \text{ кг}/\text{см}^3,$$

т. е. средний динамический коэффициент упругого сжатия оказывается ниже статического.

По приведенным опытным данным для упруго-пластической области работы грунта при динамическом действии нагрузок обобщенный коэффициент упругого сжатия грунта

$$C_{\text{упр. сп}}^{\text{дин}} \approx 0,8 C_{\text{упр.}}^{\text{ст}}. \quad (5.5)$$

Остановимся теперь на характеристике работы грунтов при вибрационном давлении машин, расположенных на фундаментах, которые периодически нагружают и разгружают грунт. Действие вибрации также различно в зависимости от того, происходит ли упругая или пластическая деформация грунта, когда возбуждается резкая перегруппировка зерен и изменяется его пористость. Только для первого, весьма малого участка (рис. 99, а и б) возможно применение теории распространения упругих волн, причем скорость распространения продольной волны определяется по формуле (5.3).

Заметим, что в отличие от скорости распространения продольной волны в стальном стержне $c_{\text{ст}} = 5000 \text{ м/сек}$, для сухого песка ($E = 180 \text{ кг/см}^2$, $\gamma = 1,8 \text{ кг/см}^3$, $\mu = \frac{1}{3}$) эта скорость по (5.3) будет $c_1 = 123 \text{ м/сек}$, а для глины $c_1 = 1500 \text{ м/сек}$.

Скорость распространения волны сжатия в песке значительно меньше, чем в твердых телах, и действие внезапно приложенной нагрузки передается с меньшей быстротой. Но так как размеры подпорной стенки относительно малы по сравнению с общей траекторией распространения волны в 1 сек, в приближенных динамических расчетах грунтовых сред можно не применять теорию упругих волновых процессов. При действии мгновенного импульса на поверхности грунта можно считать его действие также мгновенным, имея в виду, что грунт является крайне сложным анизотропным слоистым материалом, в котором происходят значительные остаточные деформации [39].

При динамическом воздействии нагрузки на поверхности грунта возбуждаются волны различных видов. Так, кроме деформации сжатия, происходит деформация сдвига, и вследствие этого возникают волны «искажения» (поперечные волны), скорость распространения которых

$$c_2 = \sqrt{\frac{1}{2(1+\mu)} \cdot \frac{Eg}{\gamma}} = \sqrt{\frac{G_0 g}{\gamma}}, \quad (5.6)$$

где G_0 — модуль сдвига.

Скорость распространения волн искажения значительно меньше, чем скорость распространения продольных волн. Например, для глины $c_1 = 1500 \text{ м/сек}$, а $c_2 = 150 \text{ м/сек}$.

Расчет упругих постоянных (в частности, модуля E) некоторыми авторами ведется по формулам (5.3) и (5.6) на основе изучения колебаний, что в ряде случаев может дать неправильные результаты. При продолжительных колебаниях в глине преобладают деформации, вызванные выпрессовыванием воды, и следует рассматривать

только пластические деформации. В песках и вообще в зернистой среде поперечные волны оказываются неустойчивыми при низких частотах и быстро затухающими при высоких. Возможно наличие при низких частотах отрицательного затухания, что сопровождается всплеском крипа.

Песок под действием вибрации последовательно уплотняется, причем с течением времени возникают чисто упругие колебания, причем для каждой интенсивности колебаний получается своя предельная плотность грунта, после чего происходят пластические деформации и наступает разрыхление песка. Уплотняющее или разрыхляющее действие вибрации зависит от энергии колебаний, начальной плотности грунта, структуры, его напряженного состояния и т. д.

Сопротивление движению приводит к быстрому затуханию колебаний в песчаных грунтах. Так, вибратор, находящийся на поверхности сухого песка, оказывает действие на глубину примерно до 3 м. Нередко периоды собственных колебаний грунтов совпадают с периодами возмущающих сил. Колебания сухого песка земляного полотна при проходе поездов со средней скоростью имеют период 0,04–0,05 сек, а период колебаний неуравновешенных масс паровоза 0,04–0,08 сек, причем амплитуды колебаний грунта на глубине 0,5 м всего 0,025–0,03 мм, а на глубине 2 м они составляют 0,005–0,007 мм.

В влажном песке скорость распространения продольных упругих волн значительно повышается по сравнению с сухим песком, так как для воды $c_1 = 1427 \text{ м/сек}$ (при $t = 5^\circ \text{C}$), в то время как в водонасыщенном песке перегруппировка зерен при вибрации обусловлена процессом вытекания воды, что замедляет вибрацию. Неупругая часть деформации глинистого грунта связана с процессом выпрессовывания воды и зависит от времени. При кратковременном же действии ударной и вибрационной нагрузок (сотрясения от движения поезда, под действием трамбовки и т. д.) в основном обнаруживается первая, упругая часть деформации. Сотрясения при этом вызывают оживление твердой воды и снижают коэффициент внутреннего трения и сопротивление сдвига.

В заключение приведем основные правила оценки прочности грунтовых оснований при динамическом действии нагрузки. По ГУ 60-49 (предложение Д. Д. Барканы) прочность грунтового основания проверяется по формуле:

$$\sigma_{\max} = \frac{Q}{F_{\Phi}} \leq a p_{\text{ср}}, \quad (5.7)$$

где Q — наибольшая вертикальная сила по основанию (рис. 98); F_{Φ} — площадь основания;

$a = \frac{0,2}{u}$; u — отношение наибольшего ускорения движения

фундамента к ускорению силы тяжести;

$p_{\text{ср}}$ — допускаемое напряжение на грунт (статическое).

Действительное напряжение σ_{\max} определяется формулой:

$$\sigma_{\max} = C_z(z_{\text{ст}} + A_z), \quad (5.8)$$

где C_z — обобщенный коэффициент упругого сжатия грунта;

$z_{\text{ст}}$ — статическое перемещение центра основания;

A_z — амплитуда колебания фундамента.

Как видно, поверка прочности требует знания максимальных динамических перемещений и ускорений. Критерий жесткости

$$A_z \leq A_{\text{доп}}, \quad (5.9)$$

где $A_{\text{доп}}$ — допустимая амплитуда по условиям эксплуатации.

О. А. Савинов [37] предлагает вместо (5.7) поверку прочности грунтового основания проводить по формуле:

$$\sigma_{\max} = \frac{Q}{F_{\Phi}} + a_n k C_z A_z \leq p_{\text{ст}}, \quad (5.10)$$

где a_n и k — табличные коэффициенты, учитывающие изменение C_z при площади $F_{\Phi} > 10 \text{ м}^2$, а C_z берется по формуле О. А. Савинова.

Заметим, что динамические испытания дают весьма сложное изменение $C_{z, \text{дин}}$ сравнительно со статическим его значением (рис. 99, б, кривая II).

§ 38. ДИНАМИЧЕСКОЕ ДАВЛЕНИЕ ГРУНТА НА ПОДПОРНУЮ СТЕНКУ ПРИ ЕЕ СДВИГЕ

А. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Считая размеры стенки относительно малыми и полагая (в особенности для влажного грунта) скорость распространения упругой волны значительной, не будем рассматривать процесс распространения ударной волны в грунте, принимая во внимание наличие и пластических деформаций.

Имея в виду значительные динамические нагрузки на поверхности грунта, предполагаем, что грунт находится в состоянии предельных пластических деформаций, и потому вводим обобщенные динамические коэффициенты упругого сжатия грунта по (5.5), меньшие статических. Аналогичные соотношения принимаем и для коэффициентов сдвига, выбирая их в предельном состоянии (см. гл. IV, § 31). В данном решении предполагается смещение стенки только в виде ее сдвига Δ по горизонтальному основанию, а поворотом стенки и вертикальным смещением ее пренебрегается. Тем самым стенка рассматривается как система с одной степенью свободы. Эта простая расчетная схема стенки позволяет: получить решение задачи о боковом динамическом давлении грунта для самых различных случаев динамического действия нагрузки; исследовать влияние как линейной [формула (4.2)], так и нелинейной зависи-

мости между горизонтальной реакцией по основанию F и сдвигом Δ (формулы § 31).

Динамическое действие нагрузки в ближайшей области грунта приводит к ослаблению сил сцепления между его частицами; поэтому в дальнейшем учтем лишь внутреннее трение в грунте, считая его сыпучим телом. Динамическое давление находим, применяя теорию предельного состояния грунта Кулона и считая, что сползание происходит по плоской поверхности скольжения. Полагаем, что сила давления нормальна к грани стенки. Для сведения задачи к статической вводим силы инерции клина сползания и подпорной стенки. Угол наклона динамической линии сползания, так

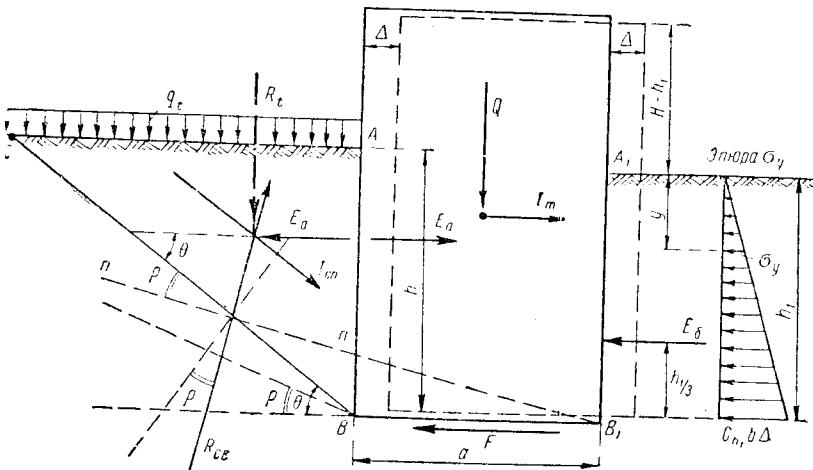


Рис. 100

же как и в теории Кулона, находится из условия максимума давления как функции угла наклона линии сползания. Реакцию R_{cv} со стороны неподвижной части сыпучей массы (рис. 100) считаем отклоненной от нормали к линии сползания BC на угол внутреннего трения ρ , выбираемый с учетом динамического эффекта.

При наличии распределенной по поверхности грунта динамической нагрузки $q_t = f(t)$ на стенку действуют следующие силы: вес стенки Q , сила инерции массы стенки при сдвиге $I_m = -m\Delta''$ (где m — масса стенки, Δ'' — ускорение горизонтального смещения ее), реактивное давление E_b грунта по передней грани A_1B_1 стенки и динамическая горизонтальная реакция на подошву стенки от основания F (реакция сдвига). Полная сила $F_{\text{сум}}$ сопротивления сдвигу по основанию, как показано на рис. 90, б (если вводим и статическую силу E_a), включает как статическую силу трения по Кулону, так и дополнительную динамическую силу сдвига и по опытным данным может достигать $n f_n Q$.

Приимаем на основе экспериментальных исследований для первого начального периода смещения стенки линейную зависимость динамической реакции F по подошве от сдвига Δ ; по (4.3)

$$F = f_\Delta \Delta, \quad (5.11)$$

где f_Δ — коэффициент сдвига, определяемый с учетом возможных пластических деформаций по (5.5) и (4.2) по формуле

$$f_\Delta = C_{\text{сд}}^{\text{дин}} ab = 0,6 (0,8 C_{\text{ст}}) ab \approx 0,5 C_{\text{ст}} ab = \psi C_{\text{ст}} ab, \quad (5.12)$$

где $\psi = 0,5$; $C_{\text{ст}}$ — статический коэффициент упругого сжатия основания, вычисляемый по формуле (4.17).

Произведение $\psi C_{\text{ст}}$ представляет собой коэффициент жесткости на сдвиг по основанию с учетом динамического эффекта влияния. Конечно, сила F , определяемая в зависимости от сдвига Δ , должна быть ограничена величиной наибольшей динамической силы трения, т. е. $F \leq 1,4 f_n Q$, где f_n — коэффициент трения подошвы стенки по основанию ($f_n = 0,6 \div 0,7$). Однако, как показывает опыт, сила F при малых Δ может достигать и большего значения (например, $F = 2C_{\text{ст}} ab \Delta$).

Остановимся теперь на связи между реактивной силой E_6 по передней грани стенки и сдвигом Δ (рис. 100 справа). Применяя гипотезу Винклера — Фусса, считаем, аналогично материалу § 34, что интенсивность σ_y реактивного сопротивления грунта по боковой поверхности стенки прямо пропорциональна смещению Δ :

$$\sigma_y = C_y \Delta, \quad (5.13)$$

где C_y — коэффициент упругого сжатия в горизонтальном направлении, который принимается [33] прямо пропорциональным глубине y :

$$C_y = \beta y. \quad (5.14)$$

Здесь β — постоянная для данного грунта.

Внося в (5.13), имеем:

$$\sigma_y = \beta y \Delta. \quad (5.15)$$

При $y = 0$

$$\sigma_y = 0;$$

при $y = h_1$

$$\sigma_y = \beta h_1 \Delta = C_{h_1} \Delta,$$

где C_{h_1} — коэффициент упругого сжатия в боковом направлении у низа стенки. Выражение (5.15) дает треугольную эпюру интенсивности (рис. 99), по которой находим:

$$E_6 = \int_0^{h_1} \sigma_y b dy = \int_0^{h_1} \beta \Delta y b dy = \beta b \Delta \frac{h_1^2}{2} = \frac{C_{h_1}}{h_1} \cdot \frac{h_1^2}{2} b \Delta = \frac{C_{h_1} b h_1}{2} \Delta.$$

ДЛЯ случая только перемещения сдвига стенки

$$E_6 = C_{h_1} \frac{b h_1}{2} \Delta. \quad (5.16)$$

Таким образом, равнодействующая E_6 найдена по эпюре напряжений σ_y , которые уменьшаются к свободной поверхности по линейной зависимости и у самой поверхности равны нулю. В случае изгиба стенки (см. § 34) эпюра σ_y ограничена параболой второй степени. В формулу (5.16) входит динамический коэффициент упругого сжатия у основания, который принимаем по (5.5).

$$C_{h_1} = 0,8 C_{\text{ст}}, \quad (5.17)$$

что соответствует хрупкому состоянию грунта.

Экончательно вместо (5.16) имеем:

$$E_6 = C_{\text{ст}} b h_2 \Delta = C_6 b h_1 \Delta, \quad (5.18)$$

$$h_2 = 0,4 h_1, \quad (5.19)$$

т. е. C_6 — усредненный коэффициент осадки по всей грани

$$C_6 = 0,4 C_{\text{ст}} = 0,5 C_{h_1}.$$

Линка приложения давления E_6 находится на одной трети h_1 .

б. динамический сдвиг стенки и давление грунта

Вывод выражения для динамического давления [41] аналогичен решению задачи о статическом давлении с учетом перемещения стенки. Составляя уравнение движения стенки, отделенной от грунта, находим выражение для бокового давления E_a в зависимости от ускорения смещения стенки и самого смещения Δ .

Составляя уравнение движения призмы сползания грунта, которую принимаем по Кулону за твердое тело, и введя силы инерции, находим второе выражение динамического давления E_a через ускорение движения призмы сползания и непосредственно действующую нагрузку. Приравнивая эти два выражения, получаем дифференциальное уравнение вынужденных колебаний сдвига Δ , интегрируя которое и находим смещение Δ в функции времени.

Рассматриваем пока действие безмассовой равномерно распределенной нагрузки интенсивностью q_t , приложенной на поверхности грунта и меняющейся во времени по степенной функции:

$$q_t = q_0 + q'_0 \frac{t}{1!} + q''_0 \frac{t^2}{2!} + \dots + q^{(n)}_0 \frac{t^n}{n!}, \quad (5.20)$$

где $q_0, q'_0, q''_0, q^{(n)}_0$ — начальные значения интенсивности нагрузки, т. е. первой, второй и n -й производных во времени, т. е. при $t = 0$.

Обозначим через R_t равнодействующую нагрузки на поверхности по длине AC . Рассматривая стенку отдельно от клина спол-

зания, составляем динамическое условие равновесия стенки (рис. 100):

$$E_a + I_m - E_b - F = 0. \quad (5.21)$$

Здесь сила F ограничивается величиной $n f_n Q$.

Внося значения сил

$$\begin{aligned} I_m &= -m\Delta''; \quad E_b = C_{ct}bh_2\Delta; \\ F &= \psi C_{ct}ab\Delta; \quad h_2 = 0,4h_1; \quad \psi = 0,5, \end{aligned}$$

получаем из (5.21):

$$E_a = m\Delta'' + C_{ct}b(h_2 + \psi a)\Delta. \quad (5.22)$$

Давление грунта зависит от сдвига, ускорения смещения стенки, от массы стенки и физических постоянных, характеризующих реактивное давление грунта по поверхностям контакта стенки с грунтом. В теории Кулона и вообще в теории предельного равновесия эта зависимость полностью игнорируется.

Рассмотрим теперь условие динамического равновесия клина сползания ABC . На клин сползания действуют следующие силы:

1) динамическая реакция со стороны стенки, равная и противоположная по направлению силе бокового давления грунта E_a ;

2) сила реакции со стороны плоскости сползания R_{CB} , направление которой составляет с нормалью к плоскости сползания угол ρ ;

3) равнодействующая R_t заданной вертикальной динамической нагрузки на поверхности грунта:

$$R_t = q_t(AC)b = \frac{q_t hb}{\tan \theta}, \quad (5.23)$$

где q_t — интенсивность нагрузки на поверхности;

θ — угол наклона линии сползания;

4) сила инерции I_{cn} , которая для случая сдвига направлена параллельно линии сползания,

$$I_{cn} = -m_{cn}\Delta''_{cn},$$

где m_{cn} — масса призмы сползания;

$$m_{cn} = \frac{\gamma_{rp}h^2b}{2g \tan \theta}; \quad (5.24)$$

Δ''_{cn} — ускорение движения призмы сползания

$$\Delta''_{cn} = \frac{\Delta''}{\cos \theta}; \quad (5.25)$$

h — высота засыпки.

Очевидно, при $\theta = 0$ ускорения Δ''_{cn} и Δ'' должны быть идентичны. Чтобы не вводить силу R_{CB} , составим условие равновесия призмы сползания в форме равенства нулю суммы проекций всех

сил, приложенных к призме ABC , на ось nn , перпендикулярную направлению R_{CB} ,

$$E_a \cos(\theta - \rho) = R_t \sin(\theta - \rho) + I_{cn} \cos \rho. \quad (5.26)$$

Внося значения R_t по (5.23) и I_{cn} по (5.24) и (5.25) и находя сюда E_a , имеем:

$$E_a = q_t hb \frac{\tan(\theta - \rho)}{\tan \theta} - \frac{\gamma_{rp}h^2b \cos \rho \cdot \Delta''}{2g \sin \theta \cos(\theta - \rho)}. \quad (5.27)$$

Как видно, динамическое давление зависит от заданной динамической нагрузки и от ускорения движения призмы сползания.

Приравнивая выражения для E_a по (5.22) и (5.27) и объединяя члены с Δ , находим:

$$\left[\frac{\gamma_{rp}h^2b \cos \rho}{2g \sin \theta \cos(\theta - \rho)} + m \right] \Delta'' + C_{ct}b(h_2 + \psi a)\Delta = \frac{hb \tan(\theta - \rho)}{\tan \theta} q_t. \quad (5.28)$$

Имеем дифференциальное уравнение для отыскания динамического смещения стенки. Приводя его к нормальному виду [41], после деления на множитель при Δ'' получаем:

$$\Delta'' + \omega^2 \Delta = \frac{1}{m_{np}} \cdot \frac{hb \tan(\theta - \rho)}{\tan \theta} q_t, \quad (5.29)$$

где для квадрата круговой частоты ω^2 и приведенной массы системы

$$\omega^2 = \frac{2C_{ct}b(h_2 + \psi a)g \sin \theta \cos(\theta - \rho)}{\gamma_{rp}h^2b \cos \rho + 2mg \sin \theta \cos(\theta - \rho)}, \quad (5.30)$$

$$m_{np} = \frac{\gamma_{rp}h^2b \cos \rho + 2mg \sin \theta \cos(\theta - \rho)}{2g \sin \theta \cos(\theta - \rho)}. \quad (5.31)$$

Заметим, что коэффициенты C_{ct} и ψ входят только в ω^2 . Для определенного закона изменения q_t по (5.20) легко получаем интеграл дифференциального уравнения по методу начальных параметров [1]:

$$\begin{aligned} \Delta = & \frac{hb \tan(\theta - \rho)}{m_{np} \tan \theta} \left[s_0 \frac{\sin \omega t}{\omega} + q_0 \left(\frac{1 - \cos \omega t}{\omega^2} \right) + \right. \\ & \left. + q_0' \left(\frac{\omega t - \sin \omega t}{\omega^3} \right) + \dots + q_0^{(n)} \int_0^{(n)t} \frac{1 - \cos \omega t}{\omega^2} dt \right]. \end{aligned} \quad (5.32)$$

Здесь учтено еще действие мгновенного распределенного импульса s_0 .

При наличии только мгновенного начального импульса, пользуясь интегральной зависимостью (во времени) между импульсом и нагрузкой, находим:

$$\Delta = \frac{hb \tan(\theta - \rho)}{m_{np} \tan \theta} s_0 \frac{\sin \omega t}{\omega}, \quad (5.33)$$

причем начальное значение скорости в этом случае

$$\Delta' = \frac{hb \operatorname{tg}(\theta - \rho)}{m_{np} \operatorname{tg} \theta} s_0.$$

Таким образом, в (5.32) получено полное выражение динамического перемещения стенки при наличии мгновенного импульса s_0 и нагрузки q_t (начальные значения $q_0, q'_0, q''_0, \dots, q^{(n)}$). Если $\theta = 45 + \frac{\rho}{2}$, то наибольший сдвиг от импульса при $\omega t = \frac{\pi}{2}$

$$\Delta = \frac{hb \operatorname{tg}^2 \left(45 - \frac{\rho}{2}\right)}{m_{np} \omega} s_0. \quad (5.34)$$

При наличии внезапного начального сдвига стенки (действие землетрясения)

$$\Delta = \Delta_0 \cos \omega t. \quad (5.35)$$

Получено общее выражение для динамического смещения стенки при действии любой динамической «безмассовой» распределенной нагрузки на поверхности грунта. К этому смещению для отыскания полного его значения следует прибавить статический сдвиг, находимый по способу, изложенному в гл. IV.

При действии внезапно приложенной постоянной во времени нагрузки q_0 сдвиг стенки

$$\Delta = \frac{hb \operatorname{tg}(\theta - \rho)}{m_{np} \operatorname{tg} \theta} q_0 \frac{1 - \cos \omega t}{\omega^2}. \quad (5.36)$$

Таким образом, получена развернутая формула для определения смещений стенки при динамическом действии нагрузки. Зная перемещение стенки в функции от времени, вносим (5.22) и (5.23) в выражение (5.27); находим динамическое давление грунта на стенку при параллельном ее смещении:

$$E_{at} = \frac{q_0 hb}{\operatorname{tg} \theta} \operatorname{tg}(\theta - \rho) - \frac{\gamma_{rp} h^3 b \cos \rho \cdot hb \cdot \operatorname{tg}(\theta - \rho)}{2g \sin \theta \cos(\theta - \rho) m_{np} \operatorname{tg} \theta} \left[q_0 \cos \omega t + q'_0 \frac{\sin \omega t}{\omega} + \dots + q^{(n)}_0 \int_0^t \cos \omega t \cdot dt - s_0 \omega \sin \omega t \right]. \quad (5.37)$$

Формула (5.37) дает общее выражение динамического давления сыпучего тела при наличии распределенной степенной нагрузки q_t во времени и мгновенного импульса s_0 .

В. ЧАСТНЫЕ СЛУЧАИ БОКОВОГО ДАВЛЕНИЯ

1. При действии распределенного по поверхности мгновенного начального импульса s_0 и отсутствии нагрузки q_t

$$E_{at} = \frac{\gamma_{rp} h^3 b^2 \cos \rho \operatorname{tg}(\theta - \rho) s_0 \omega \sin \omega t}{2g \sin \theta \cos(\theta - \rho) m_{np} \operatorname{tg} \theta}.$$

Затем максимальное значение E_{at} как функции времени, что имеет место при $\omega t = \frac{\pi}{2}$:

$$E_{as_0} = \frac{s_0 \omega hb \operatorname{tg}(\theta - \rho)}{\operatorname{tg} \theta} \left[\frac{\gamma_{rp} h^2 b \cos \rho}{\gamma_{rp} h^3 b \cos \rho + 2mg \sin \theta \cos(\theta - \rho)} \right] = \frac{s_0 \omega hb \operatorname{tg}(\theta - \rho)}{\operatorname{tg} \theta} \left[\frac{K}{K + 2mg \sin \theta \cos(\theta - \rho)} \right], \quad (5.38)$$

где

$$K = \gamma_{rp} h^2 b \cos \rho. \quad (5.39)$$

Формула (5.38) для максимального динамического давления грунта от действия мгновенного импульса включает значение кривизны частоты ω , которая по (5.30) растет с увеличением жесткости другой среды и падает с увеличением массы стенки, что соответствует физической природе явления. Максимум E_{as_0} как функции угла θ получается при θ , точно совпадающем с решением Кулона ($\theta = 45 + \frac{\rho}{2}$):

$$E_{as_0 \max} = s_0 \omega hb \operatorname{tg}^2 \left(45 - \frac{\rho}{2}\right) \left[\frac{K}{K + 2mg \sin^2 \left(45 + \frac{\rho}{2}\right)} \right]. \quad (5.40)$$

2. При действии внезапно приложенной постоянной нагрузки $q_t = q_0$ боковое давление как функции времени по (5.37)

$$E_{at} = \frac{q_0 hb \operatorname{tg}(\theta - \rho)}{\operatorname{tg} \theta} - \frac{\gamma_{rp} h^3 b^2 \cos \rho \operatorname{tg}(\theta - \rho) q_0 \cos \omega t}{2g \sin \theta \cos(\theta - \rho) \operatorname{tg} \theta \cdot m_{np}}.$$

Наибольшее значение этого давления имеем при $\omega t = \pi$, т. е. когда $\cos \omega t = -1$. Внося, кроме того, значение m_{np} по (5.31), находим:

$$E_{aq_0} = \frac{q_0 hb \operatorname{tg}(\theta - \rho)}{\operatorname{tg} \theta} \left[1 + \frac{K}{K + 2mg \sin \theta \cos(\theta - \rho)} \right], \quad (5.41)$$

где

$$K = \gamma_{rp} h^2 b \cos \rho.$$

Нетрудно видеть, что множитель при квадратной скобке есть статическое давление сыпучего тела от нагрузки, расположенной на поверхности призмы сползания. Следовательно, вместо (5.40) можно написать

$$E_{aq_0} = E_{a,ct} (1 + \mu_{дин}), \quad (5.42)$$

где $(1 + \mu_{дин})$ — динамический коэффициент, а $\mu_{дин}$ — коэффициент динамической добавки;

$$\mu_{дин} = \frac{K}{K + 2mg \sin \theta \cos(\theta - \rho)}. \quad (5.43)$$

В данном простейшем решении при действии $q_t = q_0$ (и при «чистом» сдвиге стенки) в выражении для E_{aq_0} по (5.41) частота ω ,

зависящая от коэффициента упругого сжатия грунта, не содержится. При действии более сложной во времени нагрузки (например, $q_i = q_0 - q_0 t$) частота ω войдет в выражение для давления.

Величина давления E_{aq_0} зависит от угла наклона θ линии сползания. Для нахождения максимального значения давления в зависимости от θ ищем экстремум функции E_{aq_0} из условия

$$\frac{dE_{aq_0}}{d\theta} = 0.$$

Отсюда получается почти полное совпадение угла θ с Кулоновым значением, т. е., $\theta = 45 + \frac{\rho}{2}$. Таким образом, окончательно боковое давление от внезапно приложенной нагрузки

$$E_{q_0 \max} = q_0 h b \operatorname{tg}^2 \left(45 + \frac{\rho}{2} \right) \left[1 + \frac{K}{K + 2mg \sin^2 \left(45 + \frac{\rho}{2} \right)} \right]. \quad (5.44)$$

При этом сдвиг стенки

$$\Delta = \frac{2hbq_0 \operatorname{tg}^2 \left(45 + \frac{\rho}{2} \right)}{m_{np} \omega^2}, \quad (5.45)$$

где

$$m_{np} = \frac{K}{2g \sin^2 \left(45 + \frac{\rho}{2} \right)} + m.$$

Аналогично решаются задачи определения бокового динамического давления от линейно меняющейся во времени нагрузки и др.

3. При внезапном сейсмическом сдвиге стенки, внося Δ по (5.35) во второе слагаемое формулы (5.27), получаем следующее выражение для динамического бокового давления:

$$E_{a, \max} = \frac{\gamma_{rp} h^2 b \cos \rho}{2g \sin \theta \cos (\theta - \rho)} \Delta_0 \omega^2 = \frac{\gamma_{rp} h^2 b \cos \rho}{2g \sin^2 \left(45 + \frac{\rho}{2} \right)} \Delta_0 \omega^2.$$

Формула для «сейсмического» бокового давления грунта содержит квадрат круговой частоты, зависящей по (5.30) от упругих характеристик грунта.

Пример. Найти боковое динамическое давление сыпучего тела в трех случаях:

1) при действии внезапно приложенной равномерно распределенной нагрузки на поверхности $q_0 = 4,8 \text{ m}/\text{m}^2$;

2) при действии распределенного по поверхности мгновенного импульса $s_0 = 0,35 \text{ m} \cdot \text{сек}/\text{m}^2$ (случай падения трамбовки весом $P = 2\text{t}$ с высоты 1 м на подушку площадью 1 m^2 без учета присоединенной массы грунта);

3) при горизонтальном сейсмическом смещении стенки амплитудой $\Delta_0 = 0,0064 \text{ m}$ (VII класс землетрясения по Канкани).

Даны е. Высота подпорной стенки H и высота засыпки слева h : $H = h = 3 \text{ m}$ (рис. 100); высота фундамента $h_1 = 1,2 \text{ m}$; размеры основания $a = 1,2, b = 1 \text{ m}$; объемные веса $\gamma_{rp} = 1,6 \text{ m}/\text{m}^3, \gamma_{kl} = 2,4 \text{ m}/\text{m}^3$; угол внутрен-

угла трения (песок) $\rho = 30^\circ$; коэффициент упругого сжатия по основанию $K = 4000 \text{ m}/\text{m}^3$; коэффициенты $\psi = 0,5, f_n = 0,7$.

Решение. Угол наклона линии сползания и другие данные:

$$\theta = 45 + \frac{\rho}{2} = 60; \quad \sin \left(45 + \frac{\rho}{2} \right) = 0,866;$$

$$\operatorname{tg} \left(45 + \frac{\rho}{2} \right) = 0,5774; \quad \sin^2 60 = 0,75;$$

$$\operatorname{tg}^2 (30) = \frac{1}{3}; \quad \cos 30 = 0,866.$$

Рассчитываем величины

$$Q = mg = \gamma_{kl} H ab = 2,4 \cdot 3 \cdot 1,2 \cdot 1 = 8,64 \text{ m},$$

$$K = \gamma_{rp} h^2 b \cos \rho = 1,6 \cdot 3^2 \cdot 1 \cdot 0,866 = 12,47 \text{ m}$$

$$2mg \sin^2 \left(45 + \frac{\rho}{2} \right) = 14,7 \frac{8,64}{9,81} = 12,95 \text{ m};$$

$$m = 0,871 \text{ m} \cdot \text{сек}^2/\text{м}.$$

Сведенная масса

$$m_{np} = 1,737 \text{ m} \cdot \text{сек}^2/\text{м}.$$

Частота по (5.30)

$$\omega = \sqrt{1670} = 40,9 \text{ 1/сек.}$$

Первый случай — внезапно приложенная постоянная нагрузка. По формуле (5.44) получаем:

$$E_{q_0 \max} = E_{a, ст} (1 + \mu_{дин}) = 4,8 \cdot 3 \cdot \frac{1}{3} \left(1 + \frac{12,47}{25,42} \right) = 4,8 \cdot 1,49 = 7,16 \text{ m}.$$

Динамический коэффициент $(1 + \mu_{дин})$ составляет 1,49.

Сдвиг стенки по (5.45) при $\omega t = \pi$

$$\Delta = \frac{2hb \operatorname{tg}^2 \left(45 + \frac{\rho}{2} \right)}{m_{np} \omega^2} q_0 = \frac{2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot \frac{1}{3} \cdot 4,8}{1,737 \cdot 1670} \text{ m} = 0,33 \text{ см.}$$

Динамическая сила сдвига по (5.11)

$$F = f_a \Delta = 0,5 C_{cr} ab \Delta = \frac{2000 \cdot 1,2 \cdot 1 \cdot 0,33}{100} = 7,92 \text{ m},$$

распределенная динамическая сила сдвига в линейной области (если q_0 не приложена к поверхности стенки)

$$F_{np} = 1,4 f_n Q = 1,4 \cdot 0,7 \cdot 8,64 = 8,46 \text{ m}.$$

$$F < F_{np}.$$

Второй случай — мгновенный распределенный импульс. По формуле (5.40) получаем:

$$E_{a, s_0} = \frac{s_0 \omega^2 b \operatorname{tg}^2 \left(45 + \frac{\rho}{2} \right) K}{K + 2mg \sin^2 \left(45 + \frac{\rho}{2} \right)} = \frac{0,35 \cdot 40,9 \cdot 3 \cdot 1 \cdot \frac{1}{3} \cdot 12,47}{12,47 + 12,95} = 7,02 \text{ m}.$$

Сдвиг стенки по (5.33)

$$\Delta = \frac{hb \operatorname{tg}^2 \left(45 + \frac{\rho}{2} \right)}{m_{np} \omega} s_0 = \frac{3 \cdot 1 \cdot \frac{1}{3} \cdot 35}{1,737 \cdot 40,9} \text{ см} = 0,49 \text{ см.}$$

Третий случай — сейсмический толчок.
По формуле (5.46) получаем:

$$E_{a, \max} = \frac{1,6 \cdot 3^2 \cdot 1 \cdot 0,866}{14,72} \cdot 0,0064 \cdot 1670 = 9,05 \text{ м.}$$

Приведенные здесь решения являются все же приближенными ввиду неучета поворота стенки.

§ 39. СИЛЫ ИНЕРЦИИ ПРИ СДВИГЕ И ПОВОРОТЕ СТЕНКИ

А. СИЛЫ ИНЕРЦИИ, ПРИЛОЖЕННЫЕ К СТЕНКЕ

Боковое динамическое давление грунта E_{at} существенно зависит от вида перемещения стенки; при учете, кроме перемещения сдвига Δ , поворота стенки на угол α оно заметно изменяется.

При сложном движении стенки в виде сдвига и поворота ее возникает горизонтальная сила инерции сдвига $I_{x, \Delta}$, горизонтальная составляющая тангенциальных сил инерции при повороте $I_{x, \alpha}$ и момент сил инерции при повороте M_1 (рис. 101).

При сдвиге призмы сползания вводим силу инерции ее массы I_{cn} (рис. 102). Рассмотрим определение первых сил инерции [40]. Сила инерции, возникающая при сдвиге стенки,

$$I_{x, \Delta} = -m\Delta'', \quad (5.46)$$

где Δ'' — ускорение смещения стенки;

$$m = \frac{Q}{g} \text{ — масса стенки;}$$

$$Q = \gamma_{kl} a H b.$$

Найдем теперь абсолютное значение суммы горизонтальных составляющих сил инерции, вводимых при повороте стенки на угол α (рис. 103, а):

$$(-I_{x, \alpha}) = \int_0^H (\bar{m}abd\rho_y) \rho_y a'' = ab\bar{m}a'' \int_0^H \rho_y d\rho_y = 0,5mHa'', \quad (5.47)$$

где a'' — ускорение углового перемещения стенки;
 ρ_y — вертикальная координата произвольной точки стенки;

\bar{m} — масса единицы объема стенки; $\bar{m} = \frac{m}{abH}$;

m — масса всей стенки.

Общая горизонтальная сила инерции (рис. 102)

$$I_m = I_{x, \Delta} + I_{x, \alpha} = -m\Delta'' - 0,5mHa''. \quad (5.48)$$

Общий момент сил инерции складывается из момента силы $I_{x, \Delta}$, который называем $M_{1, \Delta}$, и из момента сил инерции массы стенки относительно точки поворота O , который обозначаем через $M_{1, \alpha}$. Найдем

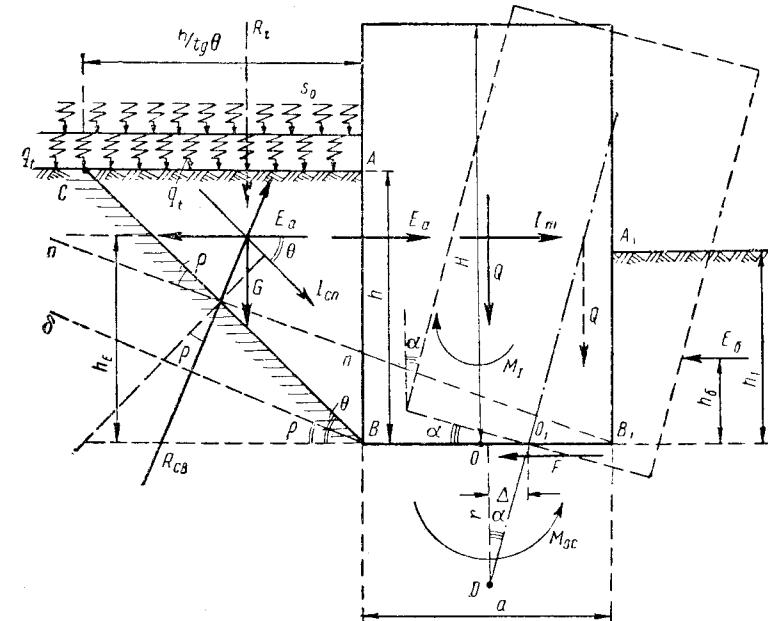


Рис. 102

этот последний момент сил инерции [40]. При повороте стенки элементарная тангенциальная сила инерции dI , изображенная на рис. 103, а, дает момент

$$dM_{1, \alpha} = \rho dI = \rho (-\rho a'' dm) = -\rho^2 a'' dm.$$

Общий момент сил инерции для всей массы стенки

$$M_{1, \alpha} = \int_{(m)} \rho dI = -a'' \int_{(m)} \rho^2 dm = -a'' I_0, \quad (5.49)$$

где I_0 — полярный момент инерции массы стенки относительно точки поворота O . При размерах a , H и b

$$I_0 = \frac{\gamma_{kl} abH}{g 12} (a^2 + 4H^2) = \frac{m}{12} (a^2 + 4H^2). \quad (5.50)$$

Таким образом, момент сил инерции стенки относительно точки O при ее смещении и повороте

$$M_I = M_{I,\Delta} + M_{I,\alpha} = -\frac{mH}{2} \Delta'' - m \left(\frac{a^2 + 4H^2}{12} \right) \alpha''. \quad (5.51)$$

Отметим еще влияние составляющих сил веса при повороте стенки (рис. 103, б). Составляющая, нормальная к подошве $B'B'$, не дает момента. Тангенциальная составляющая $Q \sin \alpha \approx Qa$ дает момент

$$Qa \frac{H}{2}. \quad (5.52)$$

Как было подчеркнуто в § 35, этот момент при малых упругих поворотах незначителен. При больших значениях углов α его следует учесть.

б. СИЛА ИНЕРЦИИ ПРИЗМЫ СПОЛЗАНИЯ И ТОЧКА ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ В СВЯЗИ С ИЗМЕНЕНИЕМ ФОРМЫ ПРИЗМЫ СПОЛЗАНИЯ

На призму сползания, кроме реакций R_{CB} и E_a (рис. 102), а также нагрузки R_t , действует сила инерции

$$I_{cn} = -m_{cn} \Delta_{cn}'', \quad (5.53)$$

где $m_{cn} = \frac{\gamma_{cp} h^2 b}{2g \operatorname{tg} \theta}$ — масса призмы сползания;

Δ_{cn}'' — ускорение равнодействующего перемещения точки приложения силы инерции. Направление силы инерции I_{cn} заранее неизвестно, так как неизвестно направление полного перемещения

центра тяжести призмы сползания, которое является результатом поступательного перемещения призмы и ее смещения от поворота (рис. 104, а). В дальнейшем введем лишь проекцию силы инерции I_{cn} на ось nn , перпендикулярную к направлению силы R_{CB} — реакции по плоскости CB (рис. 102). Эту проекцию будем обозначать через $I_{cn,n}$.

Заметим, что при повороте стенки и наличии контакта между грунтом и гранью стенки AB (рис. 104, а) нельзя предполагать, что клин сползания свободно поворачивается вокруг точки B , так как при таком предположении произойдет «раскрытие» грун-

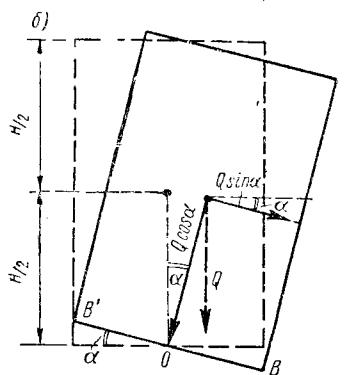
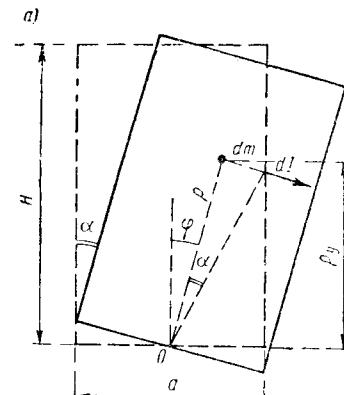


Рис. 103

твой массы по плоскости сползания. Чтобы исключить эту возможность, считаем, что при повороте стенки призма сползания деформируется, причем ее сечение остается постоянным по площади. Если при горизонтальном смещении Δ стенки (и малом вертикальном Δ_z) сечение призмы сползания переходит в положение $A'B'C'$ (рис. 104, а), т. е. форма призмы сползания не меняется, то при добавочном повороте стенки на угол α полагаем, что призма из положения $A'B'C'$ переходит в положение $A''B''C''$ и линия

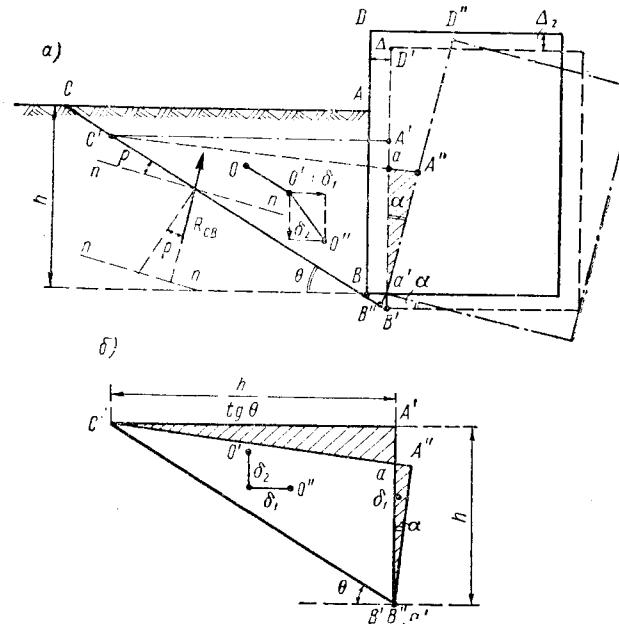


Рис. 104

поверхности $C'A'$ поворачивается относительно точки C' . От сдвига Δ стенки происходит малое вертикальное смещение призмы $\Delta \operatorname{tg} \alpha$, которым мы пренебрегаем (рис. 104, а).

Для определения перемещения центра тяжести призмы сползания, в котором сосредоточиваем силу инерции, рассмотрим векторные перемещения центра тяжести этой призмы.

На рис. 104, а представлено перемещение центра призмы сползания O в виде двух составляющих: от горизонтального смещения стенки возникает перемещение OO' параллельно линии сползания BC ; $OO' = \Delta_{1, cn}$; от поворота стенки — перемещение $O'O'' = \Delta_{2, cn}$, которое получается в результате перемещения центра тяжести призмы сползания по линии CA (δ_1) и по линии AB (δ_2).

Таким образом, перемещение центра тяжести треугольника $A''B''C''$ от поворота его $O'O'' = \Delta_{2, cn}$. Для малых углов α полагаем,

что площади треугольников $A'aC'$ и $aa'A''$ равны (площадь сечения призмы сползания не меняется). Полное перемещение центра призмы сползания в векторном представлении при одновременном смещении и повороте будет:

$$\bar{\Delta}_{\text{сп}} = \bar{\Delta}_{1,\text{сп}} + \delta_1 + \delta_2. \quad (5.54)$$

Проекция силы инерции $I_{\text{сп}}$ призмы сползания на ось nn , составляющую угол ρ с линией сползания, равна:

$$I_{\text{сп},n} = -m_{\text{сп}} [\Delta''_{1,\text{сп}} \cos \rho + \delta_1'' \cos (\theta - \rho) + \delta_2'' \sin (\theta - \rho)]. \quad (5.55)$$

Ускорение $\Delta''_{1,\text{сп}}$ находится, исходя из условия, что проекция этого ускорения на горизонталь равняется ускорению горизонтального перемещения стенки, откуда

$$\Delta''_{1,\text{сп}} = \frac{\Delta''}{\cos \theta}. \quad (\text{а})$$

Перемещения δ_1 и δ_2 центра тяжести треугольника $C'A''B'$ относительно треугольника $C'A'B'$ легко найти из геометрических соотношений (рис. 104, б). Очевидно,

$$aA'' \approx ah;$$

$$\delta_1 = \frac{1}{3}(aA'') = \frac{ah}{3}. \quad (\text{б})$$

Из равенства площадей треугольников $C'A'a$ и $aA''B'$ получаем:

$$\frac{(A'a)(C'A')}{2} = \frac{(aA'')(aB')}{2} = \frac{ah^2}{2},$$

или

$$A'a = \frac{ah^2}{h} \operatorname{tg} \theta = ah \operatorname{tg} \theta.$$

Смещение δ_2 равно координате центра тяжести треугольника $C'A'a$:

$$\delta_2 = \frac{1}{3} ah \operatorname{tg} \theta. \quad (\text{в})$$

При значительном повороте стенки точка приложения активного давления смещается вниз на величину δ_2 , что учитывается при деформационном расчете бокового давления грунта на подпорные стенки. Внося выражения (а), (б) и (в) в (5.55), получаем:

$$I_{\text{сп},n} = -m_{\text{сп}} \left[\frac{\Delta''}{\cos \theta} \cos \rho + a'' \frac{h}{3} \cos (\theta - \rho) + a'' \frac{h \operatorname{tg} \theta}{3} \sin (\theta - \rho) \right], \quad (5.56)$$

или иначе:

$$I_{\text{сп},n} = -M_{\text{сп}} (\Delta'' + a'' h_2), \quad (5.57)$$

где приведенная высота для проекции силы инерции

$$h_2 = \frac{h}{3} \cdot \frac{\cos \theta}{\cos \rho} [\cos (\theta - \rho) + \operatorname{tg} \theta \sin (\theta - \rho)] = \frac{1}{3} h. \quad (5.58)$$

$M_{\text{сп}} = m_{\text{сп}} \frac{\cos \rho}{\cos \theta}$ — фиктивная масса призмы сползания.

Таким образом, при смещении и повороте стенки сила инерции призмы сползания зависит от ускорений сдвига и поворота, причем учится приведенная высота h_2 для проекции силы инерции, отражающая учет деформации призмы сползания, сделанный нами предыдущие. Приведенная масса призмы сползания

$$M_{\text{сп}} = m_{\text{сп}} \frac{\cos \rho}{\cos \theta} = \frac{\gamma_{\text{сп}} h^2 b \cos \rho}{2 \sin \theta}. \quad (5.59)$$

Отметим, что при наличии «массовой» нагрузки необходимо учесть и силу ее инерции, введя соответствующую приведенную массу нагрузки. Подчеркнем также, что нами получено здесь понижение точки приложения давления E_a при повороте ее на $\frac{ah \operatorname{tg} \theta}{3}$ в отличие на величину $\Delta \operatorname{tg} \theta$, что следует учитывать в окончательном решении.

5.40. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ СТЕНКИ КАК СИСТЕМЫ С ДВУМЯ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ И ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

А. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Учет только одного смещения стенки, в особенности при отображении реакции по передней грани E_b [35], дает весьма приближенное решение. Решим задачу динамического расчета стенки на боковое давление при наличии сдвига и поворота ее (рис. 102).

Определяем боковое давление E_a при действии распределенной динамической нагрузки q_t на поверхности и распределенного импульса s_0 . На стенку действуют силы: бокового давления E_a , реакции по передней грани E_b , горизонтальной реакции по основанию F , силы инерции I_m , момента сил инерции M_i , момента со стороны основания M_{oc} , силы веса Q , который дает момент относительно точки O_1 (рис. 101), равный $Qa \frac{H}{2}$. Силы и моменты выражаем согласно предыдущему через перемещения:

$$\left. \begin{aligned} E_b &= C_b h_1 \Delta; \\ F &= 0,5 C_{ct} ab \Delta; \\ Q &= \gamma_{kl} ab H; \\ M_{oc} &= C_n \frac{a^3 b}{24} \alpha; \\ I_m &= -m \Delta'' - 0,5 m H a''; \\ M_i &= -\frac{m H}{2} \Delta'' - m \left(\frac{a^2 + 4H^2}{12} \right) a''; \\ I_{\text{сп},n} &= -M_{\text{сп}} (\Delta'' + a'' h_2), \end{aligned} \right\} \quad (5.60)$$

где $M_{\text{сп}}$ и h_2 определяются соответственно по (5.59) и (5.58).

Составляем теперь динамические уравнения задачи.

Первое уравнение — сумма проекций сил, приложенных к стенке, на горизонталь имеет вид:

$$E_a - E_b - F + I_m = 0, \quad (a)$$

или, внося значения всех сил, кроме E_a , по (5.60) и меняя знак на обратный, получим:

$$C_6bh_1\Delta + 0,5C_{c1}ab\Delta + m\Delta'' + 0,5mHa'' = E_a. \quad (b)$$

Второе уравнение — сумма моментов всех сил, приложенных к стенке, относительно точки O_1 (центра подошвы после поворота) выглядит так:

$$E_a h_E - E_b h_b - M_{oc} + M_l + Qa \frac{H}{2} = 0.$$

Подставляя значения E_b , M_{oc} , M_l , имеем:

$$\begin{aligned} C_6bh_1h_b\Delta + \frac{C_n a^3 b}{24} a + \frac{mH}{2}\Delta'' + m\left(\frac{a^2 + 4H^2}{12}\right)a'' - \\ - 0,5\gamma_{kn}abH^2a = E_a h_E, \end{aligned} \quad (b)$$

Основные динамические уравнения равновесия (б) и (в) запишем так:

$$\left. \begin{aligned} K\alpha'' + m\Delta'' + N\Delta &= E_a; \\ I_0\alpha'' + K\Delta'' + La + R\Delta &= E_a h_E, \end{aligned} \right\} \quad (5.61)$$

где

$$\left. \begin{aligned} K &= 0,5mH \text{ (м·сек}^2\text{)}; \\ N &= (C_6h_1 + 0,5C_{c1}a)a \text{ (м/m)}; \\ I_0 &= \frac{m}{12}(a^2 + 4H^2) \text{ (м·м·сек}^2\text{)}; \\ L &= \frac{C_n a^3 b}{24} - 0,5\gamma_{kn}abH^2 \text{ (м·м)}; \\ R &= C_6bh_1h_b \text{ (м)}; \\ C_6 &= 0,4\left(1 + \frac{h_1}{3r}\right)C_{ct} \text{ (м/m}^3\text{)}. \end{aligned} \right\} \quad (5.62)$$

При этом мы предполагаем, что $r \neq 0$. В систему уравнений (5.62) входит неизвестная величина силы бокового давления E_a .

Радиус поворота r приходится находить способом последовательных приближений [см. ниже формулы (5.125) — (5.126)]. Плечо действия силы E_a относительно подошвы h_E можно найти путем рассмотрения эпюры распределения интенсивности давления по высоте последовательными приближениями, задаваясь в первом приближении статическим распределением интенсивности, а во втором — вычисляя h по формуле (5.127). Интегрируя систему уравнений (5.61) при известной функции E_a от времени, получим

затем значения перемещений Δ и α в функции от времени, что дает возможность проверить стенку на устойчивость. Решая задачу о боковом давлении грунта, найдем силу E_a из рассмотрения динамического равновесия призмы сползания. Для начального периода движения стенки и при большой величине динамической нагрузки предполагаем, что наступило предельное состояние призмы сползания, при котором сила реакции R_{CB} отклоняется от нормали к BC на угол ρ внутреннего трения ρ .

Составляем динамическое условие равновесия призмы сползания, проектируя все силы, действующие на призму, на ось nn , перпендикулярную к направлению R_{CB} (рис. 102):

$$I_{cn, n} + R_t \sin(\theta - \rho) - E_a \cos(\theta - \rho) = 0, \quad (g)$$

здесь находим:

$$E_a = R_t \tan(\theta - \rho) + \frac{I_{cn, n}}{\cos(\theta - \rho)}.$$

Зносим значения $R_t = \frac{q_t h b}{\tan \theta}$ и $I_{cn, n}$ по (5.57):

$$\begin{aligned} E_a &= \frac{q_t h b}{\tan \theta} \tan(\theta - \rho) - \frac{M_{cn}}{\cos(\theta - \rho)} (\Delta'' + a''h_2) = \\ &= Q_t - M_0 (\Delta'' + a''h_2), \end{aligned} \quad (5.63)$$

где приведенная масса клина сползания

$$M_0 = \frac{\gamma_{rp} h^2 b \cos \rho}{2g \sin \theta \cos(\theta - \rho)} = \frac{\gamma_{rp} h^2 b \cos \rho}{2g \sin^2(45 + \frac{\rho}{2})}; \quad (5.64)$$

$$Q_t = q_t \frac{h b \tan(\theta - \rho)}{\tan \theta} = q_t h b \tan^2(45 - \frac{\rho}{2}). \quad (5.65)$$

Подставляя выражение (5.63) в дифференциальные уравнения (5.61), находим:

$$\begin{aligned} K\alpha'' + m\Delta'' + N\Delta &= Q_t - M_0 (\Delta'' + a''h_2); \\ I_0\alpha'' + K\Delta'' + La + R\Delta &= Q_t h_E - M_0 h_E (\Delta'' + a''h_2). \end{aligned}$$

После приведения подобных членов получим следующую окончательную систему дифференциальных уравнений:

$$K_1\alpha'' + m_1\Delta'' + N\Delta = Q_t; \quad (5.66)$$

$$I_1\alpha'' + K_2\Delta'' + La + R\Delta = Q_t h_E, \quad (5.67)$$

где коэффициенты

$$\left. \begin{aligned} K_1 &= K + M_0 h_2 = 0,5mH + M_0 h_2 \text{ (м·сек}^2\text{)}; \\ m_1 &= m + M_0 \text{ (м·сек}^2/\text{м)}; \\ I_1 &= I_0 + M_0 h_E h_2 = \frac{m(a^2 + 4H^2)}{12} + M_0 h_2 h_E \text{ (м·м·сек}^2\text{)}; \\ K_2 &= K + M_0 h_E = 0,5mH + M_0 h_E \text{ (м·сек}^2\text{)}; \\ L &= \frac{C_n a^3 b}{24} - 0,5\gamma_{kn}abH^2 \text{ (м·м)}. \end{aligned} \right\} \quad (5.68)$$

В следующем разделе (§ 42) рассмотрим точное интегрирование системы дифференциальных уравнений (5.66) и (5.67). Радиус поворота r (определяющий коэффициент C_6), и плечо h_E силы E_a находятся способом последовательных приближений.

б. ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ПРИ $r \neq 0$

Сводим систему дифференциальных уравнений (5.66) и (5.67) к системе уравнений с одним неизвестным. Положение стенки при движении характеризуем переменным во времени радиусом поворота $r = f(t)$ — расстоянием от центра поворота D (рис. 102) до плоскости подошвы.

Как показывает анализ, радиус поворота в области наибольших значений перемещений Δ_{\max} и a_{\max} остается почти постоянным [42]. Принимаем для этой области

$$r = \frac{\Delta}{a} = \text{const}, \quad (5.69)$$

откуда

$$a = \frac{\Delta}{r}. \quad (5.70)$$

Вносим (5.80) в уравнения (5.66) и (5.67):

$$\begin{aligned} & \left(m_1 + \frac{K_1}{r} \right) \Delta'' + N\Delta = Q_t; \\ & \left(\frac{I_1}{r} + K_2 \right) \Delta'' + \left(\frac{L}{r} + R \right) \Delta = Q_t h_E, \end{aligned}$$

или иначе

$$\left. \begin{aligned} & \Delta'' + \frac{N}{m_1 + \frac{K_1}{r}} \Delta = -\frac{Q_t}{m_1 + \frac{K_1}{r}}; \\ & \Delta'' + \frac{\frac{L}{r} + R}{\frac{I_1}{r} + K_2} \Delta = -\frac{Q_t h_E}{\frac{I_1}{r} + K_2}. \end{aligned} \right\} \quad (5.71)$$

Частные решения каждого из этих дифференциальных уравнений, если $Q_t = Q_0 = \text{const}$, будут:

$$\Delta = \frac{Q_t}{N}; \quad \Delta = \frac{Q_t h_E}{\frac{L}{r} + R}. \quad (5.72)$$

Это условие имеет место обычно при действии ударной нагрузки. Каждое частное решение (5.72) соответствует условиям равновесия

$$\Sigma X = 0; \quad \Sigma M = 0.$$

Так как эти условия должны удовлетворяться одновременно, то частные решения (5.72) должны быть равны, поэтому

$$\frac{Q_t}{N} = \frac{Q_t h_E}{\frac{L}{r} + R},$$

тогда

$$\frac{L}{r} + R = N h_E.$$

Следовательно, радиус поворота

$$r = \frac{L}{N h_E - R}. \quad (5.73)$$

Радиус поворота зависит от вида нагрузки.

Найдено первое приближенное значение радиуса поворота в развернутом виде:

$$r = \frac{\frac{1}{24} C_{\text{пн}} a^3 b - 0,5 \gamma_{\text{кл}} a b H^2}{(C_6 h_1 + 0,5 C_{\text{ст}} a) a h_E - C_6 b h_1 h_6}; \quad (5.74)$$

при этом полагаем, что $r \neq 0$.

Получается замкнутый круг вычислительных операций: чтобы найти r , необходимо знать C_6 , которое в свою очередь зависит от r . Поэтому, вычислив r по (4.41), находим по последней формуле (5.62) C_6 , после чего вновь определяем r по (5.74).

Найдя величину r последовательными приближениями [см. также формулу (5.126)] и заменяя $\Delta = ar$, переходим ко второму дифференциальному уравнению (5.81):

$$a'' + \frac{\frac{L}{r} + R}{\frac{I_1}{r} + K_2} a = \frac{Q_t h_E}{\left(\frac{I_1}{r} + K_2 \right) r}.$$

Задав квадрат частоты на поворот ω_n^2 и приведенную массу m_n , имеем:

$$a'' + \omega_n^2 a = \frac{Q_t}{m_n}, \quad (5.75)$$

т.е.

$$\left. \begin{aligned} \omega_n^2 &= \frac{L + R r}{I_1 + K_2 r}; \\ m_n &= \frac{I_1 + K_2 r}{h_E}. \end{aligned} \right\} \quad (5.76)$$

Интегрируя (5.75) при действии степенной нагрузки $Q_t = q_0 + q_0 t + \dots + q_0^{(n)} \frac{t^n}{n!} h \dot{o}$ и учитя наличие начального

импульса, получаем:

$$\alpha = \frac{hb \operatorname{tg}(\theta - \rho)}{m_n \operatorname{tg} \theta} \left[S_0 \frac{\sin \omega_n t}{\omega_n} + q_0 \frac{(1 - \cos \omega_n t)}{\omega_n} + \right. \\ \left. + \dots + q_0^{(n)} \int_0^{(n)t} \frac{(1 - \cos \omega_n t)}{\omega_n^2} dt \right]. \quad (5.77)$$

Далее определяем ускорения:

$$a'' = \frac{hb \operatorname{tg}(\theta - \rho)}{m_n \operatorname{tg} \theta} \left[-S_0 \omega_n \sin \omega_n t + \right. \\ \left. + q_0 \cos \omega_n t + \dots + q_0^{(n)} \int_0^{(n)t} \cos \omega_n t dt \right]; \\ \Delta'' = a'' r = \frac{rbh \operatorname{tg}(\theta - \rho)}{m_n \operatorname{tg} \theta} \left[-S_0 \omega_n \sin \omega_n t + \right. \\ \left. + q_0 \cos \omega_n t + \dots + q_0^{(n)} \int_0^{(n)t} \cos \omega_n t dt \right].$$

Теперь находим давление E_a по (5.63):

$$E_a = \frac{q_0 hb \operatorname{tg}(\theta - \rho)}{\operatorname{tg} \theta} - M_0 (\Delta'' + a'' h_2) = \\ = \frac{q_0 hb \operatorname{tg}(\theta - \rho)}{\operatorname{tg} \theta} - M_0 \frac{hb \operatorname{tg}(\theta - \rho)}{m_n \operatorname{tg} \theta} (r + h_2) \times \\ \times \left[-S_0 \omega_n \sin \omega_n t + q_0 \cos \omega_n t + \dots + q_0^{(n)} \int_0^{(n)t} \cos \omega_n t dt \right]. \quad (5.78)$$

В этом решении давление E_a зависит от положения точки его приложения, так как плечо h_E входит в выражения I_1, K_2 и момента $Q_E h_E$.

В случае действия только импульса и при $\omega t = \frac{\pi}{2}$

$$E_a = M_0 \frac{hb \operatorname{tg}(\theta - \rho)}{m_n \operatorname{tg} \theta} (r + h_2) S_0 \omega_n = \\ = \frac{\gamma_{rp} h^3 b^2 \cos \rho \operatorname{tg}^2 \left(45 - \frac{\rho}{2}\right) (r + h_2)}{2g \sin^2 \left(45 + \frac{\rho}{2}\right) m_n} S_0 \omega_n. \quad (5.79)$$

В случае действия внезапно приложенной нагрузки q_0 , при $\omega_n t = \pi$

$$E_a = q_0 hb \operatorname{tg}^2 \left(45 - \frac{\rho}{2}\right) \left[1 + \frac{M_0 (r + h_2)}{m_n} \right] = \\ = q_0 hb \operatorname{tg}^2 \left(45 - \frac{\rho}{2}\right) \left[1 + \frac{\gamma_{rp} h^3 b \cos \rho (r + h_2)}{2m_n g \sin^2 \left(45 + \frac{\rho}{2}\right)} \right]. \quad (5.80)$$

На определении плеча h_E силы давления мы остановимся ниже (§ 42).

Для дальнейшего важно знать начальное значение скорости взворота стенки при действии мгновенного импульса.

Пользуясь (5.77), имеем:

$$\alpha_0 = \frac{s_0 hb \operatorname{tg}(\theta - \rho)}{m_n \operatorname{tg} \theta}. \quad (5.81)$$

Полученное здесь решение из рассмотрения совместных колебаний для Δ и a резко отличается от решения, данного в работе [35].

Пример. Найти динамическое давление грунта при тех же данных, что и в примере § 34 и 38.

Решение. Первое значение для C_b имеем: $C_b = 9062 \text{ m/m}^3$ при $r_0 = 0,084 \text{ m}$. По формуле (5.74) находим: $r_1 = 0,095 \text{ m}$. Теперь вновь по (5.62):

$$C_b = 0,4 \left(1 + \frac{1,2}{3 \cdot 0,095}\right) C_{ct} = 8320 \text{ m/m}^3.$$

Коэффициенты $C_u = 2,5$, $C_{ct} = 10000 \text{ m/m}^3$, где $C_{ct} = 4000 \text{ m/m}^3$. По формуле (5.58) находим плечо $h_2 = 1 \text{ m}$. Принимаем плечо действия E_a :

$$h_E = 1,35 \text{ m}.$$

Плечо действия E_6 :

$$h_6 = \frac{3}{8} h_1 = 0,45 \text{ m}.$$

По (5.74) радиус поворота стенки

$$r = \frac{10000 \cdot \frac{1,2^3}{24} - 1,2 \cdot 1,2 \cdot 9}{(8320 \cdot 1,2 + 2000 \cdot 1,2) 1,2 \cdot 1,35 - 8320 \cdot 1 \cdot 1,2 \cdot 1} = 0,072 \text{ m}.$$

Значение $r + h_2 = 1,072 \text{ m}$.

Вычисляем коэффициенты:

$$I_1 = 707; R = 4493; Rr = 324; M_0 = 0,848; m = 0,881; m_1 = 1,729;$$

$$I_1 = I_0 + M_0 h_2 h_E = \frac{0,881}{12} (1,2^2 + 4 \cdot 3^2) + 0,848 \cdot 1 \cdot 1,35 = 3,89.$$

$$K_2 = 0,5 mH + M_0 h_E = 0,5 \cdot 0,881 \cdot 3 + 0,848 \cdot 1,35 = 2,47; K_2 r = 0,18.$$

Частота и условная приведенная масса системы

$$\omega_n^2 = \frac{707 + 324}{3,89 + 0,18} = 254; \omega_n = 16; m_n = 3,01.$$

Динамический коэффициент для действия внезапно приложенной нагрузки (5.80):

$$1 + \frac{\gamma_{rp} h^2 b \cos \rho (r + h_2)}{2m_n g \sin^2 \left(45 + \frac{\rho}{2}\right)} = 1 + \frac{1,6 \cdot 9 \cdot 0,866 \cdot 1,072}{2 \cdot 3,01 \cdot 9,81 \cdot 0,75} = 1,32.$$

Динамическое боковое давление при действии внезапно приложенной нагрузки по формуле (5.80):

$$E_{a_{q_0}} = 4,8 \cdot 1,32 = 6,35 \text{ m},$$

что на 13% меньше, чем найденное ранее в § 38 при учете только одного сдвига стенки. Это объясняется большей податливостью стенки. Динамическое боковое давление при действии мгновенного импульса по формуле (5.79)

$$E_{as_0} = \frac{1,6 \cdot 3^3 \cdot 1 \cdot 0,86 \cdot \frac{1}{3}}{2 \cdot 9,81 \cdot 0,75 \cdot 3,01} (1,072) 0,35 \cdot 16 = 4,44 \text{ m},$$

что на 50% меньше, чем при учете одного сдвига. Точное решение (см. § 42) дает еще меньшее значение.

Рассмотрение стенки как системы с двумя степенями дает результаты, резко отличные от тех, которые найдены в § 38, — снижается частота колебаний и уменьшается динамический эффект.

В. ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ПРИ $r = 0$

В случае, когда оказывается, что радиус поворота r равен нулю, пользоваться нельзя и потому применяем соотношение (4.32):

$$E_6 = C_a b h_1 a = \frac{0,4 h_1^2 b}{3} C_{ct} a. \quad (5.82)$$

Сдвиг стенки Δ равен нулю, вследствие чего имеем лишь один параметр — угол поворота a . Составляем второе дифференциальное уравнение:

$$E_a h_E = E_6 h_6 + M_{oc} - M_I - Qa \frac{H}{2},$$

или

$$E_a h_E = \frac{0,4 b h_1^2}{3} C_{ct} a + \frac{C_{\pi} a^3 b}{24} a + m \left(\frac{a^2 + 4H^2}{12} \right) a'' - 0,5 \gamma_{kl} ab H^2 a = Q_t h_E - M_0 h_E h_2 a'',$$

или иначе

$$\left[m \left(\frac{a^2 + 4H^2}{12} \right) + M_0 h_E h_2 \right] a'' + \left(\frac{0,4 b h_1^2}{3} C_{ct} + \frac{C_{\pi} a^3 b}{24} - 0,5 \gamma_{kl} ab H^2 \right) a = Q_t h_E,$$

что приводится к следующему нормальному виду:

$$a'' + \omega_r^2 a = \frac{Q_t}{m_r}, \quad (5.83)$$

где квадрат частоты при «чистом» повороте

$$\omega_r^2 = \frac{\frac{0,4}{3} b h_1^2 C_{ct} + \frac{C_{\pi} a^3 b}{24} - 0,5 \gamma_{kl} ab H^2}{m \left(\frac{a^2 + 4H^2}{12} \right) + M_0 h_E h_2}. \quad (5.84)$$

Приведенная масса «чистого» поворота

$$m_r = \frac{m \left(\frac{a^2 + 4H^2}{12} \right) + M_0 h_E h_2}{h_E}. \quad (5.85)$$

Интегрируя дифференциальное уравнение (5.83), получаем:

$$a = \frac{hb \operatorname{tg}^2 \left(45 - \frac{\rho}{2} \right)}{m_r} \left[S_0 \frac{\sin \omega_r t}{\omega_r} + q_0 \left(\frac{1 - \cos \omega_r t}{\omega_r^2} \right) + \dots + q_0^{(n)} \int_0^{(n)t} \frac{1 - \cos \omega_r t}{\omega_r^2} dt \right]. \quad (5.86)$$

Боковое давление грунта

$$E_a = q_t h b \operatorname{tg}^2 \left(45 - \frac{\rho}{2} \right) - M_0 h_2 a'' = q_t h b \operatorname{tg}^2 \left(45 - \frac{\rho}{2} \right) - \frac{M_0 h_2 h b \operatorname{tg}^2 \left(45 - \frac{\rho}{2} \right)}{m_r} \left(-S_0 \omega_r \sin \omega_r t + q_0 \cos \omega_r t + \dots + q_0^{(n)} \int_0^{(n)t} \cos \omega_r s \cdot dt \right). \quad (5.87)$$

Как показывают сравнительные расчеты, данное в этом параграфе приближенное решение отличается от точного не более чем на 20%.

§ 41. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О ДИНАМИЧЕСКОМ ДАВЛЕНИИ ГРУНТА ИНТЕГРИРОВАНИЕМ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

А. ОБЩЕЕ РЕШЕНИЕ

Имея систему дифференциальных уравнений второго порядка

$$K_1 a'' + m_1 \Delta'' + N \Delta = Q_t; \quad (a)$$

$$I_1 a'' + K_2 \Delta'' + L \Delta + R \Delta = Q_t h_E, \quad (b)$$

переходим к одному дифференциальному уравнению четвертого порядка. Для этого умножим уравнение (a) на I_1 , а уравнение (b) — на K_1 и вычтем второе из первого:

$$(I_1 m_1 - K_1 K_2) \Delta'' + (N I_1 - K_1 R) \Delta + (K_1 h_E - I_1) Q_t = K_1 L \Delta,$$

отсюда

$$a = D_1 \Delta'' + D_2 \Delta + D_3 Q_t. \quad (5.88)$$

Производные a по времени

$$\begin{aligned} a' &= D_1 \Delta''' + D_2 \Delta' + D_3 Q_t; \\ a'' &= D_1 \Delta'' + D_2 \Delta'' + D_3 Q_t'; \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad (5.89)$$

где коэффициенты

$$\left. \begin{aligned} D_1 &= \frac{I_1 m_1 - K_1 K_2}{K_1 L} \quad (\text{сек}^2/\text{м}); \\ D_2 &= \frac{N I_1 - K_1 R}{K_1 L} \quad (1/\text{м}); \\ D_3 &= \frac{K_1 h_E - I_1}{K_1 L} \quad (1/\text{м}). \end{aligned} \right\} \quad (5.90)$$

Внося из (5.89) выражение для ускорения α'' в первое уравнение (а), получаем:

$$K_1 D_1 \Delta^{IV} + (K_1 D_2 + m_1) \Delta'' + N \Delta = Q_t - K_1 D_3 Q_t'',$$

или, деля все члены на $K_1 D_1$:

$$\Delta^{IV} + p_1 \Delta'' + p_2 \Delta = p_3 Q_t + p_4 Q_t'', \quad (5.91)$$

где Q_t'' — вторая производная от Q_t во времени; коэффициенты p_i

$$\left. \begin{aligned} p_1 &= \frac{K_1 D_2 + m_1}{K_1 D_1} \quad (1/\text{сек}^2); & p_2 &= \frac{N}{K_1 D_1} \quad (1/\text{сек}^4); \\ p_3 &= \frac{1}{K_1 D_1} \quad (\text{м}/\text{м} \cdot \text{сек}^4); & p_4 &= -\frac{D_3}{D_1} \quad (\text{м}/\text{м} \cdot \text{сек}^3). \end{aligned} \right\} \quad (5.92)$$

Мы получили в (5.91) одно дифференциальное уравнение четвертого порядка относительно Δ .

Заметим, что обычно p_3 значительно больше p_4 , почему вторым членом правой части можно пренебречь. Он будет равен нулю, если Q_t — линейная функция времени. Итак, окончательно дифференциальное уравнение для динамического сдвига стенки

$$\Delta^{IV} + p_1 \Delta'' + p_2 \Delta = p_3 Q_t. \quad (5.93)$$

Перейдем к отысканию интеграла уравнения (5.93). Решение этого уравнения можно представить в виде суммы двух решений:

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2, \quad (\text{в})$$

где Δ_1 — общий интеграл однородного уравнения

$$\Delta^{IV} + p_1 \Delta'' + p_2 \Delta = 0, \quad (5.94)$$

а Δ_2 — частное решение уравнения (5.93).

Решения уравнения (5.94) имеют различный вид в зависимости от корней характеристического уравнения

$$\lambda^4 + p_1 \lambda^2 + p_2 = 0, \quad (\text{г})$$

корни которого

$$\lambda_{1, 2, 3, 4} = \pm \sqrt{-\frac{p_1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p_1}{2}\right)^2 - p_2}}. \quad (\text{д})$$

Так как Q_t — линейная функция, частное решение уравнения (5.93) представляется в виде:

$$\Delta_2 = \frac{p_3}{p_2} Q_t = \frac{p_3}{p_2} q_t h b \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\rho}{2} \right). \quad (5.95)$$

Познакомимся на интеграле однородного уравнения (5.94).

Корни характеристического уравнения (г)

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 &= \sqrt{-\frac{p_1}{2} + \sqrt{\left(\frac{p_1}{2}\right)^2 - p_2}}; \\ \lambda_2 &= \sqrt{-\frac{p_1}{2} - \sqrt{\left(\frac{p_1}{2}\right)^2 - p_2}}; \\ \lambda_3 &= -\sqrt{-\frac{p_1}{2} + \sqrt{\left(\frac{p_1}{2}\right)^2 - p_2}}; \\ \lambda_4 &= -\sqrt{-\frac{p_1}{2} - \sqrt{\left(\frac{p_1}{2}\right)^2 - p_2}}. \end{aligned} \right\} \quad (5.96)$$

Недовольственно, общий интеграл дифференциального уравнения (5.94) будет:

$$\Delta_1 = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t} + C_3 e^{\lambda_3 t} + C_4 e^{\lambda_4 t}, \quad (5.97)$$

где C_1, C_2, C_3, C_4 — произвольные постоянные;

e — основание натуральных логарифмов.

Так как корни характеристического уравнения по (5.96) могут быть чисто мнимыми сопряженными первой кратности [если $(\frac{p_1}{2})^2 - p_2 > 0$], или комплексными сопряженными [если $(\frac{p_1}{2})^2 - p_2 < 0$], или в частном случае мнимыми сопряженными второй кратности [если $(\frac{p_1}{2})^2 = p_2$], то решение (5.97) принимает различные формы. Первый случай, когда $(\frac{p_1}{2})^2 - p_2 > 0$, мы имеем обычный при слабом сопротивлении упругой среды, окружающей стенку, относительно малых значениях коэффициентов осадки на поворот (см. § 42). Второй случай, когда $(\frac{p_1}{2})^2 - p_2 < 0$, имеем для достаточно жесткого основания и при заметных силах сопротивления. Третий особый частный случай соответствует равенству $(\frac{p_1}{2})^2 = p_2$, тогда корни уравнения (г) — мнимые сопряженные второй кратности вида $\lambda = iq$, где

$$q_{1, 2} = \sqrt{\frac{p_1}{2}}; \quad q_{3, 4} = -\sqrt{\frac{p_1}{2}}.$$

Б. СЛУЧАЙ ЖЕСТКОЙ СРЕДЫ

Если $\left(\frac{p_1}{2}\right)^2 - p_2 < 0$, что встречается на практике при достаточно значительных величинах коэффициентов осадки на поворот C_n и C_6 . Корни характеристического уравнения в этом случае — комплексные сопряженные. Значения их можно представить так:

$$\begin{aligned} \lambda_i &= \pm \sqrt{-\frac{p_1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p_1}{2}\right)^2 - p_2}} = \\ &= \pm \sqrt{0,5 \left(\sqrt{p_2} - \frac{p_1}{2} \right)} \pm \\ &\pm i \sqrt{0,5 \left(\sqrt{p_2} + \frac{p_1}{2} \right)} = \beta + i\delta, \end{aligned} \quad (5.96')$$

где

$$\beta = \sqrt{0,5 \left(\sqrt{p_2} - \frac{p_1}{2} \right)} \quad (1/\text{сек}); \quad (e)$$

$$\delta = \sqrt{0,5 \left(\sqrt{p_2} + \frac{p_1}{2} \right)} \quad (1/\text{сек}); \quad (ж)$$

$$\sqrt{p_2} > \frac{p_1}{2}, \text{ так как } p_2 > \left(\frac{p_1}{2}\right)^2.$$

В этом особом случае комплексных корней интеграл дифференциального уравнения (5.93), учитывая еще (в), имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \Delta &= A_1 \operatorname{ch} \beta t \cos \delta t + A_2 \operatorname{ch} \beta t \sin \delta t + A_3 \operatorname{sh} \beta t \cos \delta t + \\ &+ A_4 \operatorname{sh} \beta t \sin \delta t + \frac{p_3}{p_2} Q_t; \quad (5.97) \\ \alpha &= D_1 \Delta'' + D_2 \Delta + D_3 Q_t, \end{aligned}$$

где значения β и δ берутся по формулам (е) и (ж), а A_1, A_2, A_3, A_4 — произвольные постоянные, определяемые из начальных условий.

Для угла α имеем решение (5.88), выраженное через функцию Δ .

1. Случай внезапно приложенной нагрузки

При действии постоянной нагрузки $q_t = q_0$, когда $Q_t = Q_0 = q_0 h b \operatorname{tg}^2 \left(45 - \frac{\rho}{2} \right)$, имеем следующие начальные условия, считая, что при $t = 0$ система находится в покое:

$$\Delta = 0; \quad (з)$$

$$\alpha = 0; \quad (и)$$

$$\Delta' = 0; \quad (к)$$

$$\alpha' = 0. \quad (ж)$$

Условие (з) на основании (5.97') дает:

$$A_1 + \frac{p_3}{p_2} Q_0 = 0,$$

тогда

$$A_1 = -\frac{p_3}{p_2} Q_0. \quad (м)$$

Условие (и) при использовании выражения для α по (5.97') дает:

$$D_1 [A_1 (\beta^2 - \delta^2) + 2A_4 \beta \delta] + D_3 Q_0 = 0. \quad (н)$$

Условие (к) дает:

$$A_2 \delta + A_3 \beta = 0. \quad (о)$$

Условие (ж) приводит к уравнению:

$$\begin{aligned} D_1 [A_2 (\beta^2 - \delta^2) \delta + 2A_3 \beta^2 \delta] + A_3 (\beta^2 - \delta^2) \beta - 2A_3 \beta \delta^2 + \\ + D_2 (A_2 \delta + A_3 \beta) = 0. \end{aligned} \quad (п)$$

Уравнения (н) находим:

$$A_4 = \frac{Q_0}{2\beta\delta} \left[\frac{p_3}{p_2} (\beta^2 - \delta^2) + p_4 \right] = -\frac{Q_0}{2\beta\delta} \left(\frac{p_3 p_4}{2p_1} - p_4 \right). \quad (п)$$

Из уравнения (о) и (п), получаем:

$$A_3 = 0; A_2 = 0;$$

так как $\delta \neq 0$,

$$\beta^2 + \delta^2 = \sqrt{p_2}; \quad \beta^2 - \delta^2 = -0,5 p_1.$$

Таким образом, согласно (5.97') функция для сдвига стенки и ее производных

$$\Delta = \frac{p_3}{p_2} Q_0 \left(1 - \operatorname{ch} \beta t \cos \delta t \right) - \frac{Q_0}{2\beta\delta} \left(\frac{p_3}{p_2} \cdot \frac{p_1}{2} - p_4 \right) \operatorname{sh} \beta t \sin \delta t; \quad (5.98)$$

$$\Delta' = \frac{p_3}{p_2} Q_0 (\delta \operatorname{ch} \beta t \sin \delta t - \beta \operatorname{sh} \beta t \cos \delta t) -$$

$$-\frac{Q_0}{2\beta\delta} \left(\frac{p_3 p_1}{2p_2} - p_4 \right) (\beta \operatorname{ch} \beta t \sin \delta t + \delta \operatorname{sh} \beta t \cos \delta t); \quad (5.99)$$

$$\begin{aligned} \Delta'' = \frac{p_3}{p_2} Q_0 \left(\frac{p_1}{2} \operatorname{ch} \beta t \cos \delta t + 2\beta\delta \operatorname{sh} \beta t \sin \delta t \right) + \\ + \frac{Q_0}{2\beta\delta} \left(\frac{p_3 p_1}{2p_2} - p_4 \right) \left(\frac{p_1}{2} \operatorname{sh} \beta t \sin \delta t - 2\beta\delta \operatorname{ch} \beta t \cos \delta t \right); \end{aligned} \quad (5.100)$$

$$\begin{aligned} \Delta''' = -\frac{p_3}{p_2} Q_0 (\beta^3 \operatorname{sh} \beta t \cos \delta t - 3\beta^2 \delta \operatorname{ch} \beta t \sin \delta t - \\ - 3\beta\delta^2 \operatorname{sh} \beta t \cos \delta t + \delta^3 \operatorname{ch} \beta t \sin \delta t) - \\ - \frac{Q_0}{2\beta\delta} \left(\frac{p_3 p_1}{2p_2} - p_4 \right) (\beta^3 \operatorname{ch} \beta t \sin \delta t + 3\beta^2 \delta \operatorname{sh} \beta t \cos \delta t - \\ - 3\beta\delta^2 \operatorname{ch} \beta t \sin \delta t - \delta^3 \operatorname{sh} \beta t \cos \delta t). \end{aligned} \quad (5.101)$$

Функция угла наклона стенки и ее производных

$$\left. \begin{aligned} a &= D_1 \Delta'' + D_2 \Delta + D_3 Q_0; \\ a' &= D_1 \Delta''' + D_2 \Delta'; \\ a'' &= D_1 \Delta^{IV} + D_2 \Delta'', \end{aligned} \right\} \quad (5.102)$$

где

$$\begin{aligned} \Delta^{IV} = -\frac{p_2}{p_1} Q_0 &\left[\left(\frac{p_1^2}{2} - p_2 \right) \operatorname{ch} \beta t \cos \delta t + \right. \\ &+ 2\beta \delta p_1 \operatorname{sh} \beta t \sin \delta t \left. \right] - \frac{Q_0}{2\beta \delta} \left(\frac{p_3 p_1}{2p_2} - p_4 \right) \times \\ &\times \left[\left(\frac{p_1^2}{2} - p_2 \right) \operatorname{sh} \beta t \sin \delta t - 2\beta \delta p_1 \operatorname{ch} \beta t \cos \delta t \right]. \end{aligned} \quad (5.103)$$

Зная ускорения Δ'' и a'' , вычисленные по формулам (5.100) и (5.102), находим боковое давление грунта по выражению:

$$E_a = q_0 h b \operatorname{tg}^2 \left(45 - \frac{\rho}{2} \right) - M_0 (\Delta'' + a'' h_2). \quad (5.104)$$

Второй член правой части (5.104) и дает динамическую добавку в давлении.

Пример. Указать ход решения по отысканию бокового давления от внешней приложенной нагрузки $q_0 = 4,8 \text{ т/м}^2$ для стенки примера § 40.

Решение. Имеем из примера § 40:
 $m = 0,881$; $m_1 = 1,726$; $M_0 = 0,846$; $h_E = 1,35$; $I_1 = 3,88$; $K_2 = 2,46$;
 $K_1 = 2,464$; $L = 707$; $R = 4493$; $N = (C_6 h_1 + 0,5 C_{ct} a) a = 14860,8$;
 $K_1 L = 1742,05$.

По формулам (5.90) вычисляем:

$$D_1 = 0,00038; \quad D_2 = 26,875; \quad D_3 = -0,000324.$$

По формулам (5.112) находим:

$$\begin{aligned} p_1 &= 7288,55 \text{ 1/сек}^2; \quad p_2 = 15,877 \cdot 10^6 \text{ 1/сек}^4; \\ \sqrt{p_2} &= 3,99 \cdot 10^3 \text{ 1/сек}^2; \quad p_3 = 1068,4; \\ p_4 &= 0,858; \quad \frac{p_3}{p_2} = 67,3 \cdot 10^{-6} \text{ м/м}; \\ \left(\frac{p_1}{2} \right)^2 - p_2 &= -2,708 \cdot 10^6 < 0. \end{aligned}$$

Решение ищем в форме (5.97) в гиперболо-тригонометрических функциях. Вычисляем значения коэффициентов β и δ по формулам (e) и (ж):

$$\begin{aligned} \beta &= \sqrt{0,5 (3,99 \cdot 10^3 - 3,63 \cdot 10^3)} = 13,4 \text{ 1/сек}; \\ \delta &= \sqrt{0,5 (3,99 \cdot 10^3 + 3,63 \cdot 10^3)} = 61,7 \text{ 1/сек}. \end{aligned}$$

Находим

$$\begin{aligned} \beta t &= 13,4 \cdot 0,134 = 1,7956; \\ \delta t &= 61,7 \cdot 0,134 = 8,2678. \end{aligned}$$

Определяя далее значения функций, входящих в выражения Δ'' и Δ^{IV} по (5.100) и (5.103), по таблицам, вычисляем динамическую добавку в боковом давлении по формуле (5.104):

$$\Delta E_{\text{дин}} = -M_0 (\Delta'' + a'' h_2).$$

2. Случай действия мгновенного импульса

Пусть к поверхности грунта, поддерживаемого стенкой, приложен равномерно распределенный мгновенный импульс s_0 ($\text{т} \cdot \text{сек}/\text{м}^2$).

Применяем теперь при $t = 0$ следующие начальные условия:

$$\Delta = 0; \quad (c)$$

$$a = 0; \quad (t)$$

$$\Delta' = \Delta'_0; \quad (y)$$

$$a' = a'_0. \quad (\phi)$$

Из первых условий находим:

$$A_1 = 0; \quad A_4 = 0.$$

Из вторых двух условий дают:

$$\begin{aligned} A_2 \delta + A_3 \beta &= \Delta'_0; \\ D_2 (A_2 \delta + A_3 \beta) - D_1 [A_2 0,5 p_1 \delta - 2A_2 \beta^2 \delta + \\ &+ A_3 0,5 p_1 \beta + 2A_3 \beta \delta^2] = a'_0, \end{aligned}$$

из которых получаем:

$$\left. \begin{aligned} A_2 &= \frac{\Delta'_0 [D_1 (0,5 p_1 + \beta^2) - D_2] + a'_0}{2D_1 (\delta^3 + 2\beta^2 \delta)} \\ A_3 &= \frac{\Delta'_0}{\beta} - A_2 \frac{\delta}{\beta}, \end{aligned} \right\} \quad (5.105)$$

Из начальных скорости определяются решением, полученным в § 40 по (5.101):

$$\left. \begin{aligned} a'_0 &= \frac{1}{m_n} s_0 h b \operatorname{tg}^2 \left(45 - \frac{\rho}{2} \right); \\ \Delta'_0 &= r a'_0. \end{aligned} \right\} \quad (5.106)$$

Радиус поворота r и приведенная масса вычисляются по формулам (5.74) и (5.76) соответственно.

Решение для сдвига стенки и поворота в данном случае будет:

$$\left. \begin{aligned} \Delta &= A_2 \operatorname{ch} \beta t \sin \delta t + A_3 \operatorname{sh} \beta t \cos \delta t; \\ a &= D_1 \Delta'' + D_2 \Delta. \end{aligned} \right\} \quad (5.107)$$

Часткость грунтовой среды на сдвиг проверяем, сопоставляя смещение стенки Δ , найденное по (5.107), с допускаемым (например, $\Delta_{\text{доп}} = \frac{1}{200} a$):

$$\Delta \leq \Delta_{\text{доп}}.$$

Часткость на поворот исследуем, сравнивая угол поворота, вычисленный по (5.107), с допускаемым ($\operatorname{tg} a_{\text{доп}} = \frac{1}{300}$):

$$a \approx \operatorname{tg} a \leq \operatorname{tg} a_{\text{доп}}.$$

§ 42. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О ДИНАМИЧЕСКОМ ДАВЛЕНИИ ГРУНТА ДЛЯ СЛУЧАЯ НЕЖЕСТКОЙ ГРУНТОВОЙ СРЕДЫ

А. ОБЩЕЕ РЕШЕНИЕ

Очень часто в практике работы стенок при наличии «нежесткой» грунтовой среды оказывается, что $\left(\frac{p_1}{2}\right)^2$ значительно более p_2 , т. е. $\left(\frac{p_1}{2}\right)^2 - p_2 > 0$. В этом случае решение дифференциального уравнения (5.93)

$$\Delta^{IV} + p_1 \Delta'' + p_2 \Delta = p_3 Q_t$$

имеет вид периодической функции:

$$\begin{aligned} \Delta &= A_1 \cos \omega_1 t + A_2 \sin \omega_1 t + A_3 \cos \omega_2 t + \\ &\quad + A_4 \sin \omega_2 t + \frac{p_3}{p_2} Q_t. \end{aligned} \quad (5.108)$$

$$\alpha = D_1 \Delta'' + D_2 \Delta + D_3 Q_t, \quad (a)$$

где ω_1 и ω_2 — частоты собственных колебаний подпорной стенки, выражаемые формулами:

$$\begin{cases} \omega_1^2 = \frac{p_1}{2} - \sqrt{\left(\frac{p_1}{2}\right)^2 - p_2}; \\ \omega_2^2 = \frac{p_1}{2} + \sqrt{\left(\frac{p_1}{2}\right)^2 - p_2}. \end{cases} \quad (5.109)$$

Здесь ω_1 — низшая, ω_2 — высшая частоты собственных колебаний стенки с учетом сопротивлений по ее граням.

Ниже рассмотрим два важных частных случая:

1) действие внезапно приложенной равномерно распределенной нагрузки q_0 ;

2) действие мгновенного распределенного импульса s_0 .

Б. СЛУЧАЙ ВНЕЗАПНО ПРИЛОЖЕННОЙ НАГРУЗКИ

Если $Q_t = Q_0$, где

$$Q_0 = q_0 h b \operatorname{tg}^2\left(45 - \frac{\rho}{2}\right),$$

имеем решение по (5.108):

$$\begin{cases} \Delta = A_1 \cos \omega_1 t + A_2 \sin \omega_1 t + A_3 \cos \omega_2 t + \\ + A_4 \sin \omega_2 t + \frac{p_3}{p_2} Q_0; \\ \alpha = D_1 \Delta'' + D_2 \Delta + D_3 Q_0; \\ \alpha' = D_1 \Delta''' + D_2 \Delta', \end{cases} \quad (5.110)$$

Б. ПРОИЗВОДНЫЕ

$$\begin{cases} \Delta' = -A_1 \omega_1 \sin \omega_1 t + A_2 \omega_1 \cos \omega_1 t - \\ - A_3 \omega_2 \sin \omega_2 t + A_4 \omega_2 \cos \omega_2 t; \\ \Delta'' = -A_1 \omega_1^2 \cos \omega_1 t - A_2 \omega_1^2 \sin \omega_1 t - \\ - A_3 \omega_2^2 \cos \omega_2 t - A_4 \omega_2^2 \sin \omega_2 t; \\ \Delta''' = A_1 \omega_1^3 \sin \omega_1 t - A_2 \omega_1^3 \cos \omega_1 t + \\ + A_3 \omega_2^3 \sin \omega_2 t - A_4 \omega_2^3 \cos \omega_2 t. \end{cases} \quad (5.111)$$

Начальные условия при $t = 0$

$$\Delta = 0; \quad \alpha = 0; \quad \Delta' = 0; \quad \alpha' = 0$$

дают

$$A_1 + A_3 + \frac{p_3}{p_2} Q_0 = 0; \quad A_2 \omega_1 + A_4 \omega_2 = 0;$$

$$\begin{aligned} D_1 \left(-A_1 \omega_1^2 - A_3 \omega_2^2\right) + D_2 \left(A_1 + A_3 + \frac{p_3}{p_2} Q_0\right) + D_3 Q_0 &= 0; \\ D_2 (A_2 \omega_1 + A_4 \omega_2) - D_1 (A_2 \omega_1^2 + A_4 \omega_2^2) &= 0. \end{aligned}$$

Решая эту систему, находим:

$$\begin{cases} A_2 = 0; \quad A_4 = 0; \\ A_1 = Q_0 \frac{D_3 + D_1 \frac{p_3}{p_2} \omega_2^2}{D_1 (\omega_1^2 - \omega_2^2)}; \end{cases} \quad (5.112)$$

$$A_3 = -A_1 - \frac{p_3}{p_2} Q_0. \quad (5.113)$$

Для сдвига стенки и ее поворота согласно (5.110) имеем:

$$\Delta = A_1 (\cos \omega_1 t - \cos \omega_2 t) + \frac{p_3}{p_2} Q_0 (1 - \cos \omega_2 t); \quad (5.114)$$

$$\begin{aligned} \alpha &= A_1 [(D_2 - D_1 \omega_1^2) \cos \omega_1 t - (D_2 - D_1 \omega_2^2) \cos \omega_2 t] + \\ &+ Q_0 \left[\frac{p_3}{p_2} (D_1 \omega_2^2 - D_2) \cos \omega_2 t + (D_3 + D_2 \frac{p_3}{p_2}) \right]. \end{aligned} \quad (5.115)$$

С помощью этих выражений можно получить графики функций Δ и α во времени, из которых видно (рис. 105), что максимумы Δ и α почти совпадают. По этим графикам можно найти функцию изменения радиуса поворота стенки $r = \frac{\Delta}{\alpha}$, установить значение его в области максимума и получить уточненное значение коэффициента сдвиги на поворот C_b . Характерно, что Δ и α в начальный момент времени — одного знака, а далее — противоположного знака и при $t = 0,310$ сек радиус $r \approx 0$. Внося теперь (5.114) и (5.115)

в формулу для (5.104), после преобразований получаем следующее выражение динамической добавки в давлении:

$$\Delta E_{\text{дин}} = M_0 (\psi_1 \cos \omega_1 t + \psi_2 \cos \omega_2 t), \quad (5.116)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \psi_1 &= A_1 \omega_1^2 [1 - (D_1 \omega_1^2 - D_2) h_2]; \\ \psi_2 &= - \left(A_1 + \frac{p_3}{p_2} Q_0 \right) [1 - (D_1 \omega_2^2 - D_2) h_2] \omega_2^2. \end{aligned} \right\} \quad (5.117)$$

Максимум давления найдем из условия:

$$\frac{dE_{\text{дин}}}{dt} = 0.$$

Отсюда и определяем момент времени, соответствующий максимальному значению давления; достаточно точно вычислять его для момента, соответствующего $\omega_1 t = \pi$.

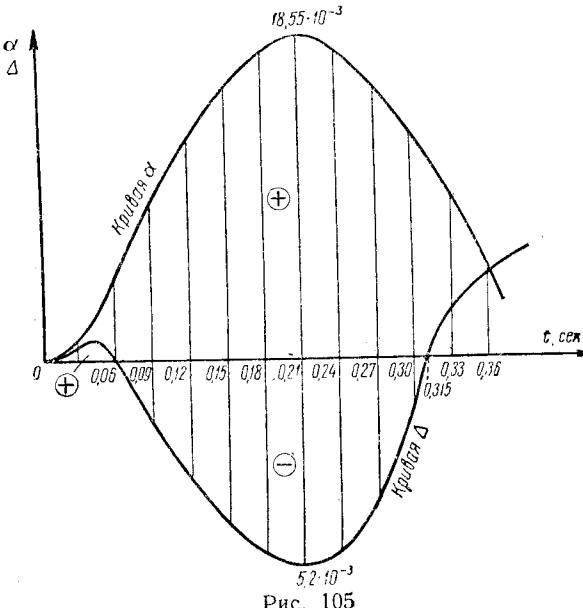


Рис. 105

Пример 1. Найти максимальное боковое динамическое давление на стенку, размеры которой те же, что и в примере § 40, но коэффициенты осадки грунтовой среды следующие:

$$C_{ct} = 5000 \text{ м}^3; C_n = 4000 \text{ м}/\text{м}^3; C_6 = 3000 \text{ м}/\text{м}^3.$$

Общее начальное давление $Q_0 = 4,8 \text{ м}$.

Решение. Находим $m = 0,881$; $m_1 = 1,726$; $M_0 = 0,846$; $K_1 = 2,17$; $K_2 = 2,46$; $I_1 = 3,88$; $I_0 = 2,74$; $L = 275$; $R = 3600$; $h_E = 1,35 \text{ м}$; $N = 7920$; $K_1 L = 598$; $h_6 = 1 \text{ м}$; $h_1 = 1,2 \text{ м}$; $h_2 = 1,2 \text{ м}$.

По формулам (5.110)

$$\begin{aligned} D_1 &= 0,00144; \quad D_2 = 38,33; \quad D_3 = -0,0016; \\ K_1 D_1 &= 3,125 \cdot 10^{-3}. \end{aligned}$$

по формулам (5.112)

$$p_1 = 2,717 \cdot 10^4; \quad p_2 = 2,5344 \cdot 10^6; \quad \frac{p_1}{2} = 1,3585 \cdot 10^4;$$

$$\left(\frac{p_1}{2} \right)^2 - p_2 = 182,01 \cdot 10^6 > 0;$$

$$p_3 = 320; \quad p_4 = 1,111; \quad \frac{p_3}{p_2} = 1,2626 \cdot 10^{-4}.$$

Значение получается в тригонометрических функциях по (5.114) — (5.116). Вычисляем частоты колебаний по (5.109):

$$\omega_1^2, \omega_2^2 = \frac{p_1}{2} \mp \sqrt{\left(\frac{p_1}{2} \right)^2 - p_2} = 1,359 \cdot 10^4 \mp \sqrt{182,01 \cdot 10^6}.$$

Тогда получаем:

$$\omega_1^2 = 100; \quad \omega_2^2 = 2,708 \cdot 10^4.$$

Частоты колебаний

$$\omega_1 = 10 \text{ 1/сек}; \quad \omega_2 = 164,6 \text{ 1/сек}.$$

По формуле (5.112)

$$A_1 = 4,8 \frac{-0,0016 + 0,00144 \cdot 1,2626 \cdot 10^{-4} \cdot 2,708 \cdot 10^4}{-0,00144 \cdot 2,698 \cdot 10^4} = -0,00041.$$

По (5.137) вычисляем:

$$\begin{aligned} \psi_1 &= -0,00041 \cdot 100 [1 - (0,144 - 38,33) 1,35] = -2,155; \\ \psi_2 &= -(-0,00041 + 1,2626 \cdot 10^{-4} \cdot 4,8) [1 - (0,00144 \times \\ &\quad \times 2,708 \cdot 10^4 - 38,33) 1,35] 2 \cdot 708 \cdot 10^4 = -0,552. \end{aligned}$$

Динамическая добавка в давлении определяется по формуле (5.116):

$$\Delta E_{\text{дин}} = M_0 (\psi_1 \cos \omega_1 t + \psi_2 \cos \omega_2 t).$$

Найдем ее значение для $\cos \omega_1 t = -1$, т. е. когда $\omega_1 t = \pi$, то $t = \frac{\pi}{\omega_1} = 0,314 \text{ сек}$ (ориентируясь по большему значению ψ_1). Тогда $\cos \omega_2 t = 0,13$ и получаем:

$$\Delta E_{\text{дин}} = 0,846 [(-2,155) (-1) - 0,552 \cdot 0,13] = 1,77.$$

Построив графики Δ и α (рис. 105), находим радиус r , соответствующий моменту t_0 максимума давления, затем вычисляем новое значение коэффициента $\mu_{\text{дин}}$ и далее $\Delta E_{\text{дин}}$. Полное давление от динамической нагрузки

$$E_{\text{дин}} = 4,8 + 1,77 = 6,57 \text{ м},$$

что дает полный динамический коэффициент величиной

$$1 + \mu_{\text{дин}} = 1 + \frac{1,77}{4,8} = 1,37.$$

По приближенному методу, изложенному в § 40, коэффициент $1 + \mu_{\text{дин}} = 1,32$, что весьма близко к точному значению.

В. СЛУЧАЙ ДЕЙСТВИЯ МГНОВЕННОГО ИМПУЛЬСА

Предполагаем, что к поверхности грунта приложен распределенный мгновенный импульс s_0 ($m \cdot \text{сек} / m^3$). Решение для динамических перемещений по (5.110) в общем виде:

$$\left. \begin{aligned} \Delta &= A_1 \cos \omega_1 t + A_2 \sin \omega_1 t + A_3 \cos \omega_2 t + \\ &\quad + A_4 \sin \omega_2 t; \\ a &= D_1 \Delta'' + D_2 \Delta; \quad a' = D_1 \Delta''' + D_2 \Delta'. \end{aligned} \right\} \quad (5.118)$$

Четыре произвольные постоянные интегрирования A_1, A_2, A_3 и A_4 найдем по начальным условиям; при $t = 0$

$$\left. \begin{aligned} \Delta &= 0; \\ a &= 0; \\ a' &= a'_0; \\ \Delta' &= \Delta'_0, \end{aligned} \right\} \quad (5.119)$$

где a'_0, Δ'_0 — начальные скорости поворота и сдвига стенки.

Пользуясь (5.118), условия (5.119) запишем так:

$$\begin{aligned} A_1 + A_3 &= 0; \\ D_1(-A_1 \omega_1^2 - A_3 \omega_2^2) + D_2(A_1 + A_3) &= 0; \\ D_1(-A_2 \omega_1^2 - A_4 \omega_2^2) + D_2(A_2 \omega_1 + A_4 \omega_2) &= a'_0; \\ A_2 \omega_1 + A_4 \omega_2 &= \Delta'_0. \end{aligned}$$

Отсюда получаем:

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= 0; \quad A_3 = 0; \\ A_2 &= \frac{\Delta'_0(D_2 - D_1 \omega_2^2) - a'_0}{D_1 \omega_1 (\omega_1^2 - \omega_2^2)}; \\ A_4 &= \frac{\Delta'_0}{\omega_2} - A_2 \frac{\omega_1}{\omega_2}. \end{aligned} \right\} \quad (5.120)$$

Функции перемещений Δ и a принимают теперь следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} \Delta &= A_2 \sin \omega_1 t + A_4 \sin \omega_2 t; \\ a &= A_2(D_2 - D_1 \omega_1^2) \sin \omega_1 t + \\ &\quad + A_4(D_2 - D_1 \omega_2^2) \sin \omega_2 t, \end{aligned} \right\} \quad (5.121)$$

где D_1 и D_2 находятся по (5.90), ω_1 и ω_2 — по (5.109).

Определяя по (5.121) ускорения Δ'' и a'' , имеем выражение для бокового давления:

$$E_{at} = -M'_0(\Delta'' + a'' h_2).$$

Получаем следующую окончательную формулу для динамического давления в случае действия импульса:

$$E_{as_0} = M'_0 \{ A_2 \omega_1^2 [1 + (D_2 - D_1 \omega_1^2) h_2] \sin \omega_1 t + \\ + A_4 \omega_2^2 [1 + (D_2 - D_1 \omega_2^2) h_2] \sin \omega_2 t \}, \quad (5.122)$$

где M'_0 следует вычислять с учетом массы падающего груза, вызывающего действие импульса.

Динамическое давление зависит от начальных скоростей движения стенки, частот ее колебаний, приведенной массы призмы скольжения M'_0 и от координаты точки приложения силы инерции призмы скольжения h_2 .

Начальная скорость поворота и начальная скорость сдвига определяются по формулам (5.106), причем приведенную массу находим по формуле (5.76):

$$m_n = \frac{I_1 + K_2 r}{h_E}, \quad (5.123)$$

где радиус поворота определяется по формуле (5.73):

$$r = \frac{L}{Nh_E - R}. \quad (5.124)$$

Таким образом, давление оказывается зависящим и от плеча его действия h_E .

Точнее радиус поворота найдем, деля Δ на a по (5.121). Для момента, когда $\sin \omega_1 t_0 = 1$, имеем:

$$r = \frac{\Delta}{a} = \frac{A_2}{A_2(D_2 - D_1 \omega_1^2) + A_4(D_2 - D_1 \omega_2^2) \sin \omega_2 t_0}. \quad (5.125)$$

Если пренебречь второй формой колебаний, то

$$r_{np} = \frac{1}{D_2 - D_1 \omega_1^2}. \quad (5.126)$$

Подравнив (5.126) и (5.124), получаем приближенное значение плеча h_E :

$$h_E = \frac{L(D_2 - D_1 \omega_1^2) + R}{N}. \quad (5.127)$$

Зная r и h_E , вычисляем m_n по (5.123) и далее находим a'_0 и Δ'_0 по (5.121).

Анализ силы E_{as_0} как функции угла наклона линии скольжения θ показывает, что для случая действия мгновенного импульса имеет место совпадение значения θ с Кулоновым:

$$\theta = 45 + \frac{\rho}{2}.$$

Поскольку приложения давления E_a по плечу его h_E приходится находит последовательными приближениями, используя решение задачи о динамических перемещениях в грунтовой среде (см. § 47).

Пример 2. Найти динамическое давление грунта для стенки с теми же данными, что и в примере 1, при действии мгновенного распределенного импульса $s_0 = 0,35 \text{ m} \cdot \text{сек} / m^3$.

Принято: $h_2 = 1,2 \text{ м}$; $M'_0 = 2M_0 = 1,9$.

Решение. Определяем по (5.125) радиус поворота стенки

$$r = \frac{1}{D_2 - D_1 \omega_1^2} = \frac{1}{38,33 - 0,00144 \cdot 100} = 0,0026 \text{ м}.$$

По формуле (5.127) находим:

$$h_E = \frac{L(D_2 - D_1 \omega_1^2) + R}{N} = \frac{275 \cdot 38,19 + 3600}{7920} = 1,78 \text{ м}.$$

Приведенная масса по (5.123)

$$m_n = \frac{I_1 + K_2 r}{h_E} = \frac{3,88 + 2,46 \cdot 0,0026}{1,78} = 2,17.$$

По формулам (5.106)

$$\alpha'_0 = \frac{0,35 \cdot 3 \cdot 1 \cdot \frac{1}{3}}{2,17} = 0,162;$$

$$\Delta'_0 = r\alpha'_0 = 0,0026 \cdot 0,162 = 0,0042.$$

Вычисляем по (5.120) произвольные постоянные:

$$A_2 = \frac{0,0042 \cdot (38,33 - 39,00) - 0,162}{-388} = \frac{1,165}{388} = 0,00043;$$

$$A_4 = \frac{0,0042}{164,6} - 0,00043 \frac{1}{16,46} = 0,000001.$$

По формуле (5.122) находим:

$$E_{as_0} = 1,9 \{ 0,00043 \cdot 100 [1 + 45,83] 1 + \\ + 0,000001 \cdot 2,708 \cdot 10^4 [1 + (38,33 - 39,0) 1,2] 0,348 = 3,82 \text{ m},$$

где давление определяется в момент $\omega_1 t_0 = \frac{\pi}{2}$, когда

$$\sin \omega_1 t_0 = 1, \text{ а } \sin \omega_2 t_0 = 0,348.$$

При отсутствии массы падающего груза давление будет равно 1,91 м, что значительно ниже найденного в § 40.

г. ДЕЙСТВИЕ ТОРМОЗНОЙ СИЛЫ НА ПОВЕРХНОСТИ ГРУНТА

Большое практическое значение имеет определение динамического давления грунта E_{at} от действия внезапно приложенной силы торможения T на поверхности грунта (рис. 106). Проектируя все

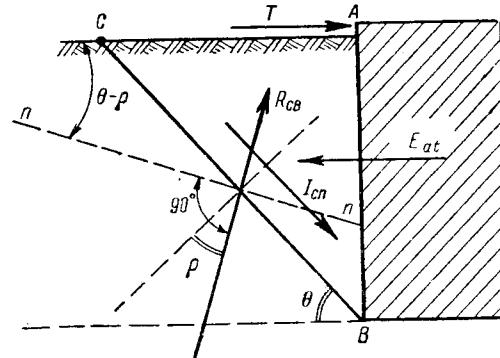


Рис. 106

сили, действующие на призму сползания ABC , на ось n/n , аналогично уравнению (г) § 40 получим:

$$I_{cn, n} + T \cos(\theta - \rho) - E_{at} \cos(\theta - \rho) = 0,$$

тогда аналогично (5.63)

$$E_{at} = T - M_0 (\Delta'' + \alpha'' h_2). \quad (5.128)$$

Таким образом, составляющая Q_t динамической нагрузки в форме (5.63) заменяется величиной силы торможения; все приведенные выше решения задачи остаются без изменения.

§ 43. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ РАСЧЕТА СТЕНКИ КАК СИСТЕМЫ С ТРЕМЯ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ. КОЭФФИЦИЕНТЫ ЖЕСТКОСТИ ОСНОВАНИЯ

а. СИЛЫ, ДЕЙСТВУЮЩИЕ НА СТЕНКУ

Рассмотрим самый общий случай стенки с наклонной задней стенкой AB (рис. 107, а), когда на верхнюю поверхность стенки поверхность грунта действует распределенная вертикальная динамическая нагрузка интенсивностью q_t . Равнодействующие этой нагрузки по поверхности грунта AC и по верхней поверхности стенки соответственно R_t и R_z . Давление в общем случае полагаем не нормальным к грани AB стенки, а отклоняющимся от нормали под углом трения δ , причем принимаем:

$$\frac{1}{3} \delta \leq \delta \leq \frac{2}{8} \rho, \quad (a)$$

где ρ — угол внутреннего трения для грунта.

Эпюра интенсивности давления по задней грани AB представлена на рис. 107, б. Подпорная стенка высотой H , шириной по основанию a_1 , по верху a_2 (перпендикулярный чертежу размер $b = 1$ м).

Рассматриваем подпорную стенку в самом общем случае как систему с тремя степенями свободы. Вводим два линейных перемещения Δ_x и Δ_z и одно угловое перемещение α : Δ_x — горизонтальное перемещение центра тяжести подошвы; Δ_z — вертикальное перемещение центра тяжести подошвы; α — угол поворота сечения фундамента относительно точки O . Новое положение сечения стенки в разрезе показано на рис. 107, а.

Остановимся на значении сил, действующих на стенку. На верхней горизонтальной грани стенки действует возмущающая сила $R_z = q_t a_2 b$, значение которой должно быть учтено в величине напряжения по основанию (от всех вертикальных сил, включая силу инерции) при определении коэффициента осадки по О. А. Савинову [формула (4.17)].

На поверхности грунта действует сила $R_t = q_t \cdot AC \cdot b$. На основной задней грани AB стенки действует искомое динамическое давление грунта E_a , которое является неизвестным наряду с перемещениями Δ_x , Δ_z и α .

Перечислим силы и моменты сил реакции грунта.

1. Сила сопротивления сдвигу по подошве

$$F = f C_{ct} a_1 b \Delta_x, \quad (b)$$

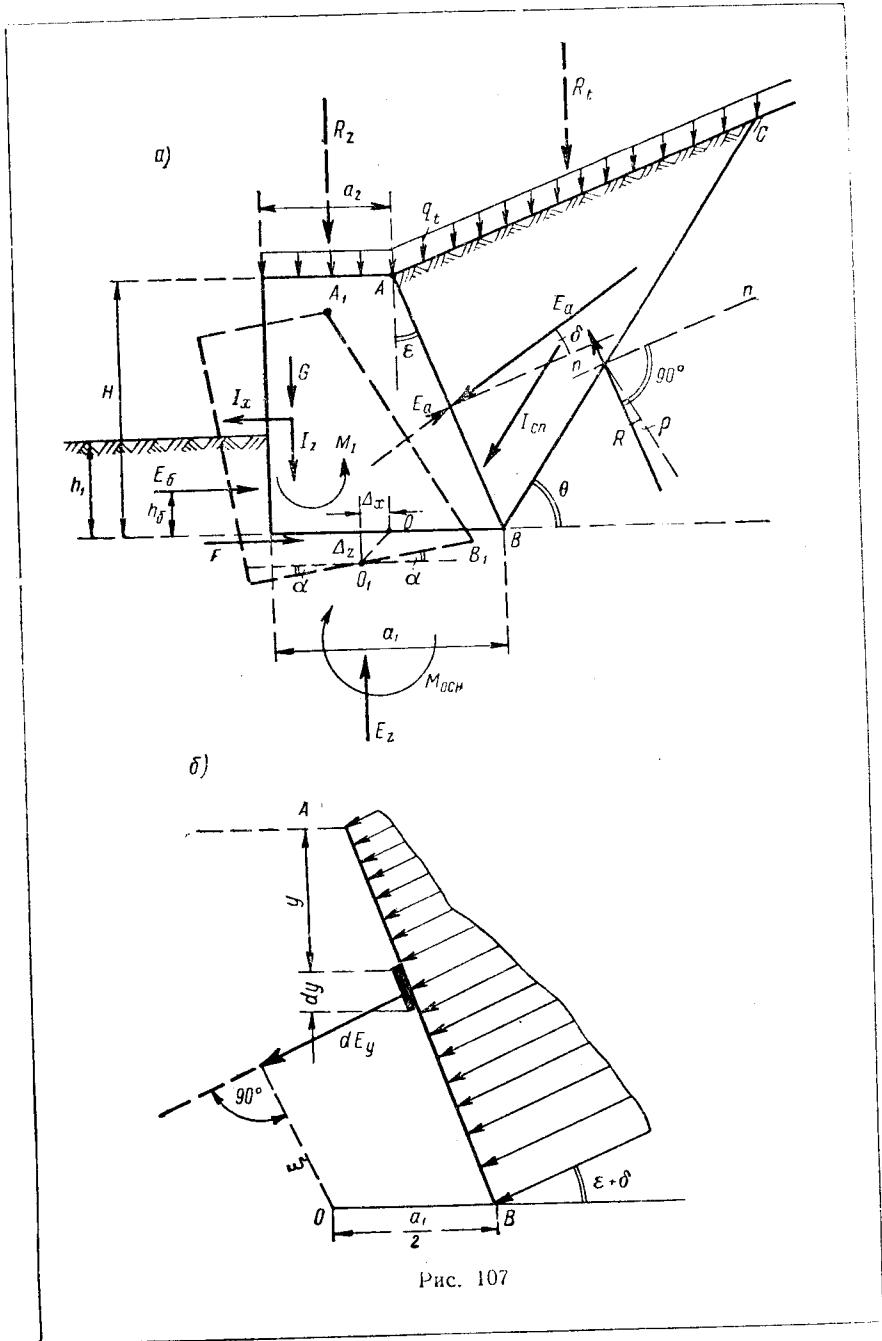


Рис. 107

$\gamma = 0,5$;

$C_{\text{св}}$ — коэффициент осадки по основанию;

Δ_x — сдвиг центра подошвы.

2. Сила реакции по передней грани высотой h_1

$$E_b = C_b h_1 \Delta_x, \quad (\text{в})$$

3. C_b — коэффициент боковой осадки у низа стенки, определяемый по формуле (4.31).

Плечо силы E_b принимается равным $\frac{3}{8} h_1$ (эпюра горизонтальных смещений параболическая). Если $r = 0$, то по (4.32)

$$E_b = C_a h_1 a. \quad (\text{г})$$

3. Вертикальная реакция по подошве

$$E_z = C_{\text{св}} a_1 b \Delta_z, \quad (\text{д})$$

4. Δ_z — вертикальное смещение центра подошвы.

4. Реактивный момент со стороны основания

$$M_{\text{oc}} = \frac{C_n a_1^3 b}{24} a, \quad (\text{е})$$

5. C_n — коэффициент осадки на поворот.

5. Вертикальная сила инерции массы стенки

$$I_z = -m \Delta_z'', \quad (\text{ж})$$

6. m — масса стенки;

Δ_z'' — ускорение вертикального смещения.

6. Горизонтальная составляющая силы инерции массы может быть выражена [31] так:

$$I_x = -m \Delta_x'' - \frac{l(a_1 + 2a_2)}{3(a_1 + a_2)} m a'', \quad (5.129)$$

7. l

$$l = \sqrt{H^2 + \left(\frac{a_1 - a_2}{2}\right)^2}. \quad (\text{з})$$

Если $a_1 = a_2$, то $l = H$ и вместо (5.129) получаем:

$$I_x = -m \Delta_x'' - \frac{mH}{2} a''. \quad (\text{ж})$$

Поясним определение выражения (5.129). На рис. 108 показано первоначальное положение стенки и ее положение после смещения. Введим мгновенный центр поворота стенки — точку D , расположение от которой до подошвы r . Если расстояние от точки D до произвольной точки на средней линии трапеции ρ , то при сосредоточен-

нии здесь массы полоски шириной a_p и при длине средней линии трапеции l получим:

$$I_x = - \int_r^{r+l} \rho a'' dm = - \int_r^{r+l} \bar{m} a_p d\rho \frac{H}{l}, \quad (n)$$

где

$$\begin{aligned} \bar{m} &= \frac{2m}{H(a_2 + a_1)} b; \\ a_p &= \frac{1}{l} [a_1 l + a_1 r - a_2 r + (a_1 + a_2) \rho] = \\ &= a_2 - \frac{1}{l} (l + r - \rho) (a_1 - a_2). \end{aligned}$$

Внося это значение a_p в (n), учитя, что $\Delta_x = r\alpha$ и рассматривая малые углы поворота, получаем значение I_x по (5.129). Значение

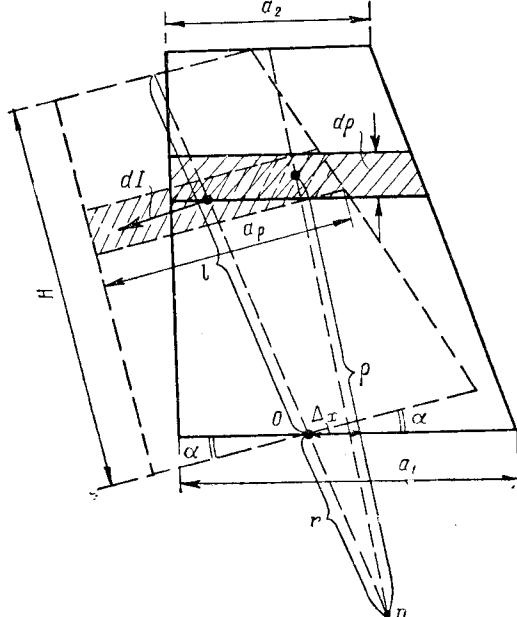


Рис. 108

I_x найдено как тангенциальная составляющая силы инерции; она приравнивается к горизонтальной составляющей. Момент силы I_x относительно точки O

$$\begin{aligned} M_I &= - \int_r^{r+l} \rho a'' (\rho - r) \frac{H}{l} dm = \\ &= - m \Delta_x \frac{H(a_1 + 2a_2)}{3(a_1 + a_2)} - m a'' \frac{Hl(a_1 + 3a_2)}{6(a_1 + a_2)}. \quad (5.130) \end{aligned}$$

7. При динамическом перемещении призмы сползания грунта создается сила инерции ее I_{cn} , проекцию которой на ось nn обозначим через $I_{cn,n}$ (рис. 109). Сила инерции призмы сползания

$$I_{cn} = - m_{cn} \bar{\Delta}_{cn}^n, \quad (5.131)$$

где m_{cn} — масса призмы сползания;

$\bar{\Delta}_{cn}^n$ — полное ускорение перемещения центра призмы сползания ABC , которое представим так:

$$\bar{\Delta}_{cn}^n = \bar{\Delta}_{1,cn}^n + \bar{s}_1^n + \bar{s}_2^n; \quad (k)$$

$$\bar{\Delta}_{cn} = \bar{\Delta}_{1,cn} + \bar{s}_1 + \bar{s}_2. \quad (l)$$

Равенства (к) и (л) являются векторными равенствами. В формуле (л) $\bar{\Delta}_{1,cn} = KK'$ — перемещение центра тяжести призмы

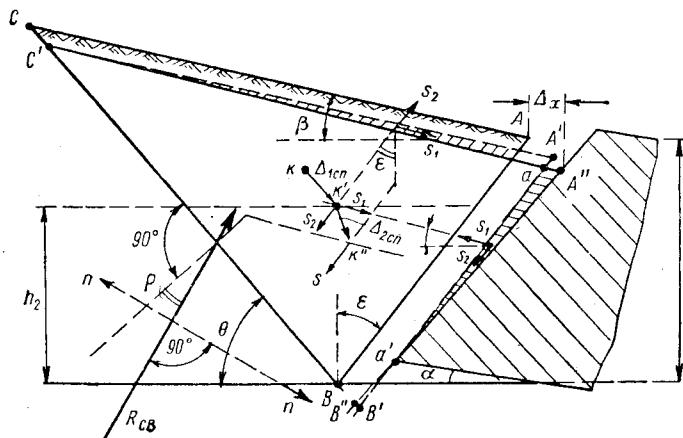


Рис. 109

сползания только от сдвига грани AB на Δ_x в положение $A'B'$. При этом считаем, что форма призмы сползания не меняется. Тогда

$$\bar{\Delta}_{1,cn} = \frac{\Delta_x \cos \epsilon}{\cos(\theta - \epsilon)}, \quad (m)$$

где ϵ — угол наклона грани стенки к вертикали.

Так же как и в § 39, считаем, что при повороте стенки «раскрытия» плоскости сползания не происходит и линия поверхности грунта из положения $C'A'$ переходит в новое положение $C'A''$ путем поворота вокруг точки C' . Перемещение центра тяжести призмы сползания $K'K''$ от поворота можно найти, исходя из

равенства площадей треугольников $aa'A''$ и $aA'C'$; аналогично выводу в § 39 получаем [44]:

$$\left. \begin{aligned} \bar{s}_1 &= \frac{Ha}{3 \cos(\epsilon - \beta) \cos \epsilon}; \\ \bar{s}_2 &= -\frac{H \sin(\theta - \beta) \cdot a}{3 \cos \epsilon \cos(\theta - \epsilon) \cos(\epsilon + \beta)}, \end{aligned} \right\} \quad (\text{n})$$

где β — угол наклона линии поверхности грунта к горизонту.

Таким образом, учитывая выражения (к), (м) и (н), вычисляем для проекции силы инерции призмы сползания на ось nn :

$$I_{\text{спл, } n} = -m_{\text{спл}} \Delta''_{\text{спл, } n} = -m_{\text{спл}} \left[\frac{\cos \epsilon \cos \rho}{\cos(\theta - \epsilon)} \Delta''_x + \right. \\ \left. + \frac{\cos(\theta - \rho - \beta) H}{3 \cos(\epsilon - \beta) \cos \epsilon} a'' - \frac{H \sin(\theta - \rho - \epsilon) a''}{3 \cos \epsilon \cos(\theta - \epsilon) \cos(\epsilon + \beta)} \right], \quad (5.132)$$

где масса призмы сползания

$$m_{\text{спл}} = \frac{\gamma_{\text{гр}} H^3 b}{2g} \cdot \frac{\cos(\theta - \epsilon) \cos(\epsilon - \beta)}{\cos^2 \epsilon \sin(\theta - \beta)}. \quad (5.133)$$

Здесь g — ускорение силы тяжести.

Плечо силы инерции берем по выведенной ранее формуле (5.58).

Б. ВЫРАЖЕНИЯ ДЛЯ БОКОВОГО ДАВЛЕНИЯ И МОМЕНТА ЕГО ОТНОСИТЕЛЬНО ЦЕНТРА ПОДОШВЫ

Для решения системы дифференциальных уравнений движения стенки необходимо иметь выражение для давления E_a и его момента относительно центра подошвы.

Равнодействующая распределенной динамической нагрузки q_t по поверхности грунта (рис. 107, а)

$$R_t = q_t \cdot AC \cdot b = q_t \frac{H b \cos(\theta - \epsilon)}{\cos \epsilon \sin(\theta - \beta)}. \quad (5.134)$$

Вводя силу инерции призмы сползания и составляя условие равновесия призмы сползания по Даламбера в виде проекции всех сил на ось nn , имеем:

$$R_t \sin(\theta - \rho) - E_a \cos(\epsilon + \rho + \delta - \theta) + I_{\text{спл, } n} = 0,$$

откуда находим:

$$E_a = \frac{R_t \sin(\theta - \rho) + I_{\text{спл, } n}}{\cos(\epsilon + \rho + \delta - \theta)}, \quad (5.135)$$

где $I_{\text{спл, } n}$ — проекция силы инерции призмы сползания на ось nn .

Внося ее значение по (5.131), а также выражение R_t по (5.134) в формулу (5.135), окончательно получаем:

$$E_a = \psi_1 H q_t - \psi_2 H^2 \Delta''_x - (\psi_3 - \psi_4) H^3 a'', \quad (5.136)$$

где коэффициенты

$$\left. \begin{aligned} &= \frac{b \cos(\theta - \epsilon) \sin(\theta - \rho)}{\cos \epsilon \sin(\theta - \beta) \cos(\epsilon + \rho + \delta - \theta)} (m); \\ &= \frac{\gamma_{\text{гр}} b}{2g} \cdot \frac{\cos(\epsilon - \beta) \cos \rho}{\cos \epsilon \sin(\theta - \beta) \cos(\epsilon + \rho + \delta - \theta)} (m \cdot \text{сек}^2/m^3); \\ &= \frac{\gamma_{\text{гр}} b}{6g} \cdot \frac{\cos(\theta - \epsilon) \cos(\theta - \rho - \beta)}{\cos^2 \epsilon \sin(\theta - \beta) \cos(\epsilon + \rho + \delta - \theta)} (m \cdot \text{сек}^2/m^3); \\ &= \frac{\gamma_{\text{гр}} b}{6g} \cdot \frac{\cos(\epsilon - \beta) \sin(\theta - \rho - \epsilon)}{\cos^2 \epsilon \sin(\theta - \beta) \cos(\epsilon + \beta) \cos(\epsilon + \rho + \delta - \theta)} (m \cdot \text{сек}^2/m^3). \end{aligned} \right\} \quad (5.137)$$

Мы получили основную формулу для динамического давления грунта. Давление грунта есть функция нагрузки q_t и ускорений α'' . Найдем теперь момент силы E_a относительно точки O . Величина давления E_{ay} на грань стенки высотой y вместо H (рис. 107, б) будет:

$$E_{ay} = \psi_1 y q_t - \psi_2 y^2 \Delta''_{xy} - (\psi_3 - \psi_4) y^3 a'', \quad (o)$$

Δ_{xy} — сдвиг центра тяжести горизонтального сечения стенки в глубине y от поверхности грунта;

$$\Delta_{xy} = \Delta_x + (H - y) a. \quad (p)$$

Таким образом, аналогично работе [31]

$$E_{ay} = \psi_1 y q_t - \psi_2 y^2 [\Delta''_x + (H - y) a''] - (\psi_3 - \psi_4) y^3 a''. \quad (p)$$

Интенсивность давления на глубине y

$$\begin{aligned} p_y &= \frac{dE_y}{dy} = \psi_1 q_t - 2\psi_2 y \Delta''_x - \\ &- 2\psi_2 H y a'' + 3\psi_2 y^2 a'' - 3(\psi_3 - \psi_4) y^2 a''. \end{aligned} \quad (5.138)$$

Момент элементарной силы давления относительно точки O

$$dM_E = \xi dE_y = \xi p_y dy, \quad (c)$$

где плечо элементарной силы давления

$$\xi = (H - y) \frac{\cos \delta}{\cos \epsilon} - \frac{a_1}{2} \sin(\epsilon + \delta). \quad (t)$$

Введем обозначения:

$$i_1 = \frac{\cos \delta}{\cos \epsilon}; \quad i_2 = \frac{a_1}{2} \sin(\epsilon + \delta). \quad (y)$$

Тогда вместо (c) имеем:

$$dM_E = [(H - y) i_1 - i_2] dE_y.$$

Полный момент получим путем интегрирования; внося еще (5.138), получим:

$$M_E = \int_0^H [(H-y) i_1 - i_2] [\psi_1 q_t - 2(\psi_2 \Delta_x'' + \psi_2 H \alpha'') y + \\ + 3(\psi_2 - \psi_3 + \psi_4) \alpha'' y^2] dy = H \psi_1 (0,5 H i_1 - i_2) q_t + \\ + H^2 \psi_2 \left(i_2 - \frac{1}{3} i_1 H \right) \Delta_x'' + H^3 \left[i_2 (\psi_3 - \psi_4) - \right. \\ \left. - \frac{\psi_2 i_1 H}{12} - \frac{(\psi_3 - \psi_4) i_1 H}{4} \right] \alpha''.$$

Обозначая постоянные

$$\left. \begin{aligned} H \psi_1 (0,5 H i_1 - i_2) &= M_1; \\ H^2 \psi_2 \left(i_2 - \frac{1}{3} i_1 H \right) &= M_2; \\ H^3 \left[i_2 (\psi_3 - \psi_4) - \frac{\psi_2 i_1 H}{12} - \right. \\ \left. - \frac{(\psi_3 - \psi_4) i_1 H}{4} \right] &= M_3, \end{aligned} \right\} \quad (5.139)$$

выражение момента можем записать так:

$$M_E = M_1 q_t + M_2 \Delta_x'' + M_3 \alpha'', \quad (5.140)$$

где M_1 , M_2 и M_3 определяются по (5.139).

В. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ФУНКЦИЙ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ

Составляем по рис. 107, а сумму проекций всех сил, действующих на стенку, на горизонталь:

$$E_a \cos(\delta + \varepsilon) + I_x - F - E_6 = 0,$$

или, внося полученные значения для сил E_a , I_x , F и E_6 по (5.136), (5.129), (б) и (в), найдем:

$$[\psi_1 H q_t - \psi_2 H^2 \Delta_x'' - (\psi_3 - \psi_4) H^3 \alpha''] \cos(\delta + \varepsilon) - \\ - m \Delta_x'' - \frac{l(a_1 + 2a_2)}{3(a_1 + a_2)} m \alpha'' - f C_{ct} a_1 b \Delta_x - C_6 b h_1 \Delta_x = 0,$$

или после приведения:

$$[m + \psi_2 H^2 \cos(\delta + \varepsilon)] \Delta_x'' + \\ + \left[\frac{l(a_1 + 2a_2)}{3(a_1 + a_2)} m + (\psi_3 - \psi_4) H^3 \cos(\delta + \varepsilon) \right] \alpha'' + \\ + (f C_{ct} a_1 b + C_6 b h_1) \Delta_x = \psi_1 H \cos(\delta + \varepsilon) q_t. \quad (5.141)$$

Имеем первое дифференциальное уравнение для отыскания функций Δ_x и α .

Второе уравнение составим как сумму моментов всех сил относительно центра подошвы:

$$M_E + M_I + M_G + M_{I_z} + M_{R_z} - M_{oc} - E_6 h_6 = 0, \quad (ф)$$

где M_E выражается по (5.140), а $M_G \approx G h_G a$, как показано выше (например § 40), для малых значений a незначительно, поэтому им пренебрегаем; M_{I_z} — момент вертикальной силы инерции;

$$M_{I_z} = I_z h_0 a = -m h_0 a \Delta_x'',$$

где h_0 — вертикальная координата центра тяжести стенки; ввиду малости угла поворота пренебрегаем и моментом M_{I_z} (для больших изгибов этого делать не следует); M_{R_z} — момент вертикальной динамической нагрузки $R_z = q_t a_2 b$;

$$M_{R_z} = \frac{1}{2} q_t a_2 b (a_1 - a_2).$$

Внося в (ф) значения всех моментов и пренебрегая моментами M_I и M_{I_z} , получаем:

$$M_1 q_t + M_2 \Delta_x'' + M_3 \alpha'' - \frac{m H (a_1 + 2a_2)}{3(a_1 + a_2)} \Delta_x'' - \\ - m \frac{H l (a_1 + 3a_2)}{6(a_1 + a_2)} \alpha'' + q_t \frac{a_2 b}{2} (a_1 - a_2) - \\ - \frac{C_n a_1^3 b}{24} \alpha - C_6 b h_1 \Delta_x \frac{3}{8} h_1 = 0, \quad (5.142)$$

или иначе

$$\left[\frac{m H (a_1 + 2a_2)}{3(a_1 + a_2)} - M_2 \right] \Delta_x'' + \left[\frac{m H l (a_1 + 3a_2)}{6(a_1 + a_2)} - M_3 \right] \alpha'' + \\ + \frac{3}{8} C_6 b h_1 \Delta_x + \frac{C_n a_1^3 b}{24} \alpha = M_{1,0} q_t, \quad (5.143)$$

$$M_{1,0} = M_1 + \frac{a_2 (a_1 - a_2) b}{2} = H \psi_1 (0,5 H i_1 - i_2) + \\ + \frac{a_2 (a_1 - a_2) b}{2}. \quad (5.144)$$

Интенсивность нагрузки

$$q_t = q_0 + q'_0 \frac{t}{1!} + q''_0 \frac{t^2}{2!} + \dots + q^{(n)}_0 \frac{t^n}{n!}. \quad (5.145)$$

Уравнения (5.141) и (5.143) кратко запишем так:

$$\left. \begin{aligned} M_0 \Delta_x'' + K_0 \alpha'' + N_0 \Delta_x &= H_1 q_t; \\ K_1 \Delta_x'' + I_1 \alpha'' + R \Delta_x + L \alpha &= M_{1,0} q_t, \end{aligned} \right\} \quad (5.146)$$

где коэффициенты при неизвестных и нагрузке имеют следующие значения:

$$\left. \begin{aligned} M_0 &= m + \psi_2 H^2 \cos(\delta + \epsilon); \\ K_0 &= \frac{l(a_1 + 2a_2)}{3(a_1 + a_2)} m + (\psi_3 - \psi_4) H^3 \cos(\delta + \epsilon); \\ N_0 &= f C_{ct} a_1 b + C_6 b h_1; \\ H_1 &= \psi_1 H \cos(\delta + \epsilon); \\ K_1 &= \frac{mH(a_1 + 2a_2)}{3(a_1 + a_2)} - M_2; \\ I_1 &= \frac{mHl(a_1 + 3a_2)}{6(a_1 + a_2)} - M_3; \\ R &= \frac{3}{8} C_6 b h_1^2; \quad L = \frac{C_6 a_1^2 b}{24}. \end{aligned} \right\} \quad (5.147)$$

Все остальные обозначения пояснены выше.

Уравнения (5.146) не содержат вертикального перемещения или его ускорения Δ_z'' , так как пренебрегаем моментом вертикальной силы инерции ($-mh_0 a \Delta_z''$). Структура этих уравнений совершенно аналогична конструкции уравнений (а) и (б) § 41, вследствие чего решение их аналогично.

Остановимся теперь на составлении дифференциального уравнения, необходимого для установления функции Δ_z . Для этого проектируем все силы, действующие на стенку, на вертикальную ось (рис. 107, а)

$$R_z + I_z + E_a \sin(\delta + \epsilon) - E_z = 0. \quad (5.148)$$

Внося значения всех сил по вышеприведенным формулам, имеем:

$$\begin{aligned} q_t a_2 b - m \Delta_z'' + [\psi_1 H q_t - \psi_2 H^2 \Delta_x'' - \\ - (\psi_3 - \psi_4) H^3 a''] \sin(\delta + \epsilon) - C_{ct} a_1 b \Delta_z = 0, \end{aligned} \quad (5.149)$$

или иначе

$$\begin{aligned} \Delta_z'' + \left(\frac{C_{ct} a_1 b}{m} \right) \Delta_z = \frac{1}{m} [a_2 b + \psi_1 H \sin(\delta + \epsilon)] q_t - \\ - \frac{1}{m} [\psi_2 H^2 \Delta_x'' + (\psi_3 - \psi_4) H^3 a''] \sin(\delta + \epsilon), \end{aligned} \quad (5.150)$$

где m — масса стенки.

Проинтегрировав систему уравнений (5.146) и получив в результате этой операции функции Δ_x'' и a'' , вносим выражение их в (5.150) и после интегрирования находим функцию вертикального смещения Δ_z . Если стенка имеет вертикальную и гладкую заднюю грань, задача упрощается, так как $\sin(\delta + \epsilon) = 0$. Вместо (5.166) будет:

$$\Delta_z'' + \frac{C_{ct} a_1 b}{m} \Delta_z = \frac{a_2 b + \psi_1 H}{m} q_t. \quad (5.151)$$

Заметим, что в принятой приближенной схеме решения квадрат грунтовой частоты вертикальных колебаний стенки

$$\omega_z^2 = \frac{C_{ct} a_1 b}{m}, \quad (5.152)$$

где C_{ct} — коэффициент упругого сжатия грунтового основания.

УЧЕТ ВЛИЯНИЯ ВЕРТИКАЛЬНОГО УСКОРЕНИЯ НА ПОВОРОТ И СДВИГ СТЕНКИ

При учете вертикальной силы инерции $I_z = -m \Delta_z''$ во втором уравнении (ф) следовало бы ввести момент этой силы

$$M_{I_z} = -mh_0 a \Delta_z'', \quad (5.153)$$

что привело бы к нелинейному дифференциальному уравнению. Решение такого уравнения по [48] можно вести следующим приближенным способом: отыскав из системы линейных уравнений (5.146) и (5.150) функции a и Δ_x'' , вносим их выражение в правую часть уравнения (5.150); рассматривая эти функции как «нагрузочные» члены, путем интегрирования дифференциального уравнения (5.150) получаем первое приближение для Δ_z'' . Имея первое приближение для функции $M_{I_z} = -mh_0 a \Delta_z''$, вносим ее выражение в уравнение (ф) и, рассматривая ее как нагрузочный член, интегрируем систему дифференциальных уравнений (5.146) и (5.150) с новой правой частью. Получаем новые, более точные значения a , Δ_x'' и Δ_z'' .

44. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О ДИНАМИЧЕСКОМ ДАВЛЕНИИ ГРУНТА ДЛЯ ПЛАННОЙ ГРАНИ СТЕНКИ КАК СИСТЕМЫ С ТРЕМЯ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ

А. ТОЧНОЕ РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Исключая из системы двух дифференциальных уравнений (5.146)

$$\left. \begin{aligned} M_0 \Delta_x'' + K_0 a'' + N_0 \Delta_x &= H_1 q_t; \\ K_1 \Delta_x'' + I_1 a'' + R \Delta_x + L a &= M_{I_z} q_t \end{aligned} \right\} \quad (5.154)$$

скорение a'' , находим для угла поворота (аналогично выводу, данному в § 41):

$$\left. \begin{aligned} a &= D_4 \Delta'' + D_5 \Delta + D_6 q_t; \\ a' &= D_4 \Delta'' + D_5 \Delta' + D_6 q'_t; \\ a'' &= D_4 \Delta^{IV} + D_5 \Delta'' + D_6 q''_t, \end{aligned} \right\} \quad (5.155)$$

где коэффициенты

$$\left. \begin{aligned} D_4 &= \frac{I_1 M_0 - K_0 K_1}{K_0 L}; \\ D_5 &= \frac{N_0 I_1 - K_0 R}{K_0 L}; \\ D_6 &= \frac{K_0 M_{I_z} - I_1 H_1}{K_0 L}. \end{aligned} \right\} \quad (5.156)$$

Внося выражение для α'' из (5.155) в первое уравнение (5.156), после приведения будем иметь дифференциальное уравнение четвертого порядка относительно Δ :

$$\Delta^{IV} + p_1' \Delta'' + p_2' \Delta = p_3' q_t + p_4' q_t'', \quad (5.157)$$

где коэффициенты

$$\left. \begin{aligned} p_1' &= \frac{K_0 D_5 + M_0}{K_0 D_4}; & p_4' &= -\frac{D_6}{D_4}; \\ p_2' &= \frac{N_0}{K_0 D_4}, & p_3' &= \frac{H_1}{K_0 D_4}. \end{aligned} \right\} \quad (5.158)$$

Пренебрегая вторым членом правой части за малостью p_4' , получаем окончательно дифференциальное уравнение:

$$\Delta^{IV} + p_1' \Delta'' + p_2' \Delta = p_3' q_t, \quad (5.159)$$

общее решение которого в случае, если $q_t = q_0 + q_0' t$ (линейная функция времени) и если

$$\left(\frac{p_1'}{2} \right)^2 - p_2' > 0,$$

будет аналогично (5.108)

$$\begin{aligned} \Delta &= A_1' \cos \omega_1 t + A_2' \sin \omega_1 t + \\ &+ A_3' \cos \omega_2 t + A_4' \sin \omega_2 t + \frac{p_3'}{p_2'} q_t. \end{aligned} \quad (5.160)$$

Согласно (5.155)

$$\alpha = D_4 \Delta'' + D_5 \Delta + D_6 q_t. \quad (5.161)$$

Частоты ω_1 и ω_2 аналогично (5.109)

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{p_1'}{2} \mp \sqrt{\left(\frac{p_1'}{2} \right)^2 - p_2'}. \quad (5.162)$$

Произвольные постоянные A_1' , A_2' , A_3' , A_4' находятся, как обычно, из начальных условий.

Для случая внезапно приложенной нагрузки q_0

$$\left. \begin{aligned} A_2' &= A_4' = 0; \\ A_1' &= q_0 \frac{D_6 + D_4 \frac{p_3'}{p_2'} \omega_2^2}{D_4 (\omega_1^2 - \omega_2^2)}; \\ A_3' &= -A_1' - \frac{p_3'}{p_2'} q_0. \end{aligned} \right\} \quad (5.163)$$

Для сдвига стенки и ее поворота

$$\left. \begin{aligned} \Delta_x &= A_1' (\cos \omega_1 t - \cos \omega_2 t) + \frac{p_3'}{p_2'} q_0 (1 - \cos \omega_2 t); \\ \alpha &= A_1' [(D_5 - D_4 \omega_1^2) \cos \omega_1 t - \\ &- (D_5 - D_4 \omega_2^2) \cos \omega_2 t] + q_0 \left[\frac{p_3'}{p_2'} (D_4 \omega_2^2 - \right. \\ &\left. - D_6) \cos \omega_2 t + \left(D_6 + D_5 \frac{p_3'}{p_2'} \right) \right]. \end{aligned} \right\} \quad (5.164)$$

Для динамического бокового давления E_a по (5.136)

$$\begin{aligned} E_a &= \psi_1 H q_0 + \psi_2 H^2 \left[A_1' (\omega_1^2 \cos \omega_1 t - \right. \\ &\left. - \omega_2^2 \cos \omega_2 t) - \frac{p_3'}{p_2'} q_0 \omega_2^2 \cos \omega_2 t \right] - \\ &- (\psi_3 - \psi_4) H^3 \left\{ A_1' \left[(D_4 \omega_1^2 - D_5) \omega_1^2 \cos \omega_1 t + \right. \right. \\ &\left. + (D_5 - D_4 \omega_2^2) \omega_2^2 \cos \omega_2 t \right] + \\ &\left. + q_0 \left[\frac{p_3'}{p_2'} (D_5 - D_4 \omega_2^2) \omega_2^2 \cos \omega_2 t \right] \right\}. \end{aligned} \quad (5.165)$$

Получена формула для бокового динамического давления грунта на стенку с наклонной задней гранью при любом моменте времени t . Обычным путем находим максимум давления во времени.

Для отыскания вертикального динамического перемещения интегрируем дифференциальное уравнение (5.150), вводя в правую часть его выражения для ускорений Δ_x'' и α'' , которые устанавливаются из формул (5.165) и (5.136).

Для случая действия мгновенного импульса

$$\left. \begin{aligned} A_1' &= A_3' = 0; \\ A_2' &= \frac{\Delta_{x0}' (D_5 - D_4 \omega_2^2) - \alpha_0'}{D_4 \omega_1 (\omega_1^2 - \omega_2^2)}; \\ A_4' &= \frac{\Delta_{x0}'}{\omega_2} - A_2' \frac{\omega_1}{\omega_2}. \end{aligned} \right\} \quad (5.166)$$

Для сдвига Δ_x и поворота α

$$\left. \begin{aligned} \Delta_x &= A_2' \sin \omega_1 t + A_4' \sin \omega_2 t; \\ \alpha &= A_2' (D_5 - D_4 \omega_1^2) \sin \omega_1 t + \\ &+ A_4' (D_5 - D_4 \omega_2^2) \sin \omega_2 t. \end{aligned} \right\} \quad (5.167)$$

Боковое динамическое давление E_a по (5.136)

$$\begin{aligned} E_{at} &= -\psi_2 H^2 \Delta_x'' - (\psi_3 - \psi_4) H^3 \alpha'' = \\ &= \psi_2 H^2 (A_2' \omega_1^2 \sin \omega_1 t + A_4' \omega_2^2 \sin \omega_2 t) + \\ &+ (\psi_3 - \psi_4) H^3 [A_2' (D_5 - D_4 \omega_1^2) \omega_1^2 \sin \omega_1 t + \\ &+ A_4' (D_5 - D_4 \omega_2^2) \omega_2^2 \sin \omega_2 t]. \end{aligned} \quad (5.168)$$

Все значения ускорений Δ_x'' и α'' в правую часть уравнения (5.150) и интегрируя его, получаем Δ_x .

Начальные значения α_0' и Δ_{x0}' определяем по приближенному решению, построеному на основе введения постоянного параметра зависимости между α и Δ_x .

Б. ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ВВЕДЕНИЕМ ПОСТОЯННОГО ПАРАМЕТРА. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВСЕХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ

Из второго уравнения системы уравнений (5.154)

$$\begin{aligned} M_0 \Delta_x'' + K_0 \alpha'' + N_0 \Delta_x &= H_1 q_i; \\ K_1 \Delta_x'' + I_1 \alpha'' + R \Delta_x + L \alpha &= M_{10} q_t \end{aligned}$$

исключаем $R\Delta_x$; в результате получаем:

$$\left. \begin{array}{l} M_0\Delta''_x + K_0a'' + N_0\Delta_x = H_1q_t; \\ K_2\Delta''_x + I_2a'' + L_1a = H_2q_t, \end{array} \right\} \quad (5.169)$$

где

$$\left. \begin{array}{l} K_2 = M_0R - N_0K_1; \\ I_2 = K_0R - N_0I_1; \\ L_1 = -LN_0; \\ H_2 = H_1R - N_0M_{10}. \end{array} \right\} \quad (5.170)$$

Полагая, что

$$a = s\Delta_x = \frac{1}{r}\Delta_x, \quad (5.171)$$

где r — радиус поворота, $a'' = s\Delta''_x$ (рис. 108), вместо (5.169) будем иметь:

$$\left. \begin{array}{l} M_0\Delta''_x + sK_0\Delta''_x + N_0\Delta_x = H_1q_t; \\ K_2\Delta''_x + sI_2\Delta''_x + sL_1\Delta_x = H_2q_t, \end{array} \right.$$

или иначе:

$$\left. \begin{array}{l} (M_0 + sK_0)\Delta''_x + N_0\Delta_x = H_1q_t; \\ (K_2 + sI_2)\Delta''_x + sL_1\Delta_x = H_2q_t, \end{array} \right.$$

или в нормальной форме:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta''_x + \frac{N_0}{M_0 + sK_0}\Delta_x = \frac{H_1}{M_0 + sK_0}q_t; \\ \Delta''_x + \frac{sL_1}{K_2 + sI_2}\Delta_x = \frac{H_2}{K_2 + sI_2}q_t. \end{array} \right\} \quad (5.172)$$

Первое уравнение соответствует одной форме, второе уравнение — другой форме колебаний.

Чтобы общие решения этих двух дифференциальных уравнений для одной и той же функции Δ_x были одинаковы (действие импульсной нагрузки), необходимо равенство частотных коэффициентов уравнений (5.172), т. е.

$$\frac{N_0}{M_0 + sK_0} = \frac{sL_1}{K_2 + sI_2}, \quad (5.173)$$

откуда получаем квадратное уравнение для отыскания параметра s :

$$s^2 - \left(\frac{I_2N_0 - L_1M_0}{K_0L_1} \right) s - \frac{N_0K_2}{K_0L_1} = 0.$$

Решения для s :

$$s_{1,2} = \frac{I_2N_0 - L_1M_0}{2K_0L_1} \pm \sqrt{\left(\frac{I_2N_0 - L_1M_0}{2K_0L_1} \right)^2 + \frac{N_0K_2}{K_0L_1}}. \quad (5.174)$$

Подставляя полученные значения $s_{1,2}$ в приближенное выражение для ω^2 , после элементарных преобразований находим:

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{N_0}{M_0 + s_{1,2}K_0}. \quad (5.175)$$

Решение задачи о частотах колебаний и далее полное решение задачи значительно проще, чем в разделе А.

Интеграл первого уравнения (5.169) для случая $q_t = q_0 + q_0't$ имеет:

$$\begin{aligned} \Delta_x &= A \cos \omega_1 t + B \sin \omega_1 t + \\ &+ C \cos \omega_2 t + D \sin \omega_2 t + \frac{H_1}{N_0}q_t, \end{aligned} \quad (5.176)$$

где A, B, C и D — произвольные постоянные, которые определяются начальными условий.

Интеграл второго уравнения после подстановки $a = s_{1,2}\Delta_x$

$$\left(\frac{K_2}{s} + I_2 \right) a'' + L_1 a = H_2 q_t$$

имеет:

$$\begin{aligned} a &= As_1 \cos \omega_1 t + Bs_1 \sin \omega_1 t + \\ &+ Cs_2 \cos \omega_2 t + Ds_2 \sin \omega_2 t + \frac{H_2}{L_1}q_t. \end{aligned} \quad (5.177)$$

Рассмотрим далее действие внезапно приложенной нагрузки $q_t = q_0$. Производные от Δ_x и a

$$\begin{aligned} \Delta'_x &= -A\omega_1 \sin \omega_1 t + B\omega_1 \cos \omega_1 t - \\ &- C\omega_2 \sin \omega_2 t + D\omega_2 \cos \omega_2 t; \\ \Delta''_x &= -A\omega_1^2 \cos \omega_1 t - B\omega_1^2 \sin \omega_1 t - \\ &- C\omega_2^2 \cos \omega_2 t - D\omega_2^2 \sin \omega_2 t; \\ a' &= -As_1\omega_1 \sin \omega_1 t + Bs_1\omega_1 \cos \omega_1 t - \\ &- Cs_2\omega_2 \sin \omega_2 t + Ds_2\omega_2 \cos \omega_2 t; \\ a'' &= -As_1\omega_1^2 \cos \omega_1 t - Bs_1\omega_1^2 \sin \omega_1 t - \\ &- Cs_2\omega_2^2 \cos \omega_2 t - Ds_2\omega_2^2 \sin \omega_2 t. \end{aligned}$$

Если стенка при $t = 0$ находилась в покое, то $\Delta_0 = 0$, $\Delta'_0 = 0$, $a_0 = 0$; $a'_0 = 0$, и имеем:

$$\left. \begin{array}{l} B = D = 0; \\ A = -\left(\frac{H_1s_2}{N_0} - \frac{H_2}{L_1} \right) \frac{q_0}{s_2 - s_1}; \\ C = \left(\frac{H_1s_1}{N_0} - \frac{H_2}{L_1} \right) \frac{q_0}{s_2 - s_1}. \end{array} \right\} \quad (5.178)$$

Таким образом, для случая внезапно приложенной нагрузки

$$\left. \begin{array}{l} \Delta''_x = -A\omega_1^2 \cos \omega_1 t - C\omega_2^2 \cos \omega_2 t; \\ a'' = -As_1\omega_1^2 \cos \omega_1 t - Cs_2\omega_2^2 \cos \omega_2 t. \end{array} \right\} \quad (5.179)$$

Переходим к определению вертикального динамического перемещения; пользуемся дифференциальным уравнением (5.150):

$$\Delta_z'' + \omega_3^2 \Delta_z = \frac{1}{m_{np}} q_t - v_1 \Delta_x'' - v_2 a'', \quad (5.180)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \omega_3^2 &= \frac{C_{cr} a_1 b}{m}; \\ m_{np} &= \frac{m}{a_2 b + \psi_1 H \sin(\delta + \varepsilon)}; \\ v_1 &= \frac{\psi_2}{m} H^2 \sin(\delta + \varepsilon); \\ v_2 &= \frac{\psi_3 - \psi_4}{m} H^3 \sin(\delta + \varepsilon). \end{aligned} \right\} \quad (5.181)$$

Вносим в правую часть (5.180) выражения для Δ_x'' и a'' в случае постоянной нагрузки по (5.179). Тогда

$$\Delta_z'' + \omega_3^2 \Delta_z = \frac{1}{m_{np}} q_t + A \omega_1^2 (v_1 + v_2 s_1) \cos \omega_1 t + C \omega_2^2 (v_1 + v_2 s_2) \cos \omega_2 t. \quad (5.182)$$

Решение дифференциального уравнения (5.182) ищем как сумму решения однородного дифференциального уравнения ($A_z \cos \omega_3 t + B_z \sin \omega_3 t$) и частного решения, содержащего тригонометрические функции аргументов $\omega_1 t$ и $\omega_2 t$:

$$\Delta_{z,r} = Q_1 \cos \omega_1 t + Q_2 \sin \omega_1 t + Q_3 \cos \omega_2 t + Q_4 \sin \omega_2 t + \frac{1}{m_{np} \omega_3^2} q_t.$$

Приравнивая коэффициенты при одинаковых тригонометрических функциях, найдем Q_i и получим следующее решение:

$$\Delta_z = A_z \cos \omega_3 t + B_z \sin \omega_3 t + \frac{q_t}{m_{np} \omega_3^2} + Q_1 \cos \omega_1 t + Q_2 \sin \omega_1 t + Q_3 \cos \omega_2 t + Q_4 \sin \omega_2 t, \quad (5.183)$$

где

$$\left. \begin{aligned} Q_1 &= A \frac{\omega_1^2 (v_1 + v_2 s_1)}{\omega_1^2 - \omega_3^2}; \\ Q_2 &= B \frac{\omega_1^2 (v_1 + v_2 s_1)}{\omega_1^2 - \omega_3^2}; \\ Q_3 &= C \frac{\omega_2^2 (v_1 + v_2 s_2)}{\omega_2^2 - \omega_3^2}; \\ Q_4 &= D \frac{\omega_2^2 (v_1 + v_2 s_2)}{\omega_2^2 - \omega_3^2}. \end{aligned} \right\} \quad (5.184)$$

В решении (5.183) произвольные постоянные A_z и B_z находятся из начальных условий. Если, при $t = 0$, $\Delta_z = 0$, $\Delta_z' = 0$, $B = 0$, $t = 0$, то $Q_2 = 0$, $Q_4 = 0$ и имеем:

$$\left. \begin{aligned} B_z &= 0; \\ A_z &= -\frac{q_0}{m_{np} \omega_3^2} - Q_1 - Q_3. \end{aligned} \right\} \quad (5.185)$$

Таким образом, получено решение для всех перемещений стенки Δ_z и Δ_x и легко теперь определить динамическое боковое давление по формуле (5.136):

$$E_a = \psi_1 H q_t - \psi_2 H^2 \Delta_x'' - (\psi_3 - \psi_4) H^3 a''. \quad (5.186)$$

В. ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ВВЕДЕНИЕМ ПРИВЕДЕННОЙ МАССЫ И ПРИВЕДЕННОЙ ЧАСТОТЫ

Применим тот же метод, что и в § 40, рассматривая действие нагрузки $q_t = q_0$. Поэтому в системе дифференциальных уравнений (5.172) можно приравнять частные решения. В первом приближении

$$\frac{H_1}{N_0} = \frac{H_2}{s L_1}, \quad (5.187)$$

тогда

$$s = \frac{H_2 N_0}{H_1 L_1}. \quad (5.188)$$

Внося значения H_2 , N_0 , H_1 и L_1 , окончательно получаем:

$$\frac{\psi_1 H \cos(\delta + \varepsilon) \frac{3}{8} C_6 b h_1^2 - N_0 \left[H \psi_1 (0,5 H l_1 - l_2) + \frac{a_2 (a_1 - a_2) b}{2} \right]}{-\psi_1 H \cos(\delta + \varepsilon) \frac{C_6 a_1^3 b}{24}}, \quad (5.189)$$

$$N_0 = f C_{cr} a_1 b + C_6 b h_1;$$

определяется по (5.137); l_1 и l_2 вычисляются по формулам (у) § 43.

Далее находим приведенную частоту колебаний [42]:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{N_0}{M_0 + s K_0}}, \quad (5.190)$$

K_0 определяется по (5.147); l вычисляется по (з) § 43.

Решая первое уравнение системы (5.172), при $q_t = q_0 + q'_0 t$ имеем:

$$\Delta_{x,\max} = \frac{H_1}{N_0} \left(2 - \frac{\pi}{\omega_{np} \tau} \right) q_t, \quad (5.191)$$

τ — продолжительность действия ударной нагрузки.

Если $q_t = q_0$, то

$$\Delta_{x,\max} = \frac{H_1}{N_0} q_0 \left(2 - \frac{\pi}{\omega_{np} t} \right). \quad (5.192)$$

Угол изворота стенки

$$\alpha_{\max} = s \Delta_{x,\max}. \quad (5.193)$$

Заметим, что первое дифференциальное уравнение (5.172)

$$\Delta_x'' + \left(\frac{N_0}{M_0 + sK_0} \right) \Delta_x = \frac{H_1}{M_0 + sK_0} q_t = \frac{1}{m_{np}} q_t$$

при

$$q_t = q_0 + q_0 t + \dots + q_0^{(n)} \frac{t^n}{n!}$$

получает решение:

$$\begin{aligned} \Delta_x &= \frac{1}{m_{np}} \left[q_0 \left(1 - \cos \omega_n t \right) + q_0' \left(\frac{\omega_n t - \sin \omega_n t}{\omega_n^2} \right) + \right. \\ &\quad \left. + \dots + q_0^{(n)} \int_0^{(n)t} \left(\frac{1 - \cos \omega_n t}{\omega_n^2} \right) dt \right]. \end{aligned} \quad (5.194)$$

При действии нагрузки $q_t = q_0$ имеем для ускорений:

$$\Delta_x'' = \frac{q_0}{m_{np}} \cos \omega_n t; \quad a'' = \frac{s q_0}{m_{np}} \cos \omega_n t,$$

где ω_n определяется по (5.190);

$$m_{np} = \frac{M_0 + sK_0}{H_1}.$$

Зная Δ_x и $a = s \Delta_x$, находим ускорения Δ_x'' и далее динамическое боковое давление по формуле (5.136).

Пример. Найти динамическое боковое давление грунта от внезапно приложенной нагрузки $q_0 = 4,8 \text{ м/м}^2$ при следующих данных: $a_1 = 2 \text{ м}$; $a_2 = 1 \text{ м}$; $H = 3 \text{ м}$; $b_1 = 1,2 \text{ м}$; $b = 1 \text{ м}$; $\gamma_{\text{кл}} = 2,4$; $\gamma_{\text{гр}} = 1,6$; $\beta = 10^\circ$; $\delta = 10^\circ$; $\rho = 30^\circ$; $\epsilon = 18^\circ 18'$; $\epsilon - \beta = 8^\circ 18'$; $C_{\text{ст}} = 5000 \text{ м/м}^2$; $C_u = 4000 \text{ м/м}^2$; $C_b = 3000 \text{ м/м}^2$.

Решение. Масса стенки $m = \frac{10,2}{9,81} = 1,04 \text{ т} \cdot \text{сек}^2/\text{м}$.

Определяем построением Понселе угол наклона линии сползания:

$$\theta = 62^\circ 30'.$$

Вычисляем:

$$\begin{aligned} \sin(\epsilon + \delta) &= 0,474; \cos(\delta + \epsilon) = 0,88; \\ \cos(\theta - \epsilon) &= 0,717; \sin(\theta - \rho) = 0,537; \\ \cos \epsilon &= 0,949; \sin(\theta - \beta) = 0,793; \cos \delta = 0,985; \\ \cos(\epsilon + \rho + \delta - \theta) &= \cos(-4^\circ 12') = 0,997. \end{aligned}$$

По формулам (5.137)

$$\begin{aligned} \psi_1 &= \frac{0,717 \cdot 0,537}{0,949 \cdot 0,793 \cdot 0,997} = 0,512; \\ \psi_2 &= 0,094; \psi_3 - \psi_4 = 0,0192. \end{aligned}$$

По формулам (у) § 43

$$i_1 = \frac{0,985}{0,949} = 1,04; \quad i_2 = 0,474.$$

Далее вычисляем по (5.147):

$$i_1 = 1,977; \quad N_0 = 0,5 \cdot 5000 \cdot 2 \cdot 1 + 3000 \cdot 1 \cdot 1,2 = 8600 \text{ м/м};$$

$$i_2 l = 1,536 \text{ м}^2; \quad M_0 = 1,04 + 0,094 \cdot 9 \cdot 0,88 = 1,78; \quad H_1 = 1,352;$$

$$s = - \frac{1,536 \cdot 0,88 \cdot \frac{3}{8} 3000 \cdot 1 \cdot 1,44 - 8600 (1,352 \cdot 1,086 + 0,5)}{1,536 \cdot 0,88 \frac{4000 \cdot 2^3 \cdot 1}{24}} = \\ = 9,7 \text{ 1/м}; \quad r = 0,103 \text{ м}.$$

Приведенная частота колебаний по (5.190)

$$\omega_n = \sqrt{\frac{8600}{1,78 + 9,7 \cdot 1,977}} = 20,27 \text{ 1/сек.}$$

Приведенная масса

$$m_{np} = \frac{1,78 + 9,7 \cdot 1,977}{1,352} = 15,49 \text{ м} \cdot \text{сек}^2/\text{м}.$$

Максимальное перемещение сдвига в см

$$\Delta_{x,\max} \approx \frac{2 \cdot 1,352}{8600} 4,8 \cdot 100 = 0,151 \text{ см.}$$

Угол поворота в радианах

$$a_{\max} = s \Delta_{x,\max} = 9,7 \cdot 0,00151 = 0,0146.$$

Боковое динамическое давление по (5.136) при $\omega_n t = \pi$, когда $\cos \omega_n t = -1$,

$$E_a = 1,536 \cdot 4,8 + \frac{0,094 \cdot 9 \cdot 4,8}{15,49} 1 + \frac{0,0192 \cdot 27 \cdot 9,7 \cdot 4,8}{15,49} = 7,37 \cdot 1,25 = 9,11 \text{ м},$$

т.е. множитель 7,37 следует рассматривать как статическое давление от данной нагрузки q_0 .

Таким образом, полный динамический коэффициент составляет в данном случае 1,25, причем наибольшее влияние оказывает ускорение поворота. Частота вертикальных колебаний стенки

$$\omega_3 = \sqrt{\frac{C_{\text{ст}} a_1 b}{m}} = 100 \text{ 1/сек.}$$

Г. НЕКОТОРЫЕ ДАННЫЕ ПО ДИНАМИЧЕСКИМ ХАРАКТЕРИСТИКАМ СТЕНОК

Как видно из приведенных примеров динамического расчета реальных подпорных стен на грунтовых основаниях, низшие частоты колебаний поворота и сдвига стенки колеблются в пределах $\omega_1 = 10 \div 40 \text{ 1/сек}$, частоты вертикальных колебаний ω_3 значительно выше ($\omega_3 = 100 \text{ 1/сек}$). Следовательно, основные периоды колебаний поворота и сдвига стенок

$$T_{r,n} = 0,15 \div 0,6 \text{ сек.}$$

Периоды вертикальных колебаний

$$T_u = 0,06 \text{ сек.}$$

III. Г. Напетваридзе [26] называет сооружения жесткими, если $T = 0,1 \div 0,4$ сек, средней жесткости, если $T = 0,4 \div 1$ сек, и гибкими, если $T = 1,0 \div 2,5$ сек.

Следовательно, рассмотренные выше стены с основанием можно отнести к жестким.

К классу гибких относятся многоэтажные высотные здания типа 15-этажного вытянутого здания «Александер» в США, для которого Гудзоном [68] были найдены следующие первые три периода горизонтальных колебаний:

$$T_1 = 1,27; T_2 = 0,41; T_3 = 0,24 \text{ сек.}$$

Коэффициенты затухания при этом были $(0,2 \div 0,4) 1/\text{сек}$. Ускорения горизонтальных перемещений для этого здания при землетрясении менялись от 0,062 до 0,085 g. Ускорения перекрытий нарастали с увеличением номера этажа.

ГЛАВА ШЕСТАЯ

ДИНАМИЧЕСКИЕ НАПРЯЖЕНИЯ В ГРУНТОВОЙ СРЕДЕ ПРИ УДАРЕ ПО ОСНОВАНИЮ. ТОЧКА ПРИЛОЖЕНИЯ БОКОВОГО ДАВЛЕНИЯ

§ 45. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ НАПРЯЖЕНИЙ В ГРУНТОВОЙ ПРИЗМЕ СПОСОБОМ ПРИВЕДЕННОЙ МАССЫ

А. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Еще Рейнером [72] и далее Шехтер [57] решались задачи определения величины присоединенной массы грунта при действии периодической силы на грунтовое основание. При этом грунтовая среда рассматривалась как однородное упругое полупространство. Как было отмечено выше,oland ли грунт может рассматриваться как идеально упругое однородное тело [21], поэтому целесообразно применять к нему крайне сложные математически и вместе с тем мало обоснованные физически решения.

Ниже дается менее строгое решение задачи, подтверждающееся при экспериментальном определении напряжений в грунтовых основаниях (отклонение не 15% от опытных значений). Решение [44] основано на рассмотрении колеблющейся массы грунта в виде призмы определенной высоты h с площадью поперечного сечения, соответствующей площади фундамента, передающего вибрации (рис. 110).

При решении этой задачи в простейшей форме рассматривается совместное динамическое взаимодействие двух тел: фундамента массой m и призмы грунта.

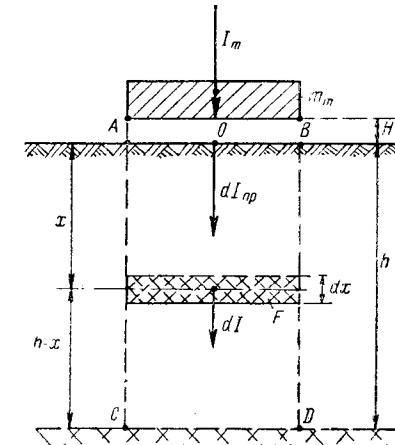


Рис. 110

Для широких фундаментов вводим приближенно схему грунта в виде упругого полупространства, которая является достаточно условной. Обозначая вертикальное напряжение через σ_1 , а относительное укорочение через ε_1 , по (5.1) получим:

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E_{np}}, \quad (6.1)$$

где приведенный модуль

$$E_{np} = \frac{1-\mu}{1-\mu-2\mu^2} E. \quad (6.2)$$

Здесь E — модуль продольной деформации грунта при осевом сжатии; множитель при E учитывает влияние горизонтальных напряжений $\sigma_2 = \sigma_3 = \frac{\mu}{1-\mu} \sigma_1$ и отсутствие попречной деформации грунтовой призмы (в действительности некоторые боковые перемещения ее имеют место).

Рассматриваем далее действие ударной нагрузки, создающей относительно большой импульс, почему можно ограничиться изучением лишь собственных упругих продольных колебаний призмы. Учтем наличие на верхнем конце призмы массы фундамента m_m ; в связи с этим введем силу инерции фундамента I_m .

Как установлено экспериментальными и теоретическими исследованиями, в динамических быстро протекающих процессах перемещения основания можно вычислять, применяя гипотезу Винклера. Нетрудно показать, что использование схемы упругого полупространства (E_{np}) и гипотезы Винклера в ряде случаев приводят к одинаковым результатам, несмотря на некоторое упрощение модели грунтового основания в случае использования метода коэффициента постели.

Как было показано выше, имеется определенная связь между коэффициентом постели C и модулем деформации. Но применение метода коэффициента постели дает более простое решение задачи для высоты колеблющейся грунтовой призмы, величина которой совпадает с ее значением, полученным экспериментально Виксне [7].

Будем изучать продольные упругие колебания грунтовой призмы $ABCD$, вызванные действием импульсивной нагрузки от фундамента по сечению AB . В результате этого воздействия сечение AB , в центре которого помещаем начало координат призмы грунта, получает начальное продольное перемещение u_{0t} и начальную скорость v_{0t} .

Продольное перемещение в произвольном сечении и относительное укорочение на расстоянии x от начального сечения обозначим соответственно через u_{xt} и ε_{xt} , а погонную массу призмы грунта — через $\bar{m}_{rp} = \bar{m}_v F$, где \bar{m}_v — масса единицы объема, F — площадь сечения призмы. Будем считать, что импульсивная нагрузка, при-

ложенная к поверхности грунта, вызывает колебания только этой призмы, и сил трения по ее боковым поверхностям AC и BD не возникает.

В действительности в колебательный процесс вовлекается тело переменного сечения и линии AC и BD наклонены к горизонту на угол $\alpha \neq 90^\circ$. Колебания упругой призмы от действия импульсивной нагрузки описываются известным дифференциальным уравнением продольных колебаний [43]:

$$\frac{\partial^2 u_{xt}}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u_{xt}}{\partial x^2}, \quad (6.3)$$

где

$$a^2 = \frac{E_{np} F}{m_{rp}}; \quad (6.4)$$

a — скорость распространения упругой волны деформации в грунте.

Общий интеграл этого дифференциального уравнения [43], § 54) имеет вид:

$$u_{xi} = \sum_{i=0}^{i=\infty} u_{xi} \sin(\omega_i t + \lambda_i), \quad (6.5)$$

где

$$u_{xi} = u_{0i} \cos k_i x + \frac{\varepsilon_{0i}}{k_i} \sin k_i x; \quad (6.6)$$

u_{xi} — продольное перемещение колебаний в i -й главной форме (зависящее только от x);

ε_{0i} — начальное перемещение и начальное относительное укорочение;

k_i — коэффициент частоты i -й главной формы

$$k_i = \omega_i \sqrt{\frac{\bar{m}_{rp}}{E_{np} F}} (1/m), \quad (6.7)$$

ω_i — i -я круговая частота продольных колебаний призмы (1/сек);

λ_i — начальная фаза.

Относительное укорочение в i -й главной форме

$$\varepsilon_{xi} = \frac{\partial u_{xi}}{\partial x} = -u_{0i} k_i \sin k_i x + \varepsilon_{0i} \cos k_i x. \quad (6.8)$$

Границные условия для призмы будут следующие: при $x = h$ в месте защемления призмы $u_{h,t} = 0$; при $x = 0$ перемещение в общем случае не равно нулю. Имея в виду, что от фундамента в верхнее сечение призмы в установившемся процессе (после дей-

ствия импульса) передается сила инерции I_m ; при $x = 0$ можно написать:

$$u_{0t} = \frac{I_m}{FC}, \quad (6.9)$$

где C — коэффициент упругого сжатия грунта в $\text{кг}/\text{см}^3$.

Иначе, с помощью модуля деформации, принимая во внимание лишь динамический эффект, то же перемещение можно представить так:

$$u_{0t} = \frac{I_m}{E_{np}F} h. \quad (6.10)$$

Приравняв (6.9) и (6.10), получим:

$$\frac{I_m}{CF} = \frac{I_m}{E_{np}F} h,$$

откуда высота колеблющейся призмы грунта

$$h = \frac{E_{np}}{C}. \quad (6.11)$$

То же решение получено иным путем Виксне [7].

Конечно, в действительности высота h является функцией времени и, следовательно, переменной величиной. Однако для технических расчетов формула (6.11) дает достаточно точные результаты при правильном выборе коэффициентов, характеризующих упругие свойства грунта. Начальные условия во времени сформулируем так: при $t = 0$

$$\left. \begin{array}{l} u_{0,0} = u_0; \\ \frac{\partial u}{\partial t}(0,0) = v_0; \\ u(x,0) = 0; \quad \frac{\partial u}{\partial t}(x,0) = 0; \quad x > 0. \end{array} \right\} \quad (6.12)$$

Для получения первого приближения возьмем в общем интеграле (6.5) лишь первый член разложения u_{xt} в ряд Фурье, соответствующий низшей основной частоте собственных колебаний призмы. Находим для перемещения:

$$u_{xt} \approx \left(u_0 \cos kx + \frac{\varepsilon_0}{k} \sin kx \right) \sin(\omega t + \lambda); \quad (6.13)$$

для относительной деформации:

$$\varepsilon_{xt} = (-u_0 k \sin kx + \varepsilon_0 \cos kx) \sin(\omega t + \lambda); \quad (6.14)$$

для ускорения:

$$\frac{\partial^2 u_{xt}}{\partial t^2} = -\omega^2 \left(u_0 \cos kx + \frac{\varepsilon_0}{k} \sin kx \right) \sin(\omega t + \lambda). \quad (6.15)$$

Использование лишь первого члена разложения по (6.5) для продольного перемещения приводит к выводу, что в начальный момент

перемещения и скорости, за исключением начального сечения, равны нулю, что для грунтовой массы можно считать соответствующим действительности.

Б. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРИСОЕДИНЕННОЙ МАССЫ ГРУНТА

Для простого определения начальной скорости v_0 , динамического эффекта удара и самого общего решения задачи по определению динамических напряжений в грунте при действии любой непериодической нагрузки (в особенности импульсивной) весьма удобным является метод присоединенной массы грунта.

Рассматриваем призму высотой h [определенной по (6.11)] как систему с одной степенью свободы, учитывая распределенность массы по высоте h . Приводим массу грунтовой призмы к месту удара, т. е. к верхнему сечению призмы AB .

Существуют различные способы определения приведенной массы [43]: из условия равенства кинетических энергий или динамических перемещений данной системы с распределенной массой и системы с одной степенью свободы или из условия равенства частот и т. д.

Удобная для расчета формула приведенной массы грунта в данном случае получается из условия равенства динамических перемещений. Считаем, что перемещение сечения AB призмы, вызванное действием всех элементарных инерционных сил dI (рис. 110), распределенных по высоте призмы, равно перемещению от суммы всех элементарных сил инерции присоединенной массы dI_{np} . Для элементарной силы инерции это условие принимает вид:

$$\frac{dI_{np}}{E_{np}F} h = \frac{dI}{E_{np}F} (h - x).$$

Отсюда получаем выражение элементарной приведенной силы инерции:

$$dI_{np} = \left(\frac{h-x}{h} \right) dI, \quad (6.16)$$

где элементарная сила инерции dI представляется через ускорение продольного перемещения и элементарную массу грунтовой призмы:

$$dI = -(\bar{m}_{np} dx) \frac{\partial^2 u_{xt}}{\partial t^2}.$$

Знося это выражение в (6.15), находим для элементарной приведенной силы инерции:

$$dI_{np} = -\bar{m}_{np} \frac{\partial^2 u_{xt}}{\partial t^2} \left(\frac{h-x}{x} \right) dx.$$

Интегрируя обе части этого равенства, вычисляем полную силу инерции присоединенной массы грунта:

$$I_{np} = -\bar{m}_{np} \int_0^h \frac{\partial^2 u_{xt}}{\partial t^2} \left(\frac{h-x}{x} \right) dx. \quad (6.17)$$

Внося выражение для ускорения по (6.15), имеем:

$$I_{np} = m_{np}\omega^2 \int_0^h \left(u_0 \cos kh + \frac{\epsilon_0}{k} \sin kh \right) \frac{h-x}{h} \sin(\omega t + \lambda) dx. \quad (6.18)$$

С другой стороны, I_{np} может быть выражено так:

$$I_{np} = -m_{np} \frac{\partial^2 u_0 t}{\partial t^2} = m_{np}\omega^2 u_0 \sin(\omega t + \lambda), \quad (6.19)$$

где по (6.15)

$$\frac{\partial^2 u_0 t}{\partial t^2} = -\omega^2 u_0 \sin(\omega t + \lambda).$$

Внося (6.19) в (6.18) и проводя в правой части интегрирование, получаем:

$$m_{np}\omega^2 u_0 = \frac{m_{np}\omega^2}{k^2 h} \left[u_0 \left(1 - \cos kh \right) + \epsilon_0 \left(h - \frac{\sin kh}{k} \right) \right].$$

Окончательно для присоединенной массы грунта находим:

$$m_{np} = \frac{m_{np}}{k^2 h} \left[\left(1 - \cos kh \right) + \frac{\epsilon_0}{u_0} \left(h - \frac{\sin kh}{k} \right) \right]. \quad (6.20)$$

Присоединенная масса грунта зависит от отношения начальных параметров деформации призмы $\frac{\epsilon_0}{u_0}$, частоты собственных колебаний ω [коэффициент k , выражаемый по (6.7)], высоты призмы грунта h , определяемой по (6.11), и от физических характеристик грунта E_{np} , C .

Используем теперь граничное условие для призмы, когда, при $x = h$, $u_{xt} = 0$. Согласно (6.13), при $x = h$, имеем:

$$|u_{xt}|_{x=h} = \left(u_0 \cos kh + \frac{\epsilon_0}{k} \sin kh \right) \sin(\omega t + \lambda). \quad (6.21)$$

По начальное условие по (6.12), при $t = 0$, $u_{x,0} = 0$, дает:

$$\left(u_0 \cos kh + \frac{\epsilon_0}{k} \sin kh \right) \sin \lambda = 0,$$

откуда

$$\sin \lambda = 0; \lambda = 0.$$

Вместо (6.21) при $t \neq 0$ получаем:

$$u_{h,t} = \left(u_0 \cos kh + \frac{\epsilon_0}{k} \sin kh \right) \sin \omega t = 0.$$

Так как $\sin \omega t \neq 0$, то

$$u_0 \cos kh + \frac{\epsilon_0}{k} \sin kh = 0,$$

откуда

$$\frac{\epsilon_0}{u_0} = -\frac{k}{\operatorname{tg} kh}. \quad (6.22)$$

Внося отношение (6.22) в (6.20), находим:

$$m_{np} = \frac{m_{np}}{k^2 h} \left(1 - \frac{kh}{\operatorname{tg} kh} \right). \quad (6.23)$$

Мы получили окончательную формулу для определения присоединенной массы грунта при приведении распределенной массы ее в сечению у подошвы фундамента, воспринимающего какую-либо импульсивную нагрузку.

Заметим, что из второго начального во времени условия, при $t = 0$, величина $\frac{\partial u_{0,t}}{\partial t} = v_0$; имеем:

$$\left(u_0 \cos 0 + \frac{\epsilon_0}{k} \sin 0 \right) \omega \cos \lambda = v_0,$$

откуда

$$u_0 = \frac{v_0}{\omega}. \quad (6.24)$$

Зная начальную скорость v_0 , определяемую по величине импульса и общей массе M ($M = m_m + m_{np}$), можно найти по (6.24) начальное перемещение $u_{0,t}$ главной формы. Полное перемещение во времени по (6.13)

$$u_{0,t} = u_0 \sin \omega t, \quad (6.25)$$

скорость

$$v_{0,t} = \frac{\partial u_{0,t}}{\partial t} = u_0 \omega \cos \omega t = v_0 \cos \omega t. \quad (6.26)$$

В. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ЧАСТОТЫ КОЛЕБАНИЙ

Определение коэффициента k , выраженного по (6.7), через частоту ω производим, исходя из граничного условия равновесия в верхнем конце призмы для усилия N_0 под подошвой фундамента.

Силе это должно быть равно и противоположно по направлению силе инерции фундамента, следовательно,

$$N_0 = -I_m. \quad (6.27)$$

Но усилие N_0 выражается через относительное укорочение призмы ϵ_0 :

$$N_0 = E_{np} F \left| \frac{\partial u_{xt}}{\partial x} \right|_{x=0}. \quad (a)$$

Сила инерции массы фундамента

$$I_m = -m_m \left| \frac{\partial^2 u_{xt}}{\partial t^2} \right|_{x=0}. \quad (b)$$

По (6.27) после подстановки (6.14) и (6.15) получаем:

$$E_{np} F \epsilon_0 \sin(\omega t + \lambda) = m_m (-\omega^2 u_0) \sin(\omega t + \lambda).$$

Сокращая на $\sin(\omega t + \lambda)$, имеем:

$$u_0 = -\frac{E_{np}F\epsilon_0}{\omega^2 m_m}, \quad (6.25)$$

Внося выражение для отношения $\frac{\epsilon_0}{u_0}$ по (6.22), находим:

$$\frac{\omega^2 m_m}{E_{np}F} = \frac{k}{\operatorname{tg} kh}. \quad (6.26)$$

Подставляя в (6.26) из (6.7) значение

$$\omega^2 = \frac{k^2 E_{np} F}{m_{rp}},$$

окончательно получаем следующее частотное уравнение:

$$k \operatorname{tg} kh = \frac{\bar{m}_{rp}}{m_m}. \quad (6.30)$$

Здесь k имеет выражение по (6.7) и является искомой величиной; h определяется по (6.11);

\bar{m}_{rp} — погонная масса призмы грунта; $\bar{m}_{rp} = \bar{m}_v F$, где \bar{m}_v — объемная масса грунта; $\bar{m}_v = \frac{1}{g} \gamma_{rp}$;

m_m — масса фундамента.

Таким образом, для решения задачи о присоединенной массе грунта сначала решаем частотное уравнение (6.30) и находим коэффициент $k = \omega \sqrt{\frac{\bar{m}_{rp}}{E_{np}F}}$. Затем по формуле (6.23) вычисляем величину присоединенной массы m_{np} грунта.

Результаты подсчетов по этой формуле для случая широких фундаментов очень близки к результатам, полученным Шехтером [57] для случая цилиндрического фундамента. Более общий случай для схемы конусного грунтового массива рассмотрен в работе Любимова [24].

Если на поверхности основания нет фундамента, масса $m_m = 0$ и из зависимости (6.30) имеем:

$$\operatorname{tg} kh = \infty,$$

откуда

$$kh = \frac{\pi}{2}(2n - 1), \quad (6.31)$$

где $n = 1, 2, 3, 4, \dots$

Следовательно, $kh = \frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi, \frac{5}{2}\pi, \dots$ Для первой формы колебаний в этом случае имеем наименьшее значение kh :

$$kh = \frac{\pi}{2}; k^2 = \frac{\pi^2}{4h^2} = \frac{\omega^2 m_{rp}}{E_{np}F}. \quad (6.32)$$

Квадрат частоты

$$\omega^2 = \frac{\pi^2 E_{np} F}{4m_{rp} h^2}. \quad (6.33)$$

Как видно, получено решение, совпадающее с точным решением собственных продольных колебаний стержня с защемленным нижним концом при распределенности его массы по длине (см. [43], 55).

Приведенная масса грунта при отсутствии фундамента по формуле (6.23) будет:

$$m_{np} = \frac{4\bar{m}_{rp}h}{\pi^2} = 0,405 \bar{m}_{rp}h, \quad (b)$$

что точно совпадает со значением приведенной массы стержня с защемлением внизу для низшей формы колебаний.

§ 46. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ И НАПРЯЖЕНИЙ В ГРУНТЕ ПРИ ДЕЙСТВИИ НАГРУЗКИ

А. ДЕЙСТВИЕ НЕПЕРИОДИЧЕСКОЙ НАГРУЗКИ

Пусть на поверхности грунта действует равномерно распределенная нагрузка

$$q_t = q_0 + q'_0 \frac{t}{1!} + q''_0 \frac{t^2}{2!} + \dots + q^{(n)}_0 \frac{t^n}{n!}$$

в начальный момент приложен равномерно распределенный мгновенный импульс интенсивностью $s_0 \text{ т. сек}^2/\text{м}$ (рис. 111).

Так как задача сводится нами к рассмотрению стержня с одной степенью свободы (сосредоточенной массой m_{np} на верхнем конце), то решение для перемещения u_{0t} находим, интегрируя обыкновенное дифференциальное уравнение:

$$u''_{0t} + \omega^2 u_{0t} = \frac{P_t}{m_n} = \frac{q_t F}{m_n}, \quad (6.34)$$

$$\omega^2 = \frac{1}{\delta m_n} = \frac{CF}{m_n};$$

$$m_n = m_m + m_{np}.$$

Здесь C — коэффициент постели.

Интегрируя это дифференциальное уравнение и принимая начальные условия, при $t = 0$, $u_{0t} = 0$, $v_0 = \frac{s_0 F}{m_n}$, где $s_0 F$ — сосредо-

точечный мгновенный начальный импульс, получаем следующее обобщенное выражение для u_{0t} по [44]:

$$u_{0t} = \frac{F}{m_n} \left[S_0 \frac{\sin \omega t}{\omega} + q_0 \frac{(1 - \cos \omega t)}{\omega^2} + q'_0 \left(\frac{\omega t - \sin \omega t}{\omega^3} \right) + \dots + q^{(n)} \int_0^{t(n)} \left(\frac{1 - \cos \omega t}{\omega^2} \right) dt \right], \quad (6.35)$$

где m_n — общая масса системы (фундамент + грунтовая масса

$$m_n = m_m + m_{rp};$$

F — площадь поперечного сечения грунтовой призмы;
 $\int_0^{t(n)} \left(\frac{1 - \cos \omega t}{\omega^2} \right) dt$ — n -кратный интеграл от 0 до t функции $\left(\frac{1 - \cos \omega t}{\omega^2} \right)$.

При действии только начального импульса

$$u_{0t} = \frac{F}{m_n} S_0 \frac{\sin \omega t}{\omega}. \quad (6.36)$$

При действии импульса и внезапно приложенной нагрузки (схематичное представление удара груза)

$$u_{0t} = \frac{F}{m_n} \left[S_0 \frac{\sin \omega t}{\omega} + q_0 \frac{(1 - \cos \omega t)}{\omega^2} \right]. \quad (6.37)$$

При действии линейно изменяющейся нагрузки (рис. 112)

$$q_t = q_0 - \frac{q_0}{\tau} t, \quad (6.38)$$

где τ — время действия ударной нагрузки.

Полагая, что $t \leq \tau$ (если τ меньше $\frac{2\pi}{\omega}$), имеем

$$u_{0t} = \frac{q_0 F}{m_n \omega^2} \left[(1 - \cos \omega t) - \frac{\omega t - \sin \omega t}{\omega t} \right]. \quad (6.39)$$

Если ωt достаточно велико, можно принять, что максимум будет в момент $t_0 = \frac{\pi}{\omega}$,

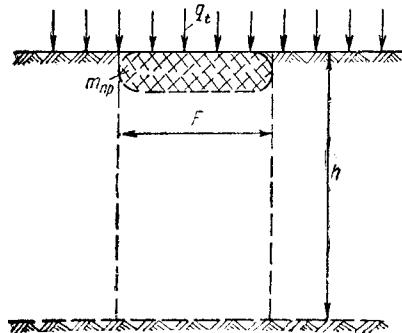


Рис. 111

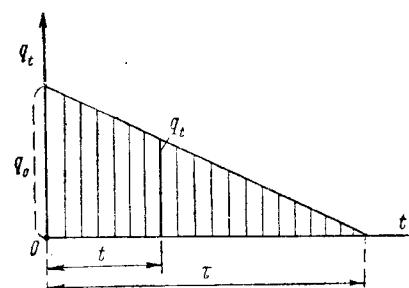


Рис. 112

тогда

$$u_{0t, \max} = \frac{q_0 F}{m_n \omega^2} \left(2 - \frac{\pi}{\omega \tau} \right), \quad (6.40)$$

т.е. $m_n \omega^2 = \frac{E_{np} F}{h}$. Окончательно вместо (6.40), учитывая (6.11), получаем:

$$u_{0t, \max} = \frac{q_0 h}{E_{np}} \left(2 - \frac{\pi}{\omega \tau} \right) = \frac{q_0}{C} \left(2 - \frac{\pi}{\omega \tau} \right). \quad (6.41)$$

В формулах (6.39) — (6.41) выражение в скобках при множителях $q_0 F / m_n \omega^2$ или $\frac{q_0}{C}$ представляет собой полный динамический коэффициент по отношению к действующей нагрузке q_0 . Таким образом, вместо (6.41) можно записать:

$$u_{0t, \max} = u_{0, \text{ст}} \Psi_{\text{дин}}, \quad (6.42)$$

$$\Psi_{\text{дин}} = 2 - \frac{\pi}{\omega \tau}. \quad (6.43)$$

Динамические напряжения в верхнем сечении призмы находим так обычно:

$$\sigma_{\text{дин}} = \sigma_{\text{ст}} \Psi_{\text{дин}}. \quad (6.44)$$

Распределение перемещений, относительных деформаций и напряжений по глубине следует законам:

$$\left. \begin{aligned} u_{xt} &= u_{0t} \cos kx + \frac{\varepsilon_{0t}}{k} \sin kx; \\ \varepsilon_{xt} &= \frac{\sigma_{xt}}{E_{np}} = -u_{0t} k \sin kx + \varepsilon_{0t} \cos kx, \end{aligned} \right\} \quad (6.45)$$

т.е. согласно (6.22)

$$\varepsilon_{0t} = -\frac{k}{\operatorname{tg} kh} u_{0t}. \quad (6.45')$$

Учитывая это значение, получаем:

$$u_{xt} = u_{0t} \left(\cos kx - \frac{\sin kh}{\operatorname{tg} kh} \right).$$

Пример 1. Найти осадку и напряжение под основанием фундамента при внезапном приложении нагрузки (рис. 113).

Даны: $a = b = 18,6 \text{ м}$; $H = 1,43 \text{ м}$; $\gamma_{\text{кл}} = 2,2 \text{ т/м}^3$; грунт — песок с характеристиками: $E = 365 \text{ кг/см}^2$; $\mu = 0,42$; $\omega = 15,7$; $w_p = 14$; $\tau = 18$.

Нагрузка меняется по линейному закону (рис. 112), причем $q_0 = 10 \text{ т/м}^2$; $\tau = 0,314 \text{ сек}$. Объемный вес грунта $\gamma_{rp} = 1,6 \text{ т/м}^3$.

Решение. Вес фундамента $Q = 10800 \text{ т}$. По (6.2)

$$E = E \frac{1 - \mu}{1 - \mu - 2\mu^2} = 365 \left(\frac{1 - 0,42}{1 - 0,42 - 2 \cdot 0,176} \right) = 931 \text{ кг/см}^2 = 9310 \text{ т/м}^2.$$

Находим действительное напряжение от веса фундамента и от нагрузки q_0 :

$$p = \frac{\gamma_{\text{кл}} FH}{F} + q_0 = 2,2 \cdot 1,43 + 10 = 13,146 \text{ м/м}^2 = 1,315 \text{ кг/см}^2,$$

где $F = 346 \text{ м}^2$.

По формуле Савинова при $p_0 = 0,2 \text{ кг/см}^2$

$$C = C_0 \left[1 + \frac{2(a+b)}{F} \right] \sqrt{\frac{p}{p_0}} = 2,5 \left[1 + \frac{9,3}{43} \right] \sqrt{\frac{1,315}{0,2}} = 7,22 \text{ кг/см}^3 = 7220 \text{ м/м}^3,$$

где $C_0 = 2,5 \text{ кг/см}^3$ взят по данным § 26 в соответствии со значением $B = \frac{15,7 - 14}{18} = 0,1$.

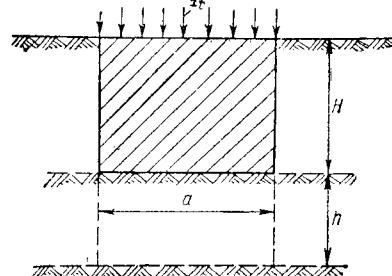


Рис. 113.

Высота призмы по (6.11)

$$h = \frac{E_{\text{пр}}}{C} = \frac{9310}{7220} = 1,29 \text{ м.}$$

Погонная масса грунта

$$\bar{m}_{\text{гр}} = \bar{m}_v F = 0,163 \cdot 346 = 56,4 \text{ м} \cdot \text{сек}^2/\text{м}^2.$$

Масса фундамента

$$m_m = \frac{Q}{g} = 1101 \text{ м} \cdot \text{сек}^2 \cdot \text{м.}$$

Решая частотное уравнение (6.30)

$$k \operatorname{tg} k h = \frac{56,4}{1101} = 0,05123 \text{ 1/м,}$$

получаем:

$$k = 0,198; kh = 0,255.$$

По формуле (6.23) находим приведенную массу грунта:

$$m_{\text{пр}} = \frac{56,4}{0,039 \cdot 1,29} \left(1 - \frac{0,255}{0,261} \right) = 27,0 \text{ м} \cdot \text{сек}^2/\text{м.}$$

Общая масса системы

$$m_{\text{п}} = m_{\text{пр}} + m_m = 1128 \text{ м} \cdot \text{сек}^2/\text{м.}$$

Частота колебаний

$$\omega = \sqrt{\frac{CF}{m_{\text{п}}} = \sqrt{\frac{7220 \cdot 346}{1128}} = 47 \text{ 1/сек.}}$$

Динамический коэффициент по формуле (6.43) при $\tau = 0,314 \text{ сек}$

$$\psi_{\text{дин}} = 2 - \frac{3,14}{47 \cdot 0,314} = 1,98.$$

Среднее напряжение в основании

$$p_{\text{дин}} = p \psi_{\text{дин}} = 1,315 \cdot 1,98 = 2,604 \text{ кг/см}^2.$$

Осадка под фундаментом только от динамической нагрузки

$$u_{0t, \text{дин}} = \frac{q_0}{C} \psi_{\text{дин}} = \frac{10 \cdot 1,98}{7220} 100 = 0,3 \text{ см.}$$

Б. УДАРНОЕ ДЕЙСТВИЕ МАССИВНОЙ ТРАМБОВКИ ПО ОСНОВАНИЮ

Зная величину присоединенной массы грунта $m_{\text{пр}}$, массу падающей трамбовки $m_m = \frac{P}{g}$ (где P — вес груза), площадь передачи давления от трамбовки F , высоту падения трамбовки H , легко определить по схеме продольного удара от падающего на упругий стержень груза динамическое напряжение в основании.

По известной из теории удара формуле [43] получаем:

$$\sigma_{\text{дин}} = \sigma_{\text{ст}} \left[1 + \sqrt{1 + \frac{2Hm_m}{y_{\text{ст}}(m_m + m_{\text{пр}})}} \right], \quad (6.46)$$

где $y_{\text{ст}}$ — статическое укорочение свободного конца призмы высотой h от действия силы P .

При больших импульсах, упрощая формулу (6.46), получаем:

$$\sigma_{\text{дин}} = \sigma_{\text{ст}} \sqrt{\frac{2Hm_m}{y_{\text{ст}}(m_m + m_{\text{пр}})}} = \sigma_{\text{ст}} \Psi_{\text{дин}}. \quad (6.47)$$

Динамическая осадка

$$u_{0, \text{дин}} = y_{\text{ст}} \Psi_{\text{дин}} = \frac{P}{CF} \Psi_{\text{дин}}. \quad (6.48)$$

Пример 2. Найти динамическое напряжение и осадку в основании, возникающие при ударе о поверхность его трамбовки весом $P = 3,95 \text{ т}$, массой $m_m = 0,403 \text{ т} \cdot \text{сек}^2/\text{м}$ при площади передачи давления $F = 3,14 \text{ м}^2$. Высота падения трамбовки $H = 1 \text{ м}$.

Данные:

$$E = 10000 \text{ м/сек}^2, C = 5000 \text{ м/сек}^3, \gamma_{\text{гр}} = 1,6 \text{ т/м}^3;$$

$$\mu = 0,3; \bar{m}_v = 0,163 \text{ т} \cdot \text{сек}^2/\text{м}.$$

Решение. Приведенный модуль

$$E_{\text{пр}} = E \frac{1 - \mu}{1 - \mu - 2\mu^2} = 1,35 \cdot 10^4 \text{ м/сек}^2.$$

Высота призмы грунта

$$h = \frac{E_{\text{пр}}}{C} = \frac{1,35 \cdot 10^4}{5000} = 2,7 \text{ м.}$$

Погонная масса грунта

$$\bar{m}_{\text{гр}} = \bar{m}_v F = 0,512 \text{ т} \cdot \text{сек}^2/\text{м}^2.$$

Частотное уравнение

$$k \operatorname{tg} 2,7 k = \frac{0,512}{0,403} = 1,27,$$

находя

$$k = 0,455; k^2 = 0,207, kh = 1,228; \operatorname{tg} kh = 2,80.$$

Приведенная масса грунта по формуле (6.23)

$$m_{\text{пр}} = \frac{0,512}{0,207 \cdot 2,7} \left(1,0 - \frac{1,228}{2,80} \right) = 0,513.$$

Отношение масс

$$\frac{m_m}{m_m + m_{np}} = \frac{0,403}{0,403 + 0,513} = 0,44.$$

Статическое укорочение и статическое напряжение

$$y_{st} = \frac{P}{CF} = \frac{3,950 \cdot 100}{5000 \cdot 3,14} = 0,025 \text{ см};$$

$$\sigma_{st} = \frac{P}{F} = \frac{3950}{3,14 \cdot 10^4} = 0,126 \text{ кг/см}^2.$$

Динамический коэффициент по формуле (6.47)

$$\Psi_{din} = \sqrt{\frac{2H}{y_{st}}} \cdot \frac{m_m}{m_m + m_{np}} = \sqrt{\frac{200}{0,025}} \cdot 0,44 = 59,3.$$

Динамические осадка и напряжение у основания

$$u_{0, max} = y_{st} \Psi_{din} = 0,025 \cdot 59,3 = 1,483 \text{ см};$$

$$\sigma_{0, max} = \sigma_{st} \Psi_{din} = 0,126 \cdot 59,3 = 7,47 \text{ кг/см}^2.$$

Заметим, что наибольшее напряжение σ_{max} и осадка u_{max} оказываются не у самого основания, а на глубине от поверхности [согласно второму выражению (6.45)].

§ 47. ТОЧКА ПРИЛОЖЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКОГО БОКОВОГО ДАВЛЕНИЯ ГРУНТА

Точку приложения динамического бокового давления, возникающего от действия нагрузки на поверхности, можно определить по центру тяжести эпюры интенсивности $p = \frac{dE_{ay}}{dy}$, выражение для которой было дано в § 43. Однако ускорения Δ_x'' и a'' также зависят от плеча действия силы E_a , т. е. от h_E . Величина плеча h_E силы E_a заранее неизвестна; поэтому для определения ее приходится применять способ последовательных приближений.

Рассмотрим следующий прием определения плеча действия динамического бокового давления h_E . В первом приближении точку приложения силы E_a находим по эпюре динамических вертикальных напряжений σ_x в грунтовой призме у стенки. Так как горизонтальные нормальные напряжения пропорциональны вертикальным напряжениям, то по графику изменения σ_x по высоте стенки можно найти и точку приложения силы E_a . Но σ_x пропорционально осевому усилию в грунтовой призме N_{xt} , которое в свою очередь выражается через относительную деформацию ε_{xt} :

$$N_{xt} = E_{np} F \varepsilon_{xt},$$

где E_{np} — приведенный модуль деформации грунта.

Таким образом, по точке приложения эпюры относительных деформаций ε_{xt} , распределенных по высоте призмы при ее динамических перемещениях u_{xt} , можно определить точку приложения активного давления грунта E_a .

Для схемы грунтовой призмы, приведенной к системе с одной степенью свободы, динамическое перемещение u_x в нормальной форме колебаний [$\sin(\omega t + \lambda) = 1$] по (6.45)

$$u_x = u_0 \left(\cos kx - \frac{\sin kh}{\operatorname{tg} kh} \right), \quad (6.49)$$

где u_0 — начальное перемещение; k определяется из уравнения частот:

$$k \operatorname{tg} kh = \frac{m_{np}}{m_m}, \quad (6.50)$$

где $h = \frac{E_{np}}{C}$ — высота призмы до сечения с нулевым значением u_x ;

m_{np} — погонная масса грунта;

m_m — масса фундамента (или трамбовки, падающей на поверхность грунта).

По (6.49)

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u_x}{\partial x} = -u_0 k \left(\sin kx + \frac{\cos kh}{\operatorname{tg} kh} \right) = -u_0 k f(x), \quad (6.51)$$

где

$$f(x) = \sin kx + \frac{\cos kh}{\operatorname{tg} kh}. \quad (6.52)$$

По центру тяжести эпюры $f(x)$ и определяется точка приложения E_a .

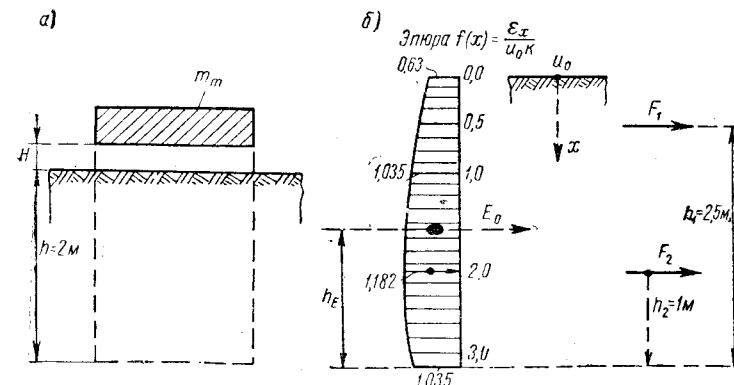


Рис. 114

Пример. Пусть уравнение частот для грунтовой призмы в соответствии с данными примера расчета бокового давления грунта на действие распределенного мгновенного импульса s_0 (см. § 44) будет:

$$k \operatorname{tg} 2k = 0,8, \quad (a)$$

где высота призмы $h = 2 \text{ м}$ (рис. 114, a).

Решение уравнения (a):

$$k = 0,504; kh = 1,008.$$

По (6.52) вычисляем ординаты $f(x)$, представленные на эпюре рис. 114, б.
При $x = 0$

$$f(x) = \frac{1}{\operatorname{tg} kh} = 0,63.$$

По эпюре $f(x)$ находим площади ее участков (первый участок — от $x = 0$ до $x = 1$ м с площадью F_1 ; второй участок — от $x = 1$ м до $x = 3$ м с площадью F_2), затем обычным путем вычисляем h_E :

$$E_a h_E = F_1 h_1 + F_2 h_2.$$

Таким путем найдем плюсю динамического давления по вертикальной грани грунтовой призмы $h_E = 1,35$ м. В примерах гл. V h_E принималось в соответствии с этим значением. Характерно, что определение h_E по данному динамическому приему на основе применения теории вертикальных колебаний грунтовой призмы совпадает с решением, данным в свое время Герсевановым [9].

§ 48. ДИНАМИЧЕСКАЯ ОСАДКА ФУНДАМЕНТОВ, НЕСУЩИХ БАЛОЧНЫЙ РОСТВЕРК, ПРИ УДАРЕ

А. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ПО РАСЧЕТУ НА УДАР РОСТВЕРКА С ФУНДАМЕНТАМИ

Рассмотрим решение задачи по расчету на удар сложной системы перекрестных балок — ростверка, опертого на колонны K , которые поддерживаются массивными фундаментами Φ (рис. 115). На

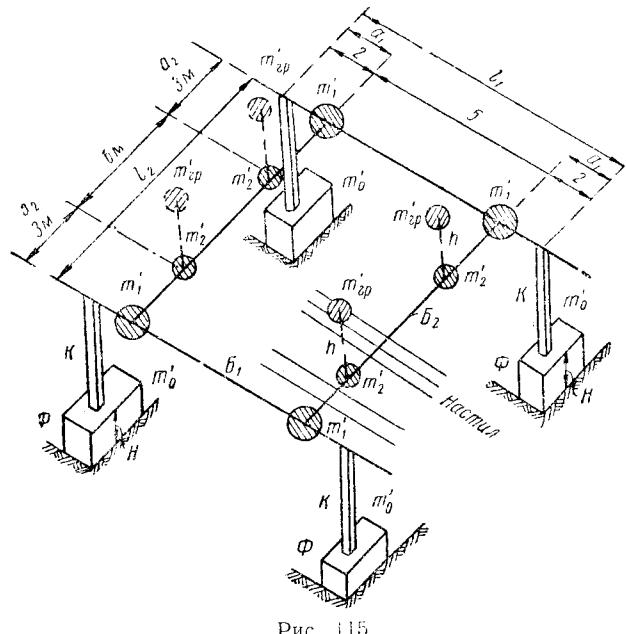


Рис. 115

колонны K оперты продольные разрезные балки B_1 пролетом l_1 , которые на расстояниях a_1 поддерживают поперечные балки B_2 пролетом l_2 . На поперечных балках уложен металлический настил,

на который со специального продольного транспортера, расположенного над балками B_1 , сбрасываются грузы (бревна): $P_{\text{гр}} = 2m'_{\text{гр}}g = 1,5$ т с высоты $h = 1,45$ м. Фундаменты весом 52 т, высотой $H = 4,35$ м с основанием 3 · 2 м заложены в песчаном грунте с коэффициентом постели $C = 5000 \text{ т/м}^3$.

Определение динамической осадки оснований под фундаментами при одновременном ударе падающих грузов во всех точках с массами m'_2 поперечных балок B_2 представляет собой весьма сложную задачу, которую решаем приближенно.

1. Рассматриваем неупругий удар, предполагая, что падающие грузы после удара получают совместные с балками B_2 перемещения.

2. Предполагаем, что во всех секциях, окруженных колоннами, одновременно и строго в местах расположения масс m'_2 падают восемь грузов $P_{\text{гр}}$ массами $2m'_{\text{гр}}$ каждый. Тогда на средний фундамент приходится давление от двух грузов $2P_{\text{гр}}$ и для расчета может быть выделен один фундамент с колонной и примыкающие к нему продольные и поперечные балки по полу-пролету в каждую сторону (рис. 116). В этом случае при рассмотрении симметричных колебаний и загружении всех секций балочного ростверка получим наибольшие динамические перемещения фундаментов. Распределенные по длине массы балок заменяем точечными «приведенными» массами. Приведенные массы балок B_2 , воспринимающих удар после настила, располагаем в местах удара на расстояниях a_2 от продольных балок. Эти массы обозначены на рис. 115 через m'_2 .

Заметим, что наличие упругого настила существенно снижает эффект удара; однако для простоты расчета будем пренебречь упругостью настила. Приведенные массы продольных балок B_1 величиной m'_1 считаем расположенными в местах опирания поперечных балок B_2 на продольные; балки ростверка и колонны — железобетонные. Учитываем изгиб балок, а колонны вес которых $P_k = 6,2$ т) и фундаменты считаем абсолютно жесткими.

При рассмотрении колебаний фундаментов пренебрегаем в первом приближении приведенной массой грунта, а также влиянием сил трения по боковой поверхности фундамента (глубиной

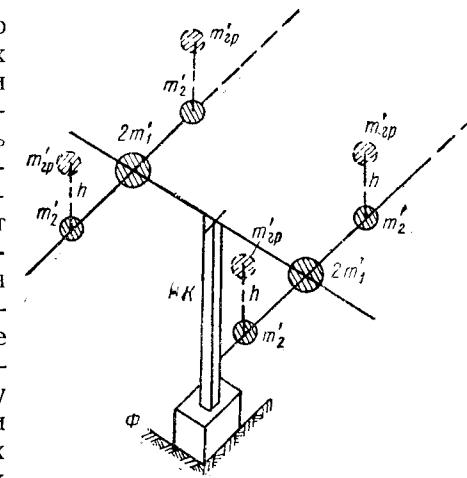


Рис. 116

$H = 4,35 \text{ м}$). Учет указанных факторов приведет к значительному снижению тех амплитуд колебаний, которые получены в излагаемом расчете.

На основе введенных положений при наличии симметричных колебаний получаем систему с тремя степенями свободы: первая степень — вертикальное перемещение массы m_2' балки B_2 , вторая степень — вертикальное перемещение массы m_1' балки B_1 , третья степень — вертикальное перемещение фундамента с колонной массой m_0 .

В качестве обобщенной расчетной схемы для анализа колебаний данной сложной конструкции выбираем схему по рис. 117, где m_0 — масса фундамента с колонной; $m_1 = 4m_1'$ — массы продольных балок, приходящиеся на один фундамент (рис. 116); m_2 — общая масса поперечных балок с настилом и падающими грузами.

Для m_2 на основании рассмотрения конструкции системы и вида загружения имеем:

$$m_2 = 4m_2' + m_n + 2m_{rp}, \quad (a)$$

где m_2' — точечная приведенная масса поперечной балки в месте удара;

m_n — масса настила;

m_{rp} — масса падающего груза.

Через c_0 , c_1 и c_2 обозначены так называемые коэффициенты жесткости: c_0 — коэффициент жесткости упругого грунтового основания, равный $c_0 = Cab = 5000 \cdot 3 \cdot 2 = 3 \cdot 10^4 \text{ м}/\text{м}$; c_1 — коэффициент жесткости балок B_1 , определяемый по прогибу y_1' продольной балки пролетом l_1 от «единичной» нагрузки в виде двух грузов $P = \frac{1}{2}$, приложенных на расстояниях $a_1 = 2 \text{ м}$, (рис. 115); c_2 — коэффициент жесткости балок B_2 , определяемый по прогибу y_2' поперечной балки пролетом l_2 от «единичной» нагрузки $P = \frac{1}{2}$, приложенных на расстояниях $a_2 = 3 \text{ м}$. Ниже будут приведены значения c_1 и c_2 .

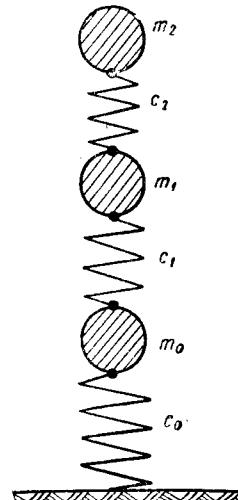


Рис. 117

б. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКОГО ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ФУНДАМЕНТА ДЛЯ СИСТЕМЫ С ТРЕМЯ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ

Обозначив в соответствии со схемой рис. 117 через y_0 вертикальное динамическое перемещение массы m_0 , y_1 — вертикальное перемещение массы m_1 , y_2 — вертикальное перемещение массы m_2 и применяя метод сил [43], получим следующие

дифференциальные уравнения движения масс m_0 , m_1 и m_2 соответственно:

$$\left. \begin{aligned} \delta_{00}m_0\ddot{y}_0 + \delta_{01}m_1\ddot{y}_1 + \delta_{02}m_2\ddot{y}_2 + y_0 &= 0; \\ \delta_{10}m_0\ddot{y}_0 + \delta_{11}m_1\ddot{y}_1 + \delta_{12}m_2\ddot{y}_2 + y_1 &= 0; \\ \delta_{20}m_0\ddot{y}_0 + \delta_{21}m_1\ddot{y}_1 + \delta_{22}m_2\ddot{y}_2 + y_2 &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (6.53)$$

где δ_{ik} — единичные перемещения;

\dot{y}_i — ускорение массы m_i ;

y_i — полное динамическое перемещение этой массы.

Частные решения (6.53):

$$\left. \begin{aligned} y_{0i} &= y_0^0 \sin(\omega t + \lambda); \\ y_{1i} &= y_1^0 \sin(\omega t + \lambda); \\ y_{2i} &= y_2^0 \sin(\omega t + \lambda), \end{aligned} \right\} \quad (6.54)$$

где y_0^0 , y_1^0 , y_2^0 — амплитуды отклонений.

Внося решения (6.54) в (6.53), после сокращения на $\sin(\omega t + \lambda)$ находим:

$$\left. \begin{aligned} (\delta_{00}m_0\omega^2 - 1)y_0^0 + \delta_{01}m_1\omega^2y_1^0 + \delta_{02}m_2\omega^2y_2^0 &= 0; \\ \delta_{10}m_0\omega^2y_0^0 + (\delta_{11}m_1\omega^2 - 1)y_1^0 + \delta_{12}m_2\omega^2y_2^0 &= 0; \\ \delta_{20}m_0\omega^2y_0^0 + \delta_{21}m_1\omega^2y_1^0 + (\delta_{22}m_2\omega^2 - 1)y_2^0 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Этические от нуля амплитуды получаются, если общий определитель этой системы равен нулю:

$$D = \begin{vmatrix} (\delta_{00}m_0\omega^2 - 1), & \delta_{01}m_1\omega^2, & \delta_{02}m_2\omega^2 \\ \delta_{10}m_0\omega^2, & (\delta_{11}m_1\omega^2 - 1), & \delta_{12}m_2\omega^2 \\ \delta_{20}m_0\omega^2, & \delta_{21}m_1\omega^2, & (\delta_{22}m_2\omega^2 - 1) \end{vmatrix} = 0. \quad (6.55)$$

Остановимся на значениях единичных перемещений δ_{ik} , вычисления которых проводим по схеме рис. 117.

Очевидно,

$$\delta_{00} = \frac{1}{c_0}. \quad (b)$$

При приложении к массе m_0 силы, равной единице, такие же перемещения получают массы m_1 и m_2 , т. е.

$$\delta_{10} = \delta_{20} = \delta_{00}. \quad (g)$$

Если единичная сила действует на массу m_1 , то масса m_0 перемещается так же, как если бы эта сила была приложена непосредственно, т. е.

$$\delta_{01} = \delta_{00}. \quad (d)$$

Перемещения δ_{11} и δ_{21} будут зависеть от сжатия пружин жесткостью c_1 и c_0 , т. е.

$$\delta_{11} = \delta_{21} = \frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_0}. \quad (e)$$

Если единичная сила приложена к массе m_2 , то

$$\delta_{22} = \frac{1}{c_2} + \frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_0}, \quad (\text{ж})$$

а побочные перемещения

$$\delta_{02} = \delta_{00}; \quad \delta_{12} = \delta_{11} = \frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_0}. \quad (3)$$

Таким образом, все единичные перемещения найдены. Введя обозначения

$$\left. \begin{array}{l} B_1 = \delta_{00}m_0 = \delta_{10}m_0 = \delta_{20}m_0; \\ B_2 = \delta_{01}m_1; \quad B_3 = \delta_{02}m_2; \\ B_4 = \delta_{11}m_1 = \delta_{21}m_1; \\ B_5 = \delta_{12}m_2; \quad B_6 = \delta_{22}m_2, \end{array} \right\} \quad (\text{и})$$

получаем уравнение частот (6.55) в форме:

$$\begin{aligned} & (B_1B_4B_6 + B_1B_2B_5 - B_1B_2B_6 - B_1B_4B_5)\omega^6 + \\ & + (B_1B_3 + B_1B_2 + B_4B_5 - B_1B_6 - B_4B_6)\omega^4 + \\ & + (B_1 + B_4 + B_6)\omega^2 - 1 = 0. \end{aligned} \quad (6.56)$$

Это частотное уравнение — кубическое относительно ω^2 и имеет три вещественных корня — ω_1^2 , ω_2^2 и ω_3^2 , найдя которые получим три частоты колебаний.

Общее решение системы дифференциальных уравнений (6.53) при действии мгновенной импульсивной нагрузки

$$\left. \begin{array}{l} y_0 = a_1 \sin(\omega_1 t + \lambda_1) + a_2 \sin(\omega_2 t + \lambda_2) + a_3 \sin(\omega_3 t + \lambda_3); \\ y_1 = \rho_{11}a_1 \sin(\omega_1 t + \lambda_1) + \rho_{12}a_2 \sin(\omega_2 t + \lambda_2) + \rho_{13}a_3 \sin(\omega_3 t + \lambda_3); \\ y_2 = \rho_{21}a_1 \sin(\omega_1 t + \lambda_1) + \rho_{22}a_2 \sin(\omega_2 t + \lambda_2) + \rho_{23}a_3 \sin(\omega_3 t + \lambda_3), \end{array} \right\} \quad (6.57)$$

где a_1 , a_2 , a_3 — амплитуды колебаний для y_0 соответственно частотам ω_1 , ω_2 и ω_3 ;

ρ_{1i} и ρ_{2i} — коэффициенты главных форм колебаний (соотношения между амплитудами y_1^0 , y_2^0 и y_3^0).

Используя обозначения (и), запишем систему уравнений (б) так:

$$\left. \begin{array}{l} (B_1\omega^2 - 1)y_0^0 + B_2\omega^2y_1^0 + B_3\omega^2y_2^0 = 0; \\ B_1\omega^2y_0^0 + (B_4\omega^2 - 1)y_1^0 + B_5\omega^2y_3^0 = 0; \\ B_1\omega^2y_0^0 + B_4\omega^2y_1^0 + (B_6\omega^2 - 1)y_2^0 = 0. \end{array} \right\} \quad (6.58)$$

Вычитая из второго уравнения (6.58) третье, получаем:

$$(B_4\omega^2 - 1 - B_6\omega^2)y_1^0 + (B_5\omega^2 - B_6\omega^2 + 1)y_3^0 = 0,$$

или

$$y_1^0 = y_3^0 [(B_5 - B_6)\omega^2 + 1]. \quad (\text{k})$$

Внося это выражение (к) для y_1^0 в первое уравнение (6.58), имеем:

$$(B_1\omega^2 - 1)y_0^0 + \{B_2\omega^2 [(B_3 - B_6)\omega^2 + 1] + B_3\omega^2\}y_2^0 = 0,$$

откуда

$$\rho_{2i} = \frac{y_2^0}{y_0^0} = \frac{1 - B_1\omega^2}{B_2\omega^2 [(B_3 - B_6)\omega^2 + 1] + B_3\omega^2}. \quad (6.59)$$

Характеристика ρ_{1i} может быть выражена через (6.59) и (к):

$$\rho_{1i} = \frac{y_1^0}{y_0^0} = \frac{y_2^0}{y_0^0} [(B_5 - B_6)\omega^2 + 1]. \quad (6.60)$$

Зная амплитуду для y_0^0 , соответствующую каждой из трех частот (ω_1 , ω_2 , ω_3), по (6.59) и (6.60) находим амплитуды перемещений y_1^0 и y_2^0 .

Вычисление постоянных a_1 , a_2 , a_3 , λ_1 , λ_2 и λ_3 , которые входят в общее решение (6.57), производим, принимая нижеследующие начальные условия. Полагаем, что в начальный момент времени все отклонения и скорости масс m_0 и m_1 равны нулю, а скорость массы m_2 поперечной балки v_{20} , по которой наносится удар, отлична от нуля. Эту скорость находим из условия постоянства количества движения. К моменту удара скорость падения груза P_{rp} равна:

$$v_0 = \sqrt{2gh}.$$

Количество движения для двух грузов

$$v_0 2m_{rp}.$$

Количество движения массы m_2

$$m_2 v_{20}.$$

Из равенства количеств движений

$$v_{20} = \frac{2v_0 m_{rp}}{m_2}. \quad (6.61)$$

Начальные условия при $t = 0$:

$$\begin{aligned} y_0 &= 0; \quad y_1 = 0; \quad y_2 = 0; \\ v_{00} &= 0; \quad v_{10} = 0; \quad v_{20} = \frac{2v_0 m_{rp}}{m_2}. \end{aligned}$$

Первые три условия дают:

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0.$$

Из остальных трех условий, применяя выражения (6.57), получаем:

$$\left. \begin{array}{l} a_1\omega_1 + a_2\omega_2 + a_3\omega_3 = 0; \\ \rho_{11}a_1\omega_1 + \rho_{12}a_2\omega_2 + \rho_{13}a_3\omega_3 = 0; \\ \rho_{21}a_1\omega_1 + \rho_{22}a_2\omega_2 + \rho_{23}a_3\omega_3 = v_{20}. \end{array} \right\} \quad (6.62)$$

Зная частоты, легко из (6.62) найдем амплитуды с помощью определителей. Так, для a_1 , a_2 , a_3 получаем:

$$a_1 = \frac{D_1}{D_0}; \quad a_2 = \frac{D_2}{D_0}; \quad a_3 = \frac{D_3}{D_0}, \quad (6.63)$$

где D_0 — общий определитель системы уравнений (6.62), а D_1 , D_2 , D_3 — определители, которые получаются из общего определителя D_0 заменой столбцов коэффициентов при неизвестных — столбцов свободных членов.

Пример. Найти динамическую осадку фундаментов, поддерживающих балочный железобетонный ростверк, при одновременном ударе по всем четырем секциям, окружающим колонны (рис. 115). Веса падающих грузов $P_{\text{гр}} = 1,5 \text{ т}$; высота падения $h = 1,45 \text{ м}$; вес фундамента 52 т ; вес колонны $6,2 \text{ т}$; вес продольной балки $B_1 = 10,8 \text{ т}$; вес поперечной балки $B_2 = 14,4 \text{ т}$; вес настила $P_{\text{н}} = 4,53 \text{ т}$. Пролеты: продольной балки $l_1 = 9 \text{ м}$, ($a_1 = 2 \text{ м}$), поперечной балки $l_2 = 12 \text{ м}$ ($a_2 = 3 \text{ м}$). Жесткости продольной и поперечной балок: $EI_1 = EI_2 = 3,92 \cdot 10^5 \text{ тм}^2$.

Решение. Находим массы:

$$\begin{aligned} m_{\text{гр}} &= \frac{1,5}{9,81} = 0,153 \text{ т} \cdot \text{сек}^2/\text{м}; \quad m'_0 = \frac{52}{9,81} = 5,30 \text{ т} \cdot \text{сек}^2/\text{м}; \\ m_{\text{н}} &= \frac{4,53}{9,81} = 0,46 \text{ т} \cdot \text{сек}^2/\text{м}; \quad m_{\text{к}} = \frac{6,2}{9,81} = 0,63 \text{ т} \cdot \text{сек}^2/\text{м}; \\ m'_1 &= 0,493 \cdot \frac{14,4}{9,81} = 0,725 \text{ т} \cdot \text{сек}^2/\text{м}; \quad \bar{m}_2 = 0,1225 \text{ т} \cdot \text{сек}^2/\text{м}^2; \\ m'_1 &= 0,591 \cdot \frac{10,8}{9,81} = 0,65 \text{ т} \cdot \text{сек}^2/\text{м}; \quad \bar{m}_1 = 0,1221 \text{ т} \cdot \text{сек}^2/\text{м}^2, \end{aligned}$$

где $0,493$ и $0,521$ — коэффициенты приведения масс m'_1 и m'_1 .

Для поперечной и продольной балок, рассматривая систему с двумя точечными массами, находим:

$$m'_i = \frac{6l_i^4 \bar{m}_i}{\pi^4 a_i^2 (3l - 4a_i)}.$$

Для поперечной балки

$$m'_2 = \frac{48}{\pi^4} m_2 l_2 = 0,493 \bar{m}_2 l_2.$$

Для продольной балки

$$m'_1 = \frac{6 \cdot 9^3}{\pi^4 \cdot 2^2 \cdot 19} m_1 l_1 = 0,591 \bar{m}_1 l_1.$$

Общая масса опоры

$$m_0 = m'_0 + m_{\text{к}} = 5,3 + 0,63 = 5,93 \text{ т} \cdot \text{сек}^2/\text{м}.$$

Массы m_1 и m_2 (рис. 117)

$$m_1 = 4 m'_1 = 4 \cdot 0,65 = 2,6 \text{ т} \cdot \text{сек}^2/\text{м};$$

$$m_2 = 4 m'_2 + 2 m_{\text{гр}} = 4 \cdot 0,725 + 0,46 + 2 \cdot 0,153 = 3,67 \text{ т} \cdot \text{сек}^2/\text{м}.$$

Коэффициенты жесткости по их обратным величинам

$$\begin{aligned} \frac{1}{c_0} &= y'_0 = \frac{1}{5000 \cdot 3 \cdot 2} = \frac{1}{3 \cdot 10^4} \text{ м}/\text{м}; \\ \frac{1}{c_1} &= y'_1 = \frac{\frac{1}{2} a_1^2 (3l_1 - 4a_1)}{6EI_1} = 0,161 \cdot 10^{-4} \text{ м}/\text{м}; \\ \frac{1}{c_2} &= y'_2 = \frac{9 \cdot 24}{12 \cdot 3,92 \cdot 10^5} = 0,459 \cdot 10^{-4} \text{ м}/\text{м}. \end{aligned}$$

Отсюда

$$\begin{aligned} c_0 &= 3 \cdot 10^4 \text{ м}/\text{м}; \quad c_1 = 6,2 \cdot 10^4 \text{ м}/\text{м}; \\ c_2 &= 2,18 \cdot 10^4 \text{ м}/\text{м}. \end{aligned}$$

По формулам (в) — (з) находим единичные перемещения:

$$\begin{aligned} \delta_{00} &= 3,33 \cdot 10^{-5}; \quad \delta_{10} = \delta_{01} = 3,33 \cdot 10^{-5}; \\ \delta_{20} &= \delta_{02} = 3,33 \cdot 10^{-5}; \quad \delta_{11} = \delta_{12} = \delta_{21} = 4,94 \cdot 10^{-5}; \\ &\delta_{22} = 9,53 \cdot 10^{-5}. \end{aligned}$$

Определяем коэффициенты B_i :

$$\begin{aligned} B_1 &= 19,8; \quad B_2 = 8,66; \quad B_3 = 12,2; \\ B_4 &= 12,85; \quad B_5 = 18,10; \quad B_6 = 34,9. \end{aligned}$$

Частотное уравнение по (6.56)

$$1390 \omega^6 - 847 \omega^4 + 67,6 \omega^2 - 1 = 0,$$

при этом ω^2 увеличено в 10^5 раз.

Решая это уравнение, находим частоты:

$$\begin{aligned} \omega_1 &= 38,8 \text{ 1/сек}; \\ \omega_2 &= 86,6 \text{ 1/сек}; \\ \omega_3 &= 228 \text{ 1/сек}. \end{aligned}$$

Теперь по формулам (6.59) и (6.60) вычисляем характеристики форм:

для ω_1

$$\rho_{21} = 2,51; \quad \rho_{11} = 1,88;$$

для ω_2

$$\rho_{22} = -0,65; \quad \rho_{12} = 0,169;$$

для ω_3

$$\rho_{23} = 0,328; \quad \rho_{13} = -2,52.$$

Находим начальные скорости v_0 и по (6.61) v_{20} :

$$\begin{aligned} v_0 &= \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 1,45} = 5,33 \text{ м/сек}; \\ v_{20} &= \frac{2v_0 m_{\text{гр}}}{m_2} = \frac{5,33 \cdot 3}{9,81 \cdot 3,67} = 0,444 \text{ м/сек}. \end{aligned}$$

Действительная скорость v_{20} будет меньше, так как следовало бы учесть и влияние масс m_1 и m_0 .

Для определения амплитуд колебаний пользуемся системой уравнений (6.62):

$$\begin{aligned} \omega_1 a_1 + \omega_2 a_2 + \omega_3 a_3 &= 0; \\ 1,88 \omega_1 a_1 + 0,169 \omega_2 a_2 - 2,52 \omega_3 a_3 &= 0; \\ 2,51 \omega_1 a_1 - 0,65 \omega_2 a_2 + 0,328 \omega_3 a_3 &= 0,444, \end{aligned}$$

откуда находим по (6.63):

$$\begin{aligned} a_1 &= 0,00303; \\ a_2 &= -0,00222; \\ a_3 &= -0,00033. \end{aligned}$$

Окончательно получаем следующие уравнения движения масс фундамента m_0 , балок B_1 и B_2 :

$$y_0 = 0,00303 \sin 38,8 t - 0,00222 \sin 86,6 t - 0,00033 \sin 228 t; \quad (e)$$

$$y_1 = 0,0057 \sin 38,8 t - 0,00038 \sin 86,6 t + 0,00083 \sin 228 t;$$

$$y_2 = 0,00761 \sin 38,8 t + 0,00144 \sin 86,6 t - 0,00011 \sin 228 t.$$

Строим графики каждого члена правой части для y_0 : для первой, второй и третьей частот (рис. 118). Периоды колебаний: $T_1 = 0,162$ сек; $T_2 = 0,073$ сек; $T_3 = 0,028$ сек.

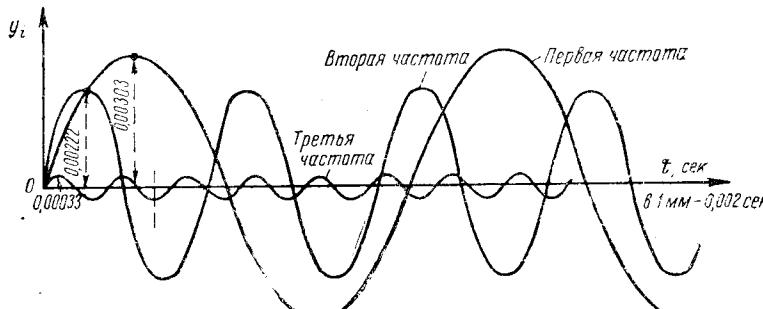


Рис. 118

$T_3 = 0,028$ сек. Отсюда максимальное вертикальное перемещение фундамента от удара при $t = 0,048$ сек будет:

$$y_{0, \max} = 0,00303 \sin 1,86 - 0,00222 \sin 4,16 - 0,00033 \sin 10,94 = 0,0029 + \\ + 0,0019 + 0,0003 = 0,0051 \text{ мм} = 5,1 \text{ мкм}.$$

Динамическое давление на грунтовое основание

$$Q_{\text{дин}} = c_0 y_{0, \max} = 3 \cdot 10^4 \cdot 0,0051 = 153 \text{ т.}$$

Динамическое напряжение

$$\sigma_{\text{дин}} = \frac{Q_{\text{дин}}}{F} = \frac{153 \cdot 10^3}{300 \cdot 200} = 2,55 \text{ кг/см}^2.$$

В действительности динамическая осадка фундамента будет меньше, чем полученная (предельная), так как не учтена инерция грунтового основания и преувеличена начальная скорость.

Заметим, что возможно было бы ограничиться расчетом по схеме системы с двумя степенями свободы.

В. ВЛИЯНИЕ ПОВОРОТА ФУНДАМЕНТОВ НА ЛИНЕЙНОЕ СМЕЩЕНИЕ РАМЫ

Часто применяются новые конструкции заводских перекрытий в виде ряда параллельно стоящих рам (рис. 119, a), связанных по верху стоек узкими плитами, которые рассчитываются на тормозные силы от кранов как балки на упругих опорах. Упругими опорами являются рамы, коэффициент жесткости которых с необходимо определить по единичному перемещению δ :

$$c = \frac{1}{\delta}.$$

Задача сводится к определению «единичного» перемещения ригеля рамы при шарнирной связи стоек с ригелем. Стойки обычно упруго защемлены (учитывается поворот фундаментов).

Дадим способ расчета данной рамной конструкции с упругоповорачивающимися фундаментами. Момент, действующий на узел i

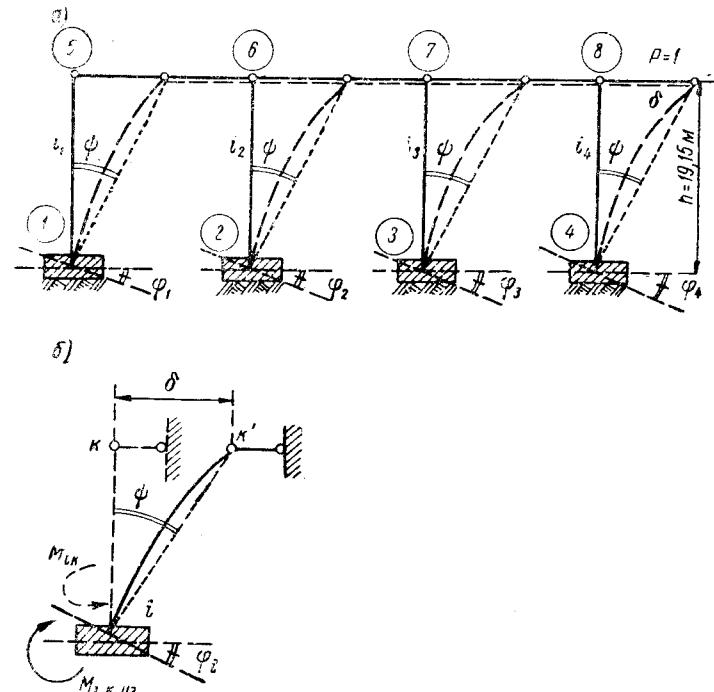


Рис. 119

при повороте защемления на угол ϕ_i и повороте хорды изогнутой линии стержня на угол ψ (рис. 119, б), будет:

$$M_{ik} = -3i_{ik}\phi_i + 3i_{ik}\psi. \quad (m)$$

Условие равновесия фундамента

$$M_{ik,yz} = M_{oc}, \quad (n)$$

где M_{oc} — момент, действующий со стороны основания,

$$M_{oc} = r_i \phi_i. \quad (o)$$

Здесь r_i — коэффициент «моментной» осадки фундамента;

$$r_i = I_{i\Phi} C_\phi, \quad (p)$$

где $I_{i\Phi}$ — момент инерции сечения фундамента относительно оси поворота;

C_ϕ — коэффициент неравномерного сжатия грунта ($C_\phi = 2C$,
 C — коэффициент равномерного сжатия грунта).

Пусть имеется трехпролетная рама по типу заводского перекрытия, стойки которого различной жесткости. Тогда согласно (n) запишем основные уравнения равновесия фундаментов:

$$\left. \begin{aligned} M_1 &= -3i_1\varphi_1 + 3i_1\psi = r_1\varphi_1; \\ M_2 &= -3i_2\varphi_2 + 3i_2\psi = r_2\varphi_2; \\ M_3 &= -3i_3\varphi_3 + 3i_3\psi = r_3\varphi_3; \\ M_4 &= -3i_4\varphi_4 + 3i_4\psi = r_4\varphi_4. \end{aligned} \right\} \quad (6.64)$$

Отсюда получаем выражения для углов поворота фундаментов φ_i через угол смещения:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1 &= \frac{3i_1}{3i_1 + r_1} \psi; \\ \dots &\dots \dots \dots \\ \varphi_4 &= \frac{3i_4}{3i_4 + r_4} \psi. \end{aligned} \right\} \quad (6.65)$$

Таким образом, все углы поворота узлов выражаются через один угол смещения.

Для отыскания угла $\psi = \frac{\delta}{h}$ составляем одно условие равновесия шарнирной схемы рамы в форме суммы работ концевых моментов и нагрузки $P = 1$ на виртуальных перемещениях, полагая углы $\varphi = 1$:

$$1 \cdot h - M_1 - M_2 - M_3 - M_4 = 0,$$

или, принимая во внимание (6.64),

$$1 \cdot h - (r_1\varphi_1 + r_2\varphi_2 + r_3\varphi_3 + r_4\varphi_4) = 0. \quad (\text{p})$$

Подставляя сюда выражения для углов поворота узлов по (6.65), имеем угол смещений

$$\psi = \frac{\delta}{h} = \frac{h}{3 \left(\frac{i_1}{3i_1 + r_1} + \frac{i_2}{3i_2 + r_2} + \frac{i_3}{3i_3 + r_3} + \frac{i_4}{3i_4 + r_4} \right)}. \quad (\text{c})$$

Окончательно сдвиг ригеля от $P = 1$

$$\delta = \frac{h^2}{3 \sum_{n=1}^4 \frac{i_n}{3i_n + r_n}}. \quad (6.66)$$

Получена формула для линейного смещения ригеля рамы от действия горизонтальной силы $P = 1$.

Пример. Пусть высота рамы

$$h = 18,15 \text{ м};$$

моменты инерции стоек

$$\begin{aligned} I_1 &= 0,1716 \text{ м}^4; I_2 = 0,391 \text{ м}^4; \\ I_3 &= 0,391 \text{ м}^4; I_4 = 0,1716 \text{ м}^4; \end{aligned}$$

моменты инерции сечений фундаментов

$$\begin{aligned} I_{1\Phi} &= 111,9 \text{ м}^4; I_{2\Phi} = I_{3\Phi} = 95,3 \text{ м}^4; \\ I_{4\Phi} &= 37,7 \text{ м}^4; \end{aligned}$$

логонные жесткости стоек

$$i_1 = 0,321 \cdot 10^5; i_2 = i_3 = 0,73 \cdot 10^5; i_4 = 0,321 \cdot 10^5.$$

Грунт — песок, для которого при $C = 4500 \text{ м}/\text{м}^3$

$$C_\phi = 9000 \text{ м}/\text{м}^3.$$

Тогда

$$r_1 = 10,07 \cdot 10^5 \text{ м} \cdot \text{м}; r_2 = r_3 = 8,56 \cdot 10^5 \text{ м} \cdot \text{м}; r_4 = 3,39 \cdot 10^5 \text{ м} \cdot \text{м}.$$

Внося эти значения в (6.66), получаем:

$$\delta = 0,55 \text{ мм.}$$

ГЛАВА СЕДЬМАЯ
ТЕОРИЯ И РАСЧЕТ ТОНКИХ СТЕНОК И СВАЙ
НА ДЕЙСТВИЕ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ СИЛ

§ 49. РАСЧЕТ АБСОЛЮТНО ЖЕСТКОЙ ТОНКОЙ СТЕНКИ
НА ГОРИЗОНТАЛЬНУЮ СИЛУ ПО СПОСОБУ ПРЕДЕЛЬНОГО СОСТОЯНИЯ

А. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Большое практическое значение имеет совершенствование методов расчета шпунтовых стенок и свай на горизонтальную нагрузку. Во многих гидротехнических и мостовых сооружениях применяются металлические шпунты с глубоким заложением в грунт, воспринимающие одностороннее давление грунта или воды. Мостовые опоры часто опираются на деревянные, стальные и железобетонные сваи и подвергаются действию как вертикальной, так и горизонтальной нагрузок. Расчет таких конструкций на горизонтальные силы проводится аналогично расчету высоких подпорных стенок.

Тонкой стенкой называем такую стенку, шириной которой обычно менее $\frac{1}{12}$ высоты h заложения в грунт. При малой толщине стенки и, следовательно, небольшом ее весе устойчивость стенки будет обеспечена моментом сил сопротивления грунта по ее боковым граням; реактивным моментом по основанию в этом случае следует пренебречь.

Рассмотрим сначала достаточно жесткую стенку, заглубленную в относительно слабый грунт по высоте h и подверженную действию горизонтальной силы P , приложенной с плечом H относительно поверхности (рис. 120, а). При определенных соотношениях стенку или сваю можно считать абсолютно жесткой и, следовательно, пренебречь ее искривлением.

В качестве приближенного критерия, указанного В. Г. Березанцевым [6], короткие сваи при отношении глубины забивки h к диаметру δ до 10—12 можно принимать жесткими, а длинные сваи при $\frac{h}{\delta} \geq 10$ следует считать гибкими. Для стенок гибкость их учитываем при $\frac{h}{\delta} \geq 12$. Для длинных свай и шпунтовых стенок искри-

вление их, вызванное деформацией изгиба, имеет весьма существенное влияние на закон распределения реактивного давления грунта, резко отличаясь от Кулонова, что подтверждено многочисленными экспериментальными исследованиями. Рассмотрим сначала жесткую сваю.

Как показывают экспериментальные исследования, при действии горизонтальной силы короткая свая поворачивается как жесткое тело вокруг оси, перпендикулярной плоскости чертежа и про-

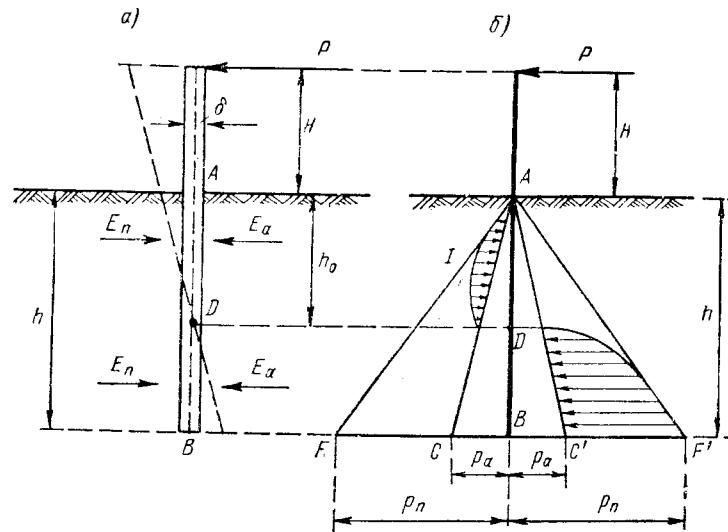


Рис. 120

ходящей через определенную точку D — точку поворота. Расстояние от точки D до поверхности h_0 по Н. В. Лалетину [23]

$$h_0 = \frac{h}{2} \cdot \frac{4n_0 + 3}{3n_0 + 2}, \quad (7.1)$$

где

$$n_0 = \frac{H}{h}. \quad (7.2)$$

При $n_0 = 0$

$$h_0 = \frac{3}{4} h.$$

В действительности (см. пример § 52) нередко h_0 меньше, чем по (7.1). На основе предположения об увеличении коэффициента податливости грунта пропорционально глубине, Н. В. Лалетиным была получена криволинейная эпюра напряжений реакции грунта параболического очертания. И. В. Яропольский [62] определил значе-

ние $h_0 = 0,7 h$ для жестких свай и установил повышение нулевой точки смещений и заметное искривление гибких свай.

Дадим понятие о возможной эпюре смешанного давления на жесткую стенку. Предполагаем, что вследствие значительных перемещений жесткой стенки, вызванных поворотом ее вокруг точки D , на участке AD справа имеет место активное давление, слева — пассивное давление, на участке же DB ниже точки D , наоборот, слева — активное давление, а справа — пассивное. Как

было показано выше, полное пассивное давление создается лишь при значительных перемещениях стенки, сопровождающихся уплотнением грунта в зоне отпора.

Однако, как показывают опыты Разоренова и Гончарова [16], на нижнем конце стенки может быть достигнуто Кулоново пассивное давление. В ряде случаев оно оказывается больше за счет так называемого «внутреннего выпора». На этой основе в приближенном решении строят эпюры AF и AF' — интенсивности пассивного давления и эпюры AC и AC' — интенсивности активного давления (рис. 120, б). На участке AD , переходя от линии AF к линии AC , получаем эпюру смешанного давления слева и аналогично

устанавливаем эпюру смешанного давления справа. В точке D интенсивность реакции грунта должна быть равна нулю. Ординаты эпюр пассивного и активного давлений на глубине h , если стенка вертикальна и трением по ней пренебрегают, равны:

$$\left. \begin{aligned} p_n &= \gamma_{rp} h \operatorname{tg}^2\left(45 + \frac{\rho}{2}\right); \\ p_a &= \gamma_{rp} h \operatorname{tg}^2\left(45 - \frac{\rho}{2}\right). \end{aligned} \right\} \quad (a)$$

Следовательно, ордината CF , определяющая разность интенсивностей пассивного и активного давлений, равна:

$$p_n - p_a = \gamma_{rp} h \left[\operatorname{tg}^2\left(45 + \frac{\rho}{2}\right) - \operatorname{tg}^2\left(45 - \frac{\rho}{2}\right) \right] = mh, \quad (b)$$

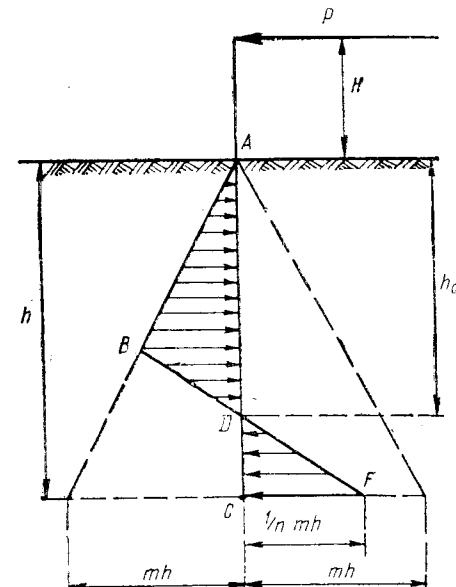


Рис. 121

где коэффициент интенсивности смешанного давления

$$m = \gamma_{rp} \left[\operatorname{tg}^2\left(45 + \frac{\rho}{2}\right) - \operatorname{tg}^2\left(45 - \frac{\rho}{2}\right) \right]. \quad (7.3)$$

По-видимому, впервые предложение о расчете шпунтовой стенки как бесконечно жесткого стержня, поворачивающегося вокруг определенной точки, сделал Якоби [19], который в 1912 г. опубликовал в Петербурге свой метод расчета шпунтовых стенок. Якоби предложил ломаную эпюру распределения напряжений в грунте (рис. 121), причем он полагал, что в верхней части стенки грунт находится в стадии сдвига. Эпюра напряжений в этой части ограничена по Якоби прямой предельных сопротивлений AB , отсекающей на глубине h отрезок mh , где m определяется по (7.3).

По Якоби предполагалось, что напряжение в нижней точке

$$\sigma_c = \frac{1}{n} m < mh,$$

где n — коэффициент запаса.

Как указано выше, даже при эксплуатационных нагрузках это напряжение в действительности может достигать величины Кулонова пассивного давления, т. е.

$$\sigma_c' = \gamma_{rp} h \operatorname{tg}^2\left(45 + \frac{\rho}{2}\right) = \lambda_0 h.$$

Б. КРИВОЛИНЕЙНЫЕ ЭПЮРЫ СОПРОТИВЛЕНИЙ ГРУНТА

Приближенная эпюра интенсивности смешанного давления для стенки изображена на рис. 122, а. Точка поворота D соответствует нулевое значение напряжения и точка перегиба в эпюре прогибов.

На первом участке AB эпюра очерчена по прямой с нижней ординатой у точки B , равной my_1 ; при этом предполагаем, что при остаточном сдвиге грунта его сопротивляемость характеризуется смешанным давлением и $\sigma_{y_1} = my_1$. Второй участок принимается по параболе второй степени, уравнение которой

$$\sigma = my_y - a(y - y_1)^2. \quad (b)$$

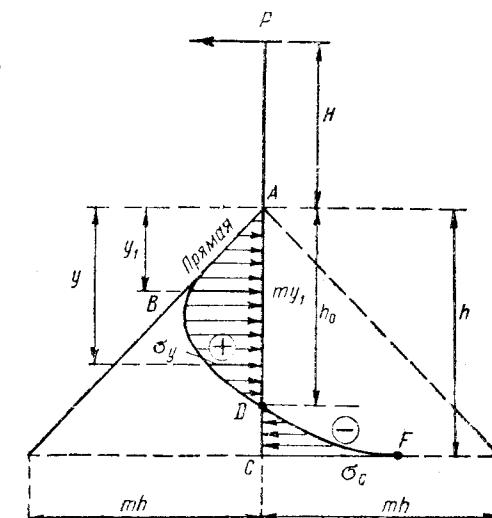


Рис. 122

Параметр a определяется из условия $\sigma_c = -\frac{mh}{n}$, где n — коэффициент запаса.

Если, например, $n = 2$, то

$$a = \frac{3mh}{2(h-y_1)^2}. \quad (\text{г})$$

Таким образом, окончательно на втором участке

$$\sigma_y = m \left[y - \frac{3}{2} h \left(\frac{y-y_1}{h-y_1} \right)^2 \right]; \quad (\text{д})$$

ордината y_1 находится из условия равновесия (см. ниже).

По Лалетину [6] прямая AB для сваи отсекает на глубине h ординату (рис. 122, б)

$$\sigma_h = \lambda_0 h = \gamma_{rp} h \operatorname{tg}^2 \left(45 + \frac{\rho}{2} \right). \quad (\text{е})$$

В отличие от стенки не учитывается активное давление справа. Предельная сила при толщине сваи δ по условию предельного напряжения в грунте

$$P = \frac{\lambda_0 \delta h^2}{3(4n_0 + 3)}, \quad (7.4)$$

где n_0 определяется по (7.2).

При этом рассматривается начало стадии остаточных сдвигов в верхней зоне грунта; угол наклона прямой AB соответствует тангенсу его, равному λ_0 . Полевые опыты Лалетина (1930 г.) подтвердили правильность введения параболической эпюры реактивного давления грунта в верхней части сваи, что соответствует закону увеличения коэффициента податливости грунта с глубиной.

Следует подчеркнуть разницу в расчете сваи и стенки (сплошного ряда свай). Стенка имеет значительную протяженность по сравнению с толщиной ($b > \delta$), между тем как толщина и ширина сваи одинаковые (диаметр $\delta = d$). Для стенки решается плоская задача о давлении грунта, и предельное сопротивление получается в виде разности пассивного и активного давлений. Стенка обладает большей жесткостью, чем свая.

Для сваи рассматривается пространственная задача о сопротивлении грунта в условиях предельного состояния. Считается, что в этом случае на грунт действуют горизонтальные силы в первом приближении не от призмы $ABCDEF$, а от тела в объеме $ABGHED$ (рис. 123). Поэтому для свай коэффициент m определяют не по формуле (7.3), а по выражению

$$m_{cb} = \gamma_{rp} \left[\mu \operatorname{tg}^2 \left(45 + \frac{\rho}{2} \right) - \operatorname{tg}^2 \left(45 - \frac{\rho}{2} \right) \right]. \quad (\text{ж})$$

По Прокофьеву [33]

$$\mu = 1 + \frac{2}{3} \cdot \frac{h}{\delta} \cdot \frac{\operatorname{tg} \rho}{\operatorname{tg} \left(45 + \frac{\rho}{2} \right)}. \quad (3)$$

Как видно, величина поправочного коэффициента μ возрастает с увеличением отношения $\frac{h}{\delta}$.

По Лалетину согласно (е)

$$m_{cb} = \gamma_{rp} \operatorname{tg}^2 \left(45 + \frac{\rho}{2} \right) = \lambda_0.$$

Хаяси [60] предложил отказаться от учета сопротивления грунта по некоторой высоте a — как области значительных сдвигов (a берется от 0,14 до 0,2 h). Чем ниже расположена точка приложения горизонтальной силы P над поверхностью грунта, тем больше a .

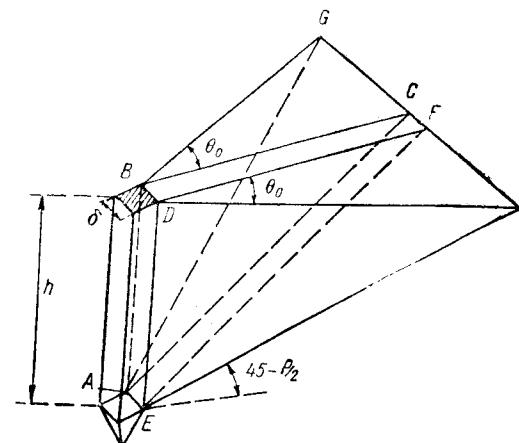


Рис. 123

По Березанцеву [6] принимается параболическая эпюра напряжений в предельном состоянии (рис. 124). Ордината эпюры

$$\sigma = c(y_1 x - x^2), \quad (\text{i})$$

где

$$c = \beta \theta = \frac{12P(3n_0 + 2)}{\delta(h-a)^3}. \quad (\text{k})$$

В формуле (к)

θ — угол поворота сваи относительно точки D ;

δ — толщина ее;

β — коэффициент упругой податливости грунта на глубине 1 м, отсчитанный от нижней зоны границы сдвигов (см. § 52).

По Березанцеву напряжение у нижней точки сваи

$$\sigma_c = \frac{6P}{\delta(h-a)} (2n_0 + 1) (m/m^2).$$

Условие предельного состояния для грунта у нижнего конца сваи представляется в виде равенства σ_c предельному сопротивлению грунта:

$$\sigma_c = e_h = \lambda_h h, \quad (7.5)$$

где для несвязного грунта

$$\lambda_h = \gamma_{rp} \left[\operatorname{tg}^2 \left(45 + \frac{\rho}{2} \right) + \frac{\xi}{\delta} \cdot \frac{\operatorname{tg} \rho}{\operatorname{tg} \left(45 - \frac{\rho}{2} \right)} h \right] \quad (7.6)$$

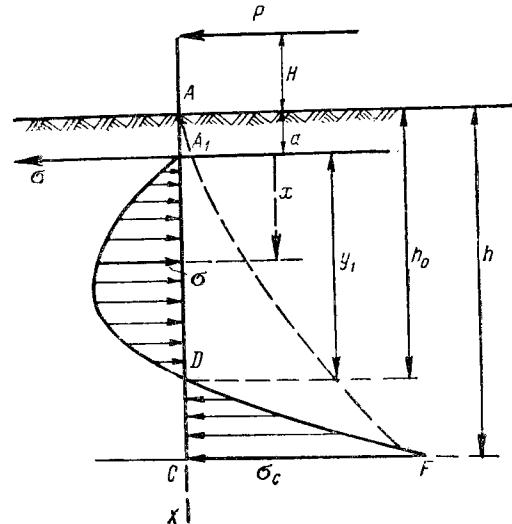


Рис. 124

для точки A_1

$$\lambda_h = \gamma_{rp} \operatorname{tg}^2 \left(45 + \frac{\rho}{2} \right). \quad (M)$$

В формуле (7.6) ξ — коэффициент бокового давления грунта. Предельная горизонтальная сила по Березанцеву

$$P_{\text{пред}} = \frac{\lambda_h \delta h (h - a)}{6(2n_0 + 1)}. \quad (7.6)$$

При этом по [6] отбрасывается влияние уменьшения пассивного давления за счет активного вследствие влияния трения по боковой поверхности сваи.

В приведенном выше решении не изучается пространственная смешанная задача теории упруго-пластической деформации грунтов; имеет место приближенная постановка проблемы. В выра-

жение (л) входит и составляющая, зависящая от давления покоя (наряду с Кулоновым пассивным давлением), что не является достаточно обоснованным при наличии перемещений стенки и грунта.

По Березанцеву предлагается, как и по [60], не учитывать сопротивление верхнего слоя грунта толщиной a , величина которой по [6] принимается:

$$\begin{aligned} \text{при } 0,6 > \frac{H}{h} > 0,2 & a = (0,16 \div 0,18)h; \\ \text{,} & \frac{H}{h} < 0,2 & a = (0,18 \div 0,20)h. \end{aligned}$$

В дальнейшем будем считать, что значение a включено в величину H .

Следует заметить, что существенным недостатком указанных предложений является применение закона сопротивления грунта по Кулону, основанного на игнорировании связи между перемещениями сваи и усилиями, действующими на нее. Нередко [6] в расчет вводят преувеличенное пассивное давление, что имеет некоторое основание при расчете свай. Изложенные выше приемы применимы к жестким сваям, забиваемым на сравнительно небольшую глубину ($\frac{h_0}{\delta} \leq 10$).

При большой глубине забивки сваи в грунт (по ТУПМ-62 не менее 4 м) возникает ее волнообразный изгиб и учет искривления сваи становится необходимым. В этом наиболее важном для практики случае происходит потеря прочности сваи на излом, а не потеря устойчивости по условию достижения предельного напряжения в грунте у низа сваи.

Как показано Голубковым [10], положение нулевой точки D зависит от величины перемещения сваи у поверхности (точка A), причем с увеличением перемещения глубина места заделки, которая считается идентичной координате h_0 , уменьшается.

Заметим, что игнорирование слабого сопротивления грунта по высоте a , предложенное в работе [6], не имеет существенного значения.

При статическом, деформационном и динамическом расчетах тонкой стенки или высокой опоры широко используются наиболее простые по очертанию ломаные эпюры сопротивлений грунта. Динамический расчет высокой опоры при сейсмических колебаниях ее осуществлен Гото и Канета [66] также с помощью ломаной эпюры интенсивности.

§ 50. РАСЧЕТ АБСОЛЮТНО ЖЕСТКОЙ ТОНКОЙ СТЕНКИ ПО СПОСОБУ ЛОМАНОЙ ЭПЮРЫ ДАВЛЕНИЙ ГРУНТА

А. ПОСТРОЕНИЕ ЭПЮРЫ НАПРЯЖЕНИЙ И УСТОЙЧИВОСТЬ СТЕНКИ В ГРУНТОВОЙ СРЕДЕ

Упрощая эпюру сопротивлений грунта, по рис. 124 получаем ломаную эпюру $AKDF$ (рис. 125), применяемую в статических и динамических задачах тонких стенок. Эта эпюра состоит из участка

AB с угловым коэффициентом по Березанцеву λ_0 , определяемым пассивным давлением. Рассматривая предельное состояние грунтовой среды, считаем, что на верхнем участке AB имеет место пластическая зона сдвигов и $\sigma_y = \lambda_0 y$. Второму участку эпюры KDF отвечает упруго-пластическая зона работы грунта, причем в предельном состоянии напряжение у низа стенки σ_C достигает $\lambda_0 h$ или по формуле (л) § 48

$$\sigma_C = \lambda_0 h.$$

Предполагая, что ширина стенки b , горизонтальная сила P и размеры H и h заданы, найдем размер y_1 и напряжение σ_C у низа стенки. Зная y_1 , определим напряжение $\sigma_K = \lambda_0 y_1$ и далее установим расчетную глубину заделки:

$$h_0 = \frac{y_1 + \frac{\sigma_K}{\sigma_C} h}{1 + \frac{\sigma_K}{\sigma_C}}. \quad (a)$$

Рис. 125

Если принять в предельном состоянии $\sigma_C = \lambda_0 h$, то из (а) имеем:

$$h_0 = \frac{2y_1 h}{h + y_1}. \quad (б)$$

Перейдем к решению задачи по отысканию неизвестных y_1 и σ_C . Делим эпюру напряжений $AKFC$ на два треугольника: ACF_1 с нижней ординатой $\lambda_0 h$ и KFF_1 с ординатой $(\lambda_0 h + \sigma_C)$. Далее составляем два условия равновесия стенки (рис. 125):

$$\Sigma X = 0;$$

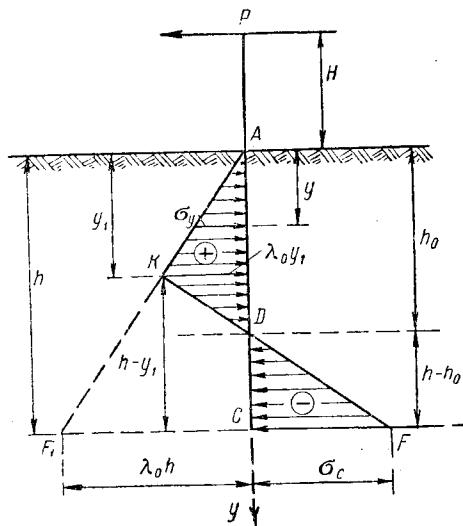
$$\Sigma M_C = 0.$$

Первое условие равновесия запишем так:

$$\frac{b(\lambda_0 h) h}{2} - \frac{b(\lambda_0 h + \sigma_C)}{2} \cdot (h - y_1) = P. \quad (в)$$

Второе условие равновесия имеет вид:

$$\frac{b(\lambda_0 h) h}{2} \cdot \frac{h}{3} - \frac{b(\lambda_0 h + \sigma_C)(h - y_1)^2}{2 \cdot 3} = P(H + h). \quad (г)$$



Из этих двух уравнений легко определить y_1 и σ_C . Из уравнения (в) получаем:

$$y_1 = \frac{b\sigma_C h + 2P}{b(\lambda_0 h + \sigma_C)}. \quad (7.7)$$

Как видно, глубина пластической зоны y_1 зависит от h , P и σ_C . Внося выражение (7.7) для y_1 в уравнение (г), после преобразований имеем:

$$b\lambda_0 h^3 - \frac{(b\lambda_0 h^2 - 2P)^2}{b(\lambda_0 h + \sigma_C)} = 6P(H + h). \quad (7.8)$$

Отсюда, если известны P , H и h , находим напряжение у низа стенки:

$$\sigma_C = \frac{(b\lambda_0 h^2 - 2P)^2}{b[b\lambda_0 h^3 - 6P(H + h)]} - \lambda_0 h. \quad (7.9)$$

По формулам (7.7) и (7.9) определяем y_1 и σ_C при заданных значениях P , H и h . Зная σ_C , вычисляем y_1 по (7.7) и далее h_0 по (б). Если расчет ведется по предельному состоянию устойчивости грунтовой среды у низа стенки, полагаем:

$$\sigma_C = \lambda_0 h. \quad (д)$$

По Березанцеву предельное напряжение

$$\sigma'_C = \lambda_0 h. \quad (е)$$

Внося значение σ_C из (д) в (7.9) и решая полученное уравнение относительно силы P , получаем следующее ее предельное значение:

$$P_{\text{пп}} = -\frac{\lambda_0 b h (2h + 3H)}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\lambda_0^2 b^2 h^2 (2h + 3H)^2 + \lambda_0^2 b^2 h^4}. \quad (7.10)$$

Это решение получено из квадратного уравнения:

$$4P^2 + 4P\lambda_0 b h (2h + 3H) - b^2 \lambda_0^2 h^4 = 0. \quad (7.11)$$

При заданном значении силы P и введении соотношения (д) для напряжения у низа сваи, из (7.11) можно получить h . При условии (д) для y_1 имеем следующую формулу:

$$y_1 = \frac{h}{2} + \frac{P}{b\lambda_0 h}. \quad (7.12)$$

Б. ПОВЕРКА ПРОЧНОСТИ СТЕНКИ. ПРИМЕР РАСЧЕТА СВАИ

Предполагая, что место максимума момента в пределах первого участка AK эпюры напряжений, составляем условие равенства нулю поперечной силы:

$$\frac{b}{2} \lambda_0 y_m^2 - P = 0,$$

откуда

$$y_m = \sqrt{\frac{2P}{\lambda_0 b}}. \quad (7.13)$$

Максимальный момент в этом случае

$$M_{\max} = P(H + y_m) - \frac{b\lambda_0 y_m^3}{6}, \quad (7.14)$$

где b — ширина стенки.

Нередко место максимума момента находится в сечении на участке KF эпюры напряжений. В этом случае условие максимума будет:

$$\frac{b}{2} \lambda_0 y_m^2 - \frac{b\lambda_0 h}{h - y_1} (y_m - y_1)^2 - P = 0. \quad (7.15)$$

Далее вычисляем максимальный момент при $y_m > y_1$. Заметим, что предельная сила $P_{\text{пр}}$ при подстановке значения σ_c по (e) будет заметно выше.

Однако практически $P_{\text{пр}}$, найденная по (e), всегда оказывается выше, чем предельная сила по условию прочности сваи на изгиб. Поэтому достаточно пользоваться (d) и формулой (7.10).

Пример. Требуется определить величины предельных горизонтальных сил по условиям устойчивости сваи и по ее прочности $P_{\text{пр}}$, а также значения y_1 и h_0 , если свая диаметром $d = 24$ см забивается на глубину $h = 4,5$ м в плотный мелкозернистый песок ($\gamma_{\text{fr}} = 1,8 \text{ т/м}^3$, $\rho = 30^\circ$) при высоте точки приложения силы $H = 2$ м. Расчетное сопротивление материала сваи $R = 240 \text{ кг/см}^2$.

Решение. Находим:

$$\lambda_0 = \gamma_{\text{fr}} \operatorname{tg}^2 \left(45 + \frac{\rho}{2} \right) = 1,8 \cdot \operatorname{tg}^2 60^\circ = 5,4 \text{ м/м}^3.$$

Вычисляем:

$$\lambda_0 b h = 5,83 \text{ м/м};$$

$$\lambda_0 b h (2h + 3H) = 5,4 \cdot 0,24 \cdot 4,5 (2 \cdot 4,5 + 3 \cdot 2) = 87,45;$$

$$\lambda_0 b^2 h^4 = 34 \cdot 4,5^2 = 688,5.$$

Предельная сила по условию достижения предельного сопротивления в грунте, т. е. по формуле (7.10),

$$P_{\text{пр}} = -\frac{87,45}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{87,45^2 + 688,5} = 1,925 \text{ м.}$$

Напряжение у низа сваи

$$\sigma_c = \lambda_0 h = 5,4 \cdot 4,5 = 24,3 \text{ м/м}^2.$$

Координата точки перелома эпюры напряжений по (7.12)

$$y_1 = \frac{h}{2} + \frac{P_{\text{пр}}}{b\lambda_0 h} = \frac{4,5}{2} + \frac{1,925}{5,83} = 2,58 \text{ м.}$$

Расстояние от точки поворота (расчетная глубина заделки) по формуле (б)

$$h_0 = \frac{2y_1 h}{h + y_1} = \frac{2 \cdot 2,58 \cdot 4,5}{4,5 + 2,58} = 3,28 \text{ м},$$

отношение $\frac{h_0}{h} = 0,73$,

а по Лалетину при $n_0 = \frac{2}{4,5} = 0,444$

$$\frac{h_0}{h} = 0,72;$$

$$P_{\text{пр}} = 1,83 \text{ м.}$$

Переходим теперь к основной поверхке прочности сваи, момент сопротивления сечения которой

$$W = 1357 \text{ см}^3.$$

По формуле (7.13) координата места максимума момента

$$y_m = \sqrt{\frac{2P}{\lambda_0 b}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,925}{5,4 \cdot 0,24}} = 1,72 \text{ м.}$$

Максимальный момент по (7.14)

$$M_{\max} = P(H + y_m) - \frac{b\lambda_0 y_m^3}{6} = 6,16 \text{ м} \cdot \text{м.}$$

Нормальное напряжение

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W} = \frac{616000}{1357} = 454 \text{ кг/см}^2,$$

что условию прочности материала сваи не удовлетворяет, так как расчетное сопротивление $R = 240 \text{ кг/см}^2$.

Принимая линейную связь между моментом и силой, получаем предельную силу по условию прочности:

$$P_{\text{из}} = \frac{R}{\sigma_{\max}} P_{\text{пр}} = \frac{240}{454} \cdot 1,925 = 1,02 \text{ м.}$$

При этом изгибающий момент $M_{\text{из}} = 3,26 \text{ м} \cdot \text{м.}$

Таким образом, предельная нагрузка по прочности сваи на изгиб оказывается ниже, чем по условию достижения предельного сопротивления грунта.

Опытами установлено, что расчет гибкой сваи по приведенной методике предельного состояния грунта не отвечает ее действительной работе. Первым шагом является переход к схеме жесткой балки на упругом основании. Расчет сваи как абсолютно жесткого стержня, поворачивающегося вокруг определенной точки и получающего реакцию лишь пассивного давления грунта, неприменим к высоким свайным ростверкам, которые работают как балки на силошном упругом или упруго-пластическом основании (см. § 52—54). В § 51 используется ломаная эпюра давления грунта для решения динамической задачи.

§ 51. ДИНАМИЧЕСКАЯ ЗАДАЧА О КОЛЕБАНИИ ВЫСОКОЙ ОПОРЫ

Рассмотрим колебания поворота опоры, вызванные, например, сейсмическим эффектом. Предполагаем, что колебательное движение высокой опоры (рис. 126, а) происходит в виде перемещений, определяемых поворотом на угол θ , меняющийся во времени. Точка поворота D занимает примерно постоянное положение, что

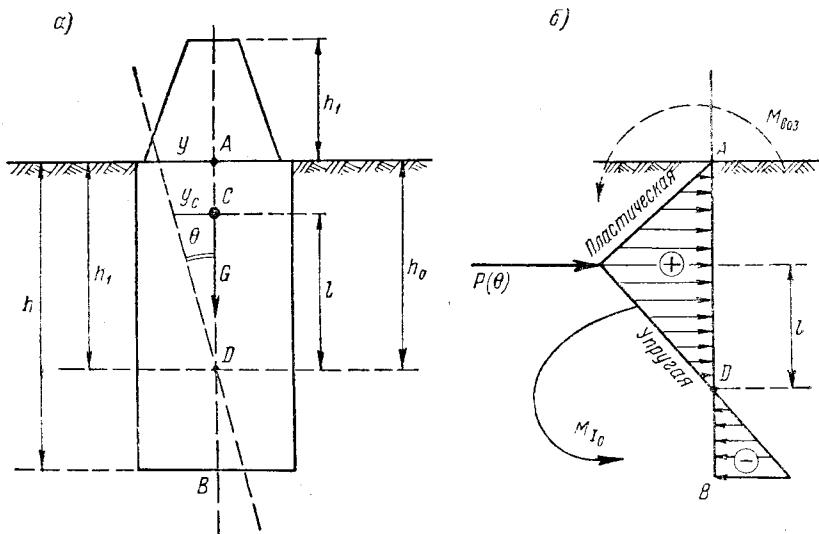


Рис. 126

подтверждается некоторыми опытами на моделях [66]. Тем самым задача сводится к рассмотрению системы с одной степенью свободы.

Эффект силы веса G при повороте незначителен и влиянием момента от силы веса обычно пренебрегают.

Полярный момент инерции массы опоры относительно оси поворота, проходящей через точку D , обозначим I_0 . Момент сил инерции массы опоры при повороте ее на угол $\theta = f(t)$ выразим через угловое ускорение (рис. 126, б):

$$M_{I_0} = -I_0 \frac{d^2\theta}{dt^2}.$$

Восстанавливающим усилием при колебаниях опоры является суммарный момент реактивного сопротивления грунта, определенный в зависимости от значения угла поворота и физических постоянных грунта. Представим этот момент так:

$$M_{\text{вос}} = lP(\theta),$$

где l — плечо восстанавливающей силы (равнодействующей всех сил сопротивления грунта).

В случае землетрясения центр массы m опоры получает ускорение, вызванное смещением $\frac{d^2y_c}{dt^2}$; возмущающий момент, определяющий сейсмический эффект,

$$M_{\text{воз}} = -ml \frac{d^2y_c}{dt^2}.$$

Динамическое условие равновесия опоры будет:

$$M_{I_0} - lP(\theta) + M_{\text{воз}} = 0,$$

или, внося значения M_{I_0} и $M_{\text{воз}}$ и меняя знак на обратный, получим:

$$I_0 \frac{d^2\theta}{dt^2} + lP(\theta) = -ml \frac{d^2y_c}{dt^2}. \quad (7.16)$$

Таково дифференциальное уравнение колебаний поворота высокой опоры от действия землетрясения; при этом центр тяжести опоры получает ускорение перемещения от грунта $\left(\frac{d^2y_c}{dt^2}\right)$.

Приведем уравнение (7.13) к более удобному для вычислений виду, вводя перемещение y поверхности грунта:

$$y = h_1\theta.$$

Тогда вместо (7.13) после умножения на $\frac{h_1}{I_0}$ получаем:

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \frac{lh_1}{I_0} P(\theta) = -\frac{mh_1}{I_0} \cdot \frac{d^2y_c}{dt^2},$$

или

$$\frac{d^2y}{dt^2} + B(y) = -a \frac{d^2y_c}{dt^2} = -ay_c''. \quad (7.17)$$

В этом уравнении не учтено влияние внутреннего трения грунта, а также влияние трения между опорой и основанием, но учтено во втором члене левой части влияние сил сопротивления грунта (затухания) в форме выбора нелинейной зависимости между $P(\theta)$ и углом θ . Такая зависимость для одной мостовой опоры представлена на рис. 127. Для этой опоры коэффициенты уравнения (7.17) будут:

$$\frac{lh_1}{I_0} = 0,0043 \text{ м/м·сек}^2;$$

$$\frac{mh_1}{I_0} = 0,67.$$

Дадим общую форму интегрирования уравнения (7.17) при заданной функции $\frac{d^2y_c}{dt^2}$ и билинейной зависимости для силы сопротивления.

Скорость для поворотных отклонений из (7.17)

$$y' = -p^2 \int_0^t \left[\frac{ay_c''}{p^2} + B(y) \right] dt, \quad (a)$$

перемещение при колебаниях:

$$y = -p^2 \int_0^t \int_0^t \left[\frac{ay_c''}{p^2} + B(y) \right] dt dt, \quad (b)$$

где

$$B(y) = p^2 [y - k(y)]; \quad (b)$$

где $k(y)$ — линейная разность, которая может быть выражена степенной функцией от y выше второго порядка;

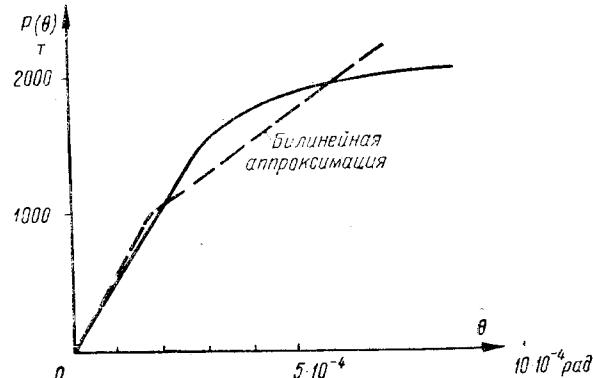


Рис. 127

p^2 — квадрат круговой частоты собственных колебаний системы.

Выражения (a) — (b) являются основой для применения интегрирования с помощью электронного вычислителя. При этом вводится функция

$$y_c'' = a \cos^2 \frac{\pi t}{T}, \quad (g)$$

где a меняется от 1 до $\frac{1}{4}$.

Электронный вычислитель в данном случае по схеме представляет собой электрическую цепь, содержащую потенциометры, интегрирующие усилители, диоды и другие элементы.

§ 52. РАСЧЕТ АБСОЛЮТНО ЖЕСТКОЙ СТЕНКИ КАК БАЛКИ НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ

Эта схема имеет практическое значение при расчете коротких свай и гибкого стержня. Еще в работе [1] свая рассматривалась как гибкая балка на упругом основании, но ввиду сложности решения дифференциального уравнения при переменности коэффициента постели принималось, что этот коэффициент в нижней части длины сваи постоянен, а в верхней части — эпюра интенсивности параболическая. Если интенсивность реакции грунта обозначить через p , то связь между интенсивностью и горизонтальным перемещением точки оси сваи будет:

$$p = -k_x y, \quad (7.18)$$

где k_x — так называемый коэффициент податливости постели,

$$k_x = C_x \cdot b \text{ (кг/см}^2\text{)};$$

C_x — коэффициент упругого сжатия грунта в кг/см^3 ;

b — ширина стенки или диаметр сваи.

Как показывают опытные данные, для глубоких опор, стенок и свай можно принять, что коэффициент C_x увеличивается с глубиной данной точки от поверхности грунта:

$$C_x = \beta x, \quad (7.19)$$

где

$$\beta = \frac{1}{h} C_h. \quad (7.20)$$

Коэффициент C_h берется для $x = h$.

Ниже приведены ориентировочные значения коэффициентов C_h (кг/см^3), помещенные в книге Бугаевой и Зурабова [19]. Эти значения, полученные для свай, забитых на большую глубину — до 8 м, как осредненные величины, приводятся ниже для некоторых видов грунтов:

илы и мелкозернистые пески	20—25
пески средней крупности	20—30
мягкие суглинки	25—35
пески, подстилаемые юрской глиной	30—40
плотные пески и глины, галечник	100—150

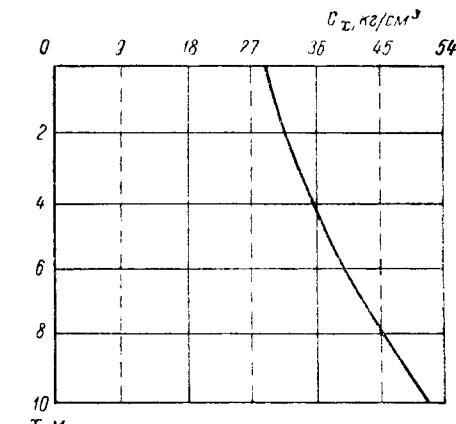


Рис. 128

При расчете коротких свай коэффициент C_x следует принимать по обычным данным для грунтовых оснований.

На рис. 128 представлен график C_x в функции от x , из которого видно, что для суглинистых и песчаных грунтов зависимость (7.19) подтверждается. Этую зависимость и примем в основу расчета жесткой стенки, у поверхности которой приложены известные усилия Q_0 и M_0 (рис. 129, а).

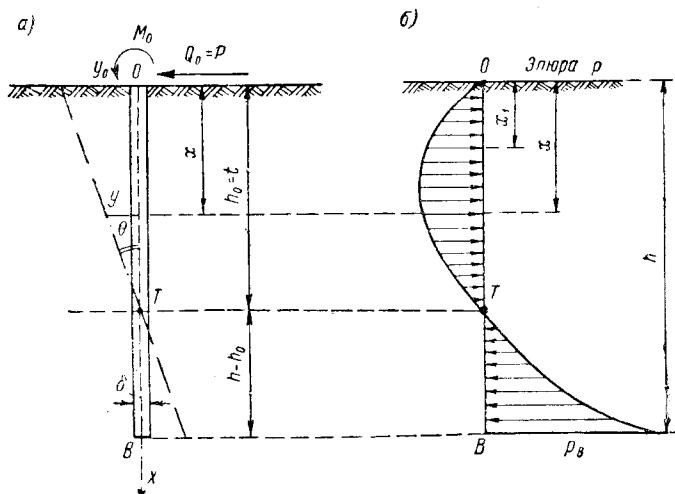


Рис. 129

Зависимость между p и y в окончательном виде:

$$p = -b\beta xy. \quad (7.21)$$

Имеем нелинейную связь между p и y , так как y в свою очередь зависит от x :

$$y = y_0 - \theta x, \quad (7.22)$$

где θ — угол поворота оси жесткой сваи.

Таким образом, вместо (7.21) имеем:

$$p = -b\beta x(y_0 - \theta x), \quad (7.23)$$

или иначе, вводя коэффициент

$$k = C_h b = \beta h b, \quad (a)$$

находим:

$$p = -\frac{k}{h} xy.$$

Внося y , получаем (рис. 129 б):

$$p = -\frac{ky_0}{h} x + \frac{k\theta}{h} x^2. \quad (7.24)$$

Как видно, эпюра интенсивности давления — парабола второй степени.

Применим для решения задачи разработанный нами вариант метода начальных параметров. Составим выражения поперечной силы Q_x и момента M_x для произвольного сечения сваи.

Поперечная сила (положительное направление ее принимаем влево)

$$\begin{aligned} Q_x &= Q_0 + \int_0^x p dx = Q_0 + \int_0^x \left(-\frac{ky_0}{h} x + \frac{k\theta}{h} x^2 \right) dx = \\ &= Q_0 - \frac{ky_0 x^2}{2h} + \frac{k\theta x^3}{3h}. \end{aligned} \quad (7.25)$$

Изгибающий момент (положителен против часовой стрелки)

$$M_x = M_0 + Q_0 x + \int_0^x (p dx_1)(x - x_1),$$

где x_1 — текущая абсцисса, меняющаяся от 0 до x . Или иначе, внося p по (7.24) и интегрируя,

$$\begin{aligned} M_x &= M_0 + Q_0 x + \int_0^x \left(-\frac{ky_0}{h} x_1 + \frac{k\theta}{h} x_1^2 \right) (x - x_1) dx_1 = \\ &= M_0 + Q_0 x - \frac{ky_0 x^3}{6h} + \frac{k\theta x^4}{12h}. \end{aligned} \quad (7.26)$$

Но на конце сваи при $x = h$ поперечная сила и изгибающий момент равны нулю, поэтому вместо (7.25) и (7.26) получаем:

$$\left. \begin{aligned} \frac{ky_0 h}{2} - \frac{k\theta h^2}{3} &= Q_0; \\ \frac{ky_0 h^2}{6} - \frac{k\theta h^3}{12} &= M_0 + Q_0 h. \end{aligned} \right\} \quad (7.27)$$

Решая эти уравнения, находим начальные параметры:

$$ky_0 = \frac{24}{h^2} \left(M_0 + \frac{3}{4} Q_0 h \right); \quad (7.28)$$

$$k\theta h = \frac{12}{h} \left(\frac{3M_0}{h} + 2Q_0 \right). \quad (7.29)$$

По формуле (7.22) определяем горизонтальные перемещения короткой сваи в различных точках. Таким образом, можно установить наибольшее смещение сваи y_0 по (7.28) и проверить ее на жесткость, что невозможно осуществить при игнорировании свойства грунтовой среды как упругого основания.

Зная y_0 и θ , по формулам (7.25) и (7.26) строим эпюры Q_x и M_x и проводим поверку сваи на прочность. Расчет короткой сваи по формулам (7.25) – (7.29) весьма прост, причем перемещения ее y_0 и θ вычисляются непосредственно. Эти формулы можно применить далее для уточненного расчета сваи как стержня, имеющего в верхней части переменный коэффициент постели и эпюру p по уравнению (7.24), а в нижней части — постоянный коэффициент постели k (см. § 53).

Заметим, что чем больше k , тем меньше изгибающий момент в стенке, поэтому следует выбирать наименьшие значения коэффициента постели

$$k = C_h b.$$

Пример. Короткая свая, забитая на глубину $h = 1,9 \text{ м}$, диаметром $d = b = 0,3 \text{ м}$ в мелкозернистый рыхлый песок ($C_h = 3 \text{ кг}/\text{см}^3$), подвергается действию силы $P = 0,2 \text{ т}$ на высоте $H = 2 \text{ м}$.

Найти перемещение у верха сваи, расчетную глубину заделки и проверить сваю на прочность.

Решение. $M_0 = 0,2 \cdot 2 = 0,4 \text{ м} \cdot \text{м}$; $Q_0 = 0,2 \text{ т}$.
По формулам (7.28) и (7.29)

$$ky_0 = \frac{24}{1,9^2} \left(0,4 + \frac{2}{4} \cdot 0,2 \cdot 1,9 \right) = 4,31 \text{ м}/\text{м};$$

$$k = C_h b = 3000 \cdot 0,3 = 900 \text{ м}/\text{м}^2;$$

$$y_0 = \frac{4,31}{900} = 0,0048 \text{ м} \approx \frac{1}{380} h;$$

$$k\theta h = \frac{12}{1,9} \left(\frac{3 \cdot 0,4}{1,9} + 2 \cdot 0,2 \right) = 6,53 \text{ м}/\text{м};$$

$$k\theta = \frac{6,53}{1,9} = 3,44 \text{ м}/\text{м}^2.$$

Определяем h_0 :

$$h_0 = \frac{ky_0}{k\theta} = \frac{4,31}{3,44} = 1,25 \text{ м.}$$

Отношение $\frac{h_0}{h} = 0,657$, что ниже, чем по Лалетину. Характерно уменьшение h_0 по способу расчета бесконечно гибкой сваи. По (рис. 129, a), приравняв Q_x нулю, получаем уравнение:

$$0,2 - \frac{4,31}{3,8} x^2 + \frac{3,44}{5,7} x^3 = 0,$$

откуда $x \approx 0,50 \text{ м}$. Место максимума ближе к поверхности грунта.

По (7.26) находим $M_{\max} = 0,46 \text{ м} \cdot \text{м}$. Свая имеет большой запас прочности на изгиб.

§ 53. РАСЧЕТ СВАИ КАК ГИБКОЙ ДЛИНОЙ БАЛКИ НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ

А. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ РАСЧЕТА БЕСКОНЕЧНО ДЛИНОЙ БАЛКИ

При отношении глубины забивки сваи h к диаметру d более 10, сваю следует рассматривать как балку на упругом основании. Согласно ТУПМ-62 глубина забивки сваи должна быть более 4 м, нередко она достигает 8 м и более. В этих случаях расчет сваи как балки конечной длины на упругом основании может привести к неточностям и следует применять расчетную схему бесконечно длинной балки на упругом основании.

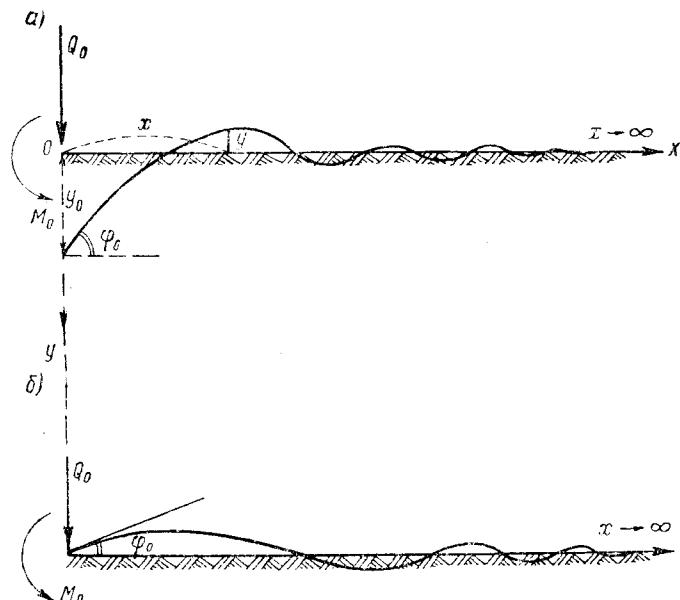


Рис. 130

Опытные данные подтверждают, что гибкие сваи получают волнобразный изгиб, а первая нулевая точка T для них повышается к поверхности. На участке OT длиной t (рис. 129) имеем примерно параболическую эпюру реактивного давления грунта, а нижняя часть сваи TB большой длины работает как балка на упругом основании [1].

Напряжение p_B оказывается весьма незначительным сравнительно с наибольшим напряжением на участке OT . Определяющим является нарушение прочности сваи на изгиб на этом участке.

Для решения задачи необходимо найти момент M_t в месте «зашемления» сваи в грунт, т. е. в точке T , для чего следует рассмотреть расчет по схеме бесконечно длинной балки, к левому концу которой приложена поперечная сила Q_0 и момент M_0 (рис. 130, a).

Общее выражение для ординаты изогнутой оси балки можно получить из уравнения для прогиба конечной балки [45]:

$$y = y_0 A_x + \Phi_0 \frac{B_x}{\alpha} + \bar{M}_0 \frac{C_x}{\alpha^2} + \bar{Q}_0 \frac{D_x}{\alpha^3}, \quad (7.30)$$

где y_0 и Φ_0 — начальные прогиб и угол наклона;
 \bar{M}_0, \bar{Q}_0 — начальный момент и поперечная сила, деленные на жесткость EI балки;
 A_x, B_x, C_x, D_x — гиперболо-тригонометрические функции от ax ;

$$\left. \begin{array}{l} A_x = \cos ax \operatorname{ch} ax; \\ B_x = \frac{1}{2} (\sin ax \operatorname{ch} ax + \cos ax \operatorname{sh} ax); \\ C_x = \frac{1}{2} \sin ax \operatorname{sh} ax; \\ D_x = \frac{1}{4} (\sin ax \operatorname{ch} ax - \cos ax \operatorname{sh} ax). \end{array} \right\} \quad (7.31)$$

Коэффициент α имеет значение:

$$\alpha = \sqrt{\frac{k}{4EI}}, \quad (7.32)$$

где k — коэффициент податливости;

$$k = Cb; \quad (a)$$

C — коэффициент постели, который берется по данным на стр. 275.

Внося теперь выражения функций A_x, B_x, C_x и D_x в (7.30) и подставляя известные значения $\operatorname{ch} ax$ и $\operatorname{sh} ax$, собираем все члены с одинаковыми функциональными множителями:

$$\begin{aligned} &\cos ax \cdot e^{ax}; \quad \sin ax \cdot e^{ax}; \\ &\cos ax \cdot e^{-ax}; \quad \sin ax \cdot e^{-ax}. \end{aligned}$$

В результате этого приведения вместо (7.30) находим:

$$\begin{aligned} y = & \left(y_0 + \frac{\Phi_0}{2\alpha} - \frac{\bar{Q}_0}{4\alpha^3} \right) \frac{\cos ax \cdot e^{ax}}{2} + \left(\frac{\Phi_0}{2\alpha} + \frac{\bar{M}_0}{2\alpha^2} + \frac{\bar{Q}_0}{4\alpha^3} \right) \frac{\sin ax \cdot e^{ax}}{2} + \\ & + \left(y_0 - \frac{\Phi_0}{2\alpha^2} + \frac{\bar{Q}_0}{4\alpha^3} \right) \frac{\cos ax \cdot e^{-ax}}{2} + \left(\frac{\Phi_0}{2\alpha} - \frac{\bar{M}_0}{2\alpha^2} + \frac{\bar{Q}_0}{4\alpha^3} \right) \times \\ & \times \frac{e^{-ax}}{2} \sin ax. \end{aligned} \quad (7.33)$$

Из граничного условия следует, что, при $x \rightarrow \infty$, $y = 0$; для соблюдения этого условия коэффициенты при возрастающих функциях приравниваем нулю:

$$\left. \begin{array}{l} y_0 + \frac{\Phi_0}{2\alpha} - \frac{\bar{Q}_0}{4\alpha^3} = 0; \\ \frac{\Phi_0}{2\alpha} + \frac{\bar{M}_0}{2\alpha^2} + \frac{\bar{Q}_0}{4\alpha^3} = 0. \end{array} \right\} \quad (b)$$

Из (b) получаем:

$$\Phi_0 = -\frac{\bar{M}_0}{\alpha} - \frac{\bar{Q}_0}{\alpha^2}; \quad (7.34)$$

$$y_0 = \frac{\bar{M}_0}{2\alpha^2} + \frac{\bar{Q}_0}{2\alpha^3}. \quad (7.35)$$

Вместо (7.33), приравняв нулю первые два члена и учтя (7.34) — (7.35), имеем следующее уравнение упругой линии бесконечно длинной балки на упругом основании в форме метода начальных параметров:

$$y = \frac{\bar{M}_0}{2\alpha^2} (\cos ax - \sin ax) e^{-ax} + \frac{\bar{Q}_0}{2\alpha^3} \cos ax \cdot e^{-ax}. \quad (7.36)$$

При расчете свай по способу Ангельского [1] будем иметь случай, когда $y_0 = 0$ (рис. 130, б). Для этого случая из (7.35) получаем:

$$\Phi_0 = -M_0 \alpha, \quad (7.37)$$

а из (7.34), подставляя (7.37), находим:

$$\Phi_0 = -\frac{M_0}{2\alpha EI}. \quad (7.38)$$

Учитывая (7.37), вместо (7.36) для уравнения упругой линии и ее производных имеем:

$$\left. \begin{array}{l} y = -\frac{M_0}{2\alpha^2 EI} \sin ax \cdot e^{-ax} = -\frac{M_0}{2\alpha^3 EI} D_z; \\ y' = -\frac{M_0}{2\alpha EI} (\cos ax - \sin ax) e^{-ax} = -\frac{M_0}{2\alpha EI} A_z; \\ y'' EI = M_z = M_0 \cos ax \cdot e^{-ax} = M_0 B_z; \\ y''' EI = Q_z = -M_0 \alpha (\sin ax + \cos ax) e^{-ax} = -M_0 \alpha C_z, \end{array} \right\} \quad (7.39)$$

где $z = ax$.

Таблицы функций A_z, B_z, C_z, D_z даны в приложении.

Б. РАСЧЕТ СВАЙ КАК ГИБКОЙ БАЛКИ НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ С ВЕРХНИМ УЧАСТКОМ ПАРАБОЛИЧЕСКОЙ ЭПЮРЫ

На первом участке свай (рис. 131, а) принимаем эпюру реактивного давления грунта по параболе второй степени, считая коэффициент податливости k меняющимся по линейному закону (рис. 131, б).

На втором участке сваи применяем схему бесконечно длинной балки на упругом основании с постоянным коэффициентом постели, взятым как среднее значение, на участке TB .

Общий вид изогнутой оси сваи изображен на рис. 131, *в*; эпюра реактивного давления грунта дана на рис. 131, *г*. Проведя разрез сваи у точки T (на глубине первой нулевой точки эпюры прогибов и эпюры интенсивности), получаем схему рис. 131, *д*, аналогичную

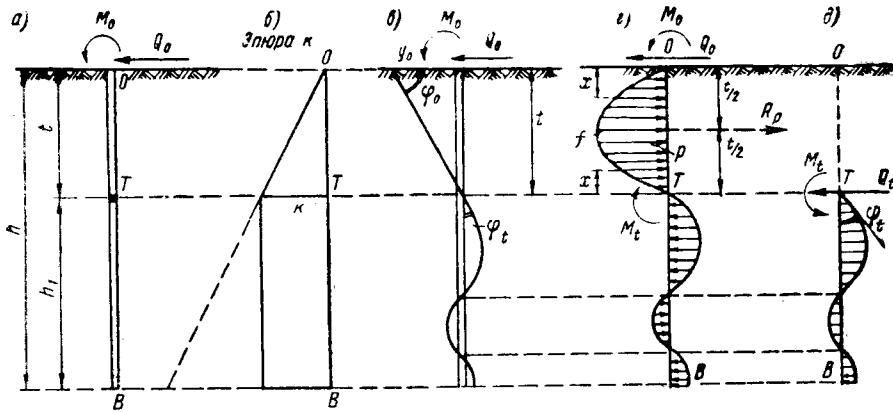


Рис. 131

схеме рис. 130, *б*. Следовательно, по (7.37) и (7.38) можно написать для сечения у нулевой точки T :

$$Q_t = -M_t \alpha; \quad (7.40)$$

$$\varphi_t = -\frac{M_t}{2aEI}. \quad (7.41)$$

Применяя первое условие равновесия участка OT сваи (рис. 131, *г*) как $\sum X = 0$, находим:

$$Q_t + \frac{2}{3}ft = Q_0, \quad (7.42)$$

где f — наибольшая интенсивность давления грунта (посередине участка AB).

Интенсивность давления на расстоянии x от точки T

$$p = \frac{4fx}{t} - \frac{4fx^2}{t^2}; \quad (7.43)$$

ее первая производная

$$p' = \frac{4f}{t} - \frac{8fx}{t^2}; \quad (7.44)$$

вторая производная

$$p'' = p''' = -\frac{8f}{t^2}. \quad (7.45)$$

Для точки T должны быть получены одинаковые значения p'_t как для первого участка, так и для второго.

Поэтому при $x = 0$

$$p_0 = \frac{4f}{t} = -k\varphi_t, \quad (7.46)$$

откуда погонная интенсивность

$$f = -\frac{kt}{4}\varphi_t, \quad (7.47)$$

а, принимая во внимание (7.41), имеем:

$$f = \frac{kt}{8aEI} M_t. \quad (7.48)$$

Теперь подставляем значения Q_t по (7.40) и f по (7.48) в уравнение равновесия (7.42):

$$-M_t \alpha + \frac{kt^2 M_t}{12aEI} = Q_0.$$

Отсюда имеем выражение момента M_t через Q_0 , t и упругие постоянные:

$$M_t = \frac{Q_0}{\frac{kt^2}{12aEI} - \alpha}. \quad (7.49)$$

Получена формула для определения M_t по известному значению t . Для отыскания t составляем второе условие равновесия участка сваи OT в форме суммы моментов относительно точки T :

$$M_t + \frac{2}{3} \cdot \frac{f t^2}{2} - M_0 - Q_0 t = 0. \quad (7.50)$$

Внося f по (7.48) и M_t по (7.49), вместо уравнения (7.50) будем иметь:

$$Q_0 \left(1 + \frac{kt^3}{24aEI} \right) = (M_0 + Q_0 t) \left(\frac{kt^2}{12aEI} - \alpha \right).$$

После преобразований окончательно найдем следующее кубическое уравнение для отыскания t :

$$Q_0 \frac{kt^3}{24aEI} + M_0 \frac{kt^2}{12aEI} - Q_0 \alpha t - (M_0 \alpha + Q_0) = 0. \quad (7.51)$$

Определив t путем решения уравнения (7.51) способом попыток, по (7.49) вычисляем момент M_t , далее по (7.48) — f , что дает возможность получить эпюру напряжений давления грунта на первом участке OT . Поперечная сила на этом же участке

$$Q_x = Q_0 - \frac{4f}{t} \cdot \frac{x^2}{2!} + \frac{8f}{t^2} \cdot \frac{x^3}{3!}. \quad (7.52)$$

Для изгибающего момента по методу начальных параметров, принимая начало координат в O , найдем:

$$M_x = M_0 + Q_0 x - \frac{4f}{t} \cdot \frac{x^3}{3!} + \frac{8f}{t^2} \cdot \frac{x^4}{4!}. \quad (7.46)$$

Перемещение на участке TO можно получить, суммируя прогибы балки TO , жестко заделанной в T , от нагрузок M_0 и Q_0 и p с прогибами этой же балки, вызванными поворотом ее на угол φ_t , определенный по (7.41). Для отыскания прогибов, моментов и поперечных сил на участке TB сваи пользуемся выражениями (7.39):

$$\left. \begin{aligned} y &= -\frac{M_t}{2\alpha^2 EI} D_z; \\ M_x &= M_t B_z; \\ Q_z &= -M_t \alpha C_z. \end{aligned} \right\} \quad (7.47)$$

Пример. Проверить прочность сваи с теми же данными, что и в § 50, где изложен метод расчета по предельному состоянию грунта, принимая для точки T коэффициент постели $C = 16 \text{ кг/см}^2$ (что соответствует при $t = 1,3 \text{ м}$ значению C_h внизу сваи, равному 25 кг/см^2 , и отвечает данным, приведенным в § 52). Свая диаметром 24 см , глубина забивки $h = 4,5 \text{ м}$.

Решение. Имеем:

$$C = 16000 \text{ м/м}^3.$$

Коэффициент

$$k = Cb = 16000 \cdot 0,24 = 3840 \text{ м/м}^2.$$

Момент инерции сечения

$$I = \frac{\pi r^4}{4} = \frac{3,14 \cdot 12^4}{4} = 16278 \text{ см}^4.$$

Модуль упругости

$$E = 10^5 \text{ кг/см}^2.$$

Жесткость сваи на изгиб

$$EI = 162,8 \text{ м} \cdot \text{м}^2.$$

Коэффициент

$$\alpha = \sqrt[4]{\frac{k}{4EI}} = \sqrt[4]{\frac{3840}{4 \cdot 162,8}} = 1,556^1/\text{м}.$$

Начальные усилия

$$Q_0 = P = 1,02 \text{ м}; M_0 = 2,04 \text{ м} \cdot \text{м}.$$

Подставляя эти данные в (7.44), получаем:

$$0,644 t^3 + 2,574 t^2 - 1,587 t = 4,194, \quad (\kappa)$$

откуда находим

$$t = 1,36 \text{ м.}$$

Нулевая точка выше, чем по способу § 50.

По формуле (7.43)

$$M_t = \frac{1,02}{\frac{3840 \cdot 1,36}{12 \cdot 1,556 \cdot 162,8} - 1,556} = 0,83 \text{ м} \cdot \text{м}.$$

Угол поворота в точке T по (7.41)

$$\varphi_t = -\frac{0,83}{2 \cdot 1,556 \cdot 162,8} = -0,00163 \text{ рад.}$$

Смещение головы сваи, принимая условно участок TO жестким,

$$y_0 = \varphi_t t = 0,00163 \cdot 136 = 0,222 \text{ см} = \frac{1}{2000} \text{ м.}$$

Определяем наибольшую интенсивность на участке TO по (7.42):

$$f = \frac{3840 \cdot 1,36}{8 \cdot 1,556 \cdot 162,8} \cdot 0,83 = 2,14 \text{ м/м.}$$

По (7.45), приравнивая Q_x нулю, находим место максимума момента:

$$1,02 - \frac{8,56}{2,72} x^2 + \frac{17,12}{11,16} x^3 = 0,$$

или иначе:

$$1,53 x^3 - 3,15 x^2 + 1,02 = 0,$$

откуда $x = 0,70 \text{ м}$, считая от поверхности грунта.

Наибольший момент по (7.46)

$$M_{\max} = 2,04 + 1,02 \cdot 0,70 - \frac{8,56}{1,36} \cdot \frac{0,70^3}{6} + \frac{17,12}{1,86} \cdot \frac{0,70^4}{24} = 2,486 \text{ м} \cdot \text{м.}$$

Напряжение в свае

$$\sigma = \frac{248600}{1357} = 183 < 240 \text{ кг/см}^2$$

Моменты и напряжения в свае меньше, чем по способу предельного состояния грунта (см. § 50).

§ 54. РАСЧЕТ ГИБКОЙ СВАИ С УЧЕТОМ ВЛИЯНИЯ ПРОДОЛЬНОЙ СЖИМАЮЩЕЙ СИЛЫ

А. ДЕЙСТВИЕ МОМЕНТА, ПОПЕРЕЧНОЙ И ПРОДОЛЬНОЙ СИЛ НА ВЕРХНИЙ УЧАСТОК СВАИ

Расчет осуществляется способом итерации, поскольку обычно влияние продольной силы S невелико. Отбрасывая сначала влияние силы S , находим M_t , Q_t и φ_t , что дает возможность определить первые значения y_{10} и $y_{20} = \varphi_t t$ (рис. 132, а). Для вычисления y_{10} , вызванного действием известных нагрузок M_0 , Q_0 и p'_0 , p''_0 [формулы (ж) и (е) § 53], применяем обобщенное уравнение упругой линии скато-изогнутого стержня [45]:

$$\begin{aligned} y_{10} = & -\bar{M}_t \left(\frac{1 - \cos vt}{v^2} \right) + \bar{Q}_t \left(\frac{vt - \sin vt}{v^3} \right) + \frac{4f}{t} \int_0^{t(4)} \frac{\sin vx}{v} dx - \\ & - \frac{8f}{t^2} \int_0^{t(5)} \frac{\sin vx}{v} dx, \end{aligned} \quad (7.48)$$

где коэффициент влияния продольной силы

$$v = \sqrt{\frac{S}{EI}}; \quad (a)$$

$\int_0^{t(4)} \frac{\sin vx}{v} dx$ — определенный интеграл от 0 до t функции $\frac{\sin vx}{v}$ четвертого порядка.

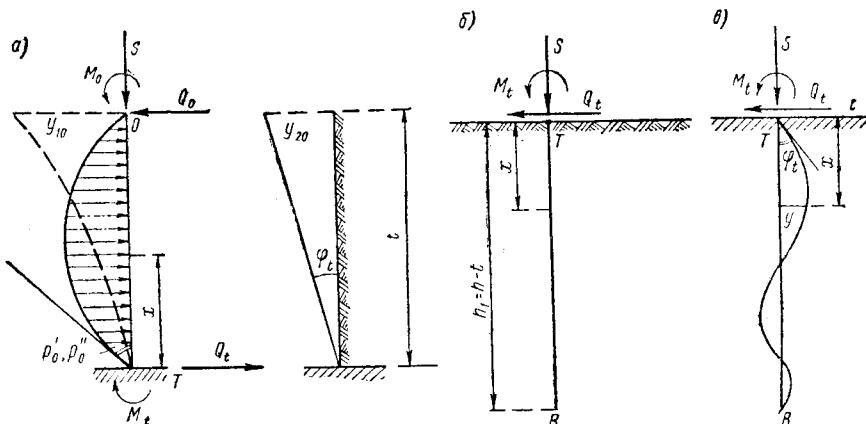


Рис. 132

Складывая y_{10} и y_{20} , получаем первое приближенное значение прогиба y_0 верха сваи.

Б. ДЕЙСТВИЕ МОМЕНТА, ПОПЕРЕЧНОЙ И ПРОДОЛЬНОЙ СИЛ НА НИЖНЮЮ ЧАСТЬ СВАИ КАК БЕСКОНЕЧНО ДЛИННУЮ БАЛКУ

Рассматривая нижнюю часть сваи (рис. 132, б), исходим из следующего дифференциального уравнения для сжато-изогнутой балки на упругом основании [45]:

$$y^{IV} + \frac{S}{EI} y'' + \frac{k}{EI} y = 0, \quad (7.49)$$

где k берется по (а) § 53.

Иначе уравнение (7.49) запишем так:

$$y^{IV} + 2\gamma y'' + \delta^2 y = 0, \quad (7.50)$$

где

$$\gamma = \frac{S}{2EI}; \quad \delta^2 = \frac{k}{EI}. \quad (7.51)$$

Для случая, когда $\gamma < \delta$, получаем по [45] следующее решение для бесконечно длинной балки (рис. 127, б):

$$y = \left[y_t \left(\cos \beta_1 x + \frac{\alpha_1}{\beta_1} \sin \beta_1 x \right) + \varphi_t \frac{\sin \beta_1 x}{\beta_1} \right] e^{-\alpha_1 x}, \quad (7.52)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= \sqrt{0.5(\delta - \gamma)}; \\ \beta_1 &= \sqrt{0.5(\delta + \gamma)}. \end{aligned} \right\} \quad (7.53)$$

Идя путем, аналогичным изложенному в § 53, находим начальные значения y_t и φ_t :

$$\left. \begin{aligned} y_t &= \frac{1}{(\delta - 2\gamma) EI} (M_t + 2Q_t \frac{\alpha_1}{\delta}); \\ \varphi_t &= -\frac{1}{(\delta - 2\gamma) EI} (M_t 2\alpha_1 + Q_t). \end{aligned} \right\} \quad (7.54)$$

Так как в точке T прогиб $y_t = 0$, то из (7.54) при $\delta \neq 2\gamma$ получаем:

$$\left. \begin{aligned} Q_t &= -\frac{M_t \delta}{2\alpha_1}; \\ \varphi_t &= -\left[\frac{4\alpha_1^2 - \delta}{(\delta - 2\gamma) 2\alpha_1 EI} \right] M_t. \end{aligned} \right\} \quad (7.55)$$

С помощью формул (7.55) уточняется решение § 53 по определению величин t и M_t . Окончательно уравнение упругой линии

$$y = \varphi_t \frac{\sin \beta_1 x}{\beta_1} e^{-\alpha_1 x}, \quad (7.56)$$

или, внося формулу для φ_t по (7.55), имеем:

$$y = -\frac{(4\alpha_1^2 - \delta) M_t \sin \beta_1 x \cdot e^{-\alpha_1 x}}{(\delta - 2\gamma) 2\alpha_1 \beta_1 EI}. \quad (7.57)$$

Дифференцируя это выражение по x , получаем уравнение для угла наклона, момента и поперечной силы сжато-изогнутой балки. С помощью приведенных уравнений можно установить критическое значение осевой сжимающей силы.

Одно из критических значений продольной силы:

$$S_{kp} = \sqrt{EIk}.$$

Это значение получается из равенства нулю $(\delta - 2\gamma)$ в знаменателе выражения (7.57).

ПРИЛОЖЕНИЕ

Продолжение

ФУНКЦИИ ДЛЯ БЕСКОНЕЧНО ДЛИНОЙ БАЛКИ

$z = ax$ отвл.	$A_z = e^{-z} \times$ $\times (\cos z - \sin z)$	$B_z = e^{-z} \cos z$	$C_z = e^{-z} \times$ $\times (\cos z + \sin z)$	$D_z = e^{-z} \sin z$
0,0	1,0000	1,0000	1,0000	0,0000
0,1	0,8100	0,9003	0,9907	0,0904
0,2	0,6398	0,8024	0,9651	0,1627
0,3	0,4888	0,7077	0,9267	0,2190
0,4	0,3564	0,6174	0,8784	0,2610
0,5	0,2415	0,5323	0,8231	0,2908
0,6	0,1431	0,4530	0,7628	0,3098
0,7	0,0599	0,3788	0,6997	0,3199
$1/4\pi$	0,0000	0,3224	0,6448	0,3224
0,8	-0,0093	0,3131	0,6354	0,3223
0,9	-0,0657	0,2527	0,5712	0,3185
1,0	-0,1108	0,1988	0,5083	0,3095
1,1	-0,1457	0,1510	0,4476	0,2966
1,2	-0,1716	0,1019	0,3899	0,2808
1,3	-0,1897	0,0729	0,3355	0,2626
1,4	-0,2011	0,0419	0,2849	0,2430
1,5	-0,2068	0,0158	0,2384	0,2226
$1/2\pi$	-0,2079	0,0000	0,2079	0,2079
1,6	-0,2077	-0,0059	0,1959	0,2018
1,7	-0,2047	-0,0235	0,1576	0,1811
1,8	-0,1985	-0,0376	0,1234	0,1610
1,9	-0,1899	-0,0484	0,0932	0,1416
2,0	-0,1794	-0,0563	0,0667	0,1230
2,1	-0,1675	-0,0618	0,0439	0,1057
2,2	-0,1548	-0,0652	0,0244	0,0896
2,3	-0,1416	-0,0668	0,0080	0,0748
$3/4\pi$	-0,1342	-0,0670	0,0000	0,0670
2,4	-0,1282	-0,0669	-0,0056	0,0613
2,5	-0,1149	-0,0658	-0,0166	0,0492
2,6	-0,1019	-0,0636	-0,0254	0,0382
2,7	-0,0895	-0,0608	-0,0320	0,0288
2,8	-0,0777	-0,0573	-0,0369	0,0204
2,9	-0,0666	-0,0534	-0,0403	0,0131
3,0	-0,0563	-0,0493	-0,0423	0,0070
3,1	-0,04688	-0,04501	-0,04314	0,00187
π	-0,04321	-0,04321	-0,04321	0,00000
3,2	-0,03831	-0,04569	-0,04307	-0,00238
3,3	-0,03060	-0,03642	-0,04224	-0,00584
3,4	-0,02374	-0,03227	-0,04079	-0,00852

$z = ax$ отвл.	$A_z = e^{-z} \times$ $\times (\cos z - \sin z)$	$B_z = e^{-z} \cos z$	$C_z = e^{-z} \times$ $\times (\cos z + \sin z)$	$D_z = e^{-z} \sin z$
3,5	-0,01769	-0,02828	-0,03887	-0,01059
3,6	-0,01241	-0,02450	-0,03659	-0,01209
3,7	-0,00787	-0,02097	-0,03407	-0,01310
3,8	-0,00401	-0,01770	-0,03138	-0,01368
3,9	-0,00077	-0,01469	-0,02862	-0,01393
$5/4\pi$	0,00000	-0,01393	-0,02786	-0,01393
4,0	0,00189	-0,01197	-0,02583	-0,01386
4,1	0,00403	-0,00953	-0,02309	-0,01356
4,2	0,00572	-0,00735	-0,02042	-0,01307
4,3	0,00699	-0,00544	-0,01787	-0,01243
4,4	0,00791	-0,00377	-0,01546	-0,01169
4,5	0,00852	-0,00234	-0,01320	-0,01082
4,6	0,00886	-0,00113	-0,01112	-0,00999
4,7	0,00898	-0,00011	-0,00921	-0,00910
$6/4\pi$	0,00898	0,00000	-0,00898	-0,00898
4,8	0,00892	0,00072	-0,00748	-0,00820
4,9	0,00870	0,00139	-0,00593	-0,00732
5,0	0,00837	0,00191	-0,00455	-0,00646
5,1	0,00795	0,00230	-0,00334	-0,00564
5,2	0,00746	0,00259	-0,00229	-0,00488
5,3	0,00692	0,00277	-0,00139	-0,00416
5,4	0,00636	0,00287	-0,00063	-0,00350
$7/4\pi$	0,00579	0,00290	0,00000	-0,00290
5,5	0,00578	0,00290	0,00001	-0,00289
5,6	0,00520	0,00287	0,00053	-0,00234
5,7	0,00464	0,00279	0,00095	-0,00184
5,8	0,00409	0,00268	0,00127	-0,00141
5,9	0,00356	0,00254	0,00152	-0,00102
6,0	0,00307	0,00238	0,00169	-0,00069
6,1	0,00261	0,00221	0,00180	-0,00041
6,2	0,00219	0,00202	0,00185	-0,00017
$8/4\pi$	0,00187	0,00187	0,00187	0,00000
6,3	0,00181	0,00184	0,00187	0,00003
6,4	0,00146	0,00165	0,00184	0,00019
6,5	0,00115	0,00147	0,00179	0,00032
6,6	0,00087	0,00129	0,00172	0,00043
6,7	0,00063	0,00113	0,00162	0,00039
6,8	0,00042	0,00097	0,00152	0,00055
6,9	0,00024	0,00082	0,00141	0,00059
7,0	0,00009	0,00069	0,00129	0,00060
$9/4\pi$	0,00000	0,00060	0,00120	0,00060

ЛИТЕРАТУРА

1. Ангельский Д. В., К расчету свайных оснований на горизонтальную нагрузку, Труды МАДИ, сб. № 7, 1937.
2. Баркан Д. Д., Динамика оснований и фундаментов, Стройвоенмориздат, 1948.
3. Безухов Н. И., Теория сыпучих тел, Стройиздат, 1934.
4. Белзецкий С. И., Статика сооружений, т. I, вып. 1 «Статика сыпучих тел и расчет подпорных стен», Спб., 1914.
5. Березанцев В. Г., Осесимметрическая задача теории предельного равновесия сыпучей среды, Гостехиздат, 1952.
6. Березанцев В. Г., Расчет одиночных свай и свайных кустов на действие горизонтальных сил, Воениздат, 1947; Механика грунтов, основания и фундаменты, Трансжелдориздат, 1961.
7. Виксне В. П., О колебаниях балок, лежащих на упруго-массивном основании, Сб. «Вопросы динамики и динамической прочности» под ред. Я. Г. Пановко, вып. II, Изв. АН ЛатвССР, Рига, 1954.
8. Гастев В. А., О напряжениях в упругой среде, ограниченной плоскостью при нагрузке бесконечно жесткой стенкой, Сборник трудов ЛИИЖТ, № 127, 1937.
9. Герсанов Н. М., Основы динамики грунтовой массы, Стройиздат, 1953. Собр. соч. т. I и II, Стройвоенмориздат, 1948.
10. Голубков В. Н., Несущая способность свайных оснований, Машстройиздат, 1950.
11. Голушкиевич С. С., Плоская задача теории предельного равновесия сыпучей среды, Гостехиздат, 1948.
12. Голушкиевич С. С. и Христофоров В. С., Практические приемы определения давления грунта, Сборник научно-исследовательских работ № 14, изд. Упр. Высш. учеб. завед. Мор. Флота, Л., 1950.
13. Гольдштейн М. Н., Ускоренный расчет устойчивости откосов, Союзтрансиздат, 1938.
14. Гольдштейн М. Н., Механические свойства грунтов, Госстройиздат, 1952.
15. Горбунов-Посадов М. И., Расчет конструкций на упругом основании, Госстройиздат, 1953; Балки и плиты на упругом основании, Машстройиздат, 1949, стр. 96.
16. Горбунов-Посадов М. И., Устойчивость фундаментов на песчаном основании, Госстройиздат, 1962.
17. Дуброва Г. А., Методы определения распорного давления грунта при расчете гидротехнических сооружений, изд. «Морской транспорт», 1947.
18. Егоров К. Е., Распределение напряжений в основании жесткого ленточного фундамента, Сборник трудов лаборатории НИС фундаментстроя, № 9, 1938.
19. Зурбов Г. Г. и Бугаева О. Е., Высокие свайные ростверки мостов, Дориздат, 1949.
20. Клейн Г. К., Строительная механика сыпучих тел, Госстройиздат, 1956 г.; Зависимости между давлением грунта и характеристиками устойчивости и прочности подпорных стен, Механика грунтов и горных пород, сб. № 47 АСиА СССР, Госстройиздат, 1962.
21. Кандуров И. И., О распределении напряжений в зернистых грунтовых средах, Изв. АН АрмССР, № 6, 1960.
22. Крей, Теория давления земли (пер. с нем.), Стройиздат, 1932.
23. Лалетин Н. В., Расчет жестких безанкерных шпунтовых стенок, Стройиздат, 1940.
24. Любимов С. М., Расчет колебаний фундаментов под молоты, «Строительная промышленность», № 2, 1952 и «Основания и фундаменты», № 2, 1960.
25. Михеев В. В., Польшин Д. Д. и Токарь Р. А., О проекте норм и технических условий проектирования оснований сооружений, «Основания, фундаменты и механика грунтов», № 5, 1960.
26. Напетваридзе Ш. Г., Сейсмостойкость гидротехнических сооружений, Госстройиздат, 1959.
27. Новоторцев В. И., Опыт применения теории пластичности к задачам об определении несущей способности оснований сооружений, Изв. НИИ гидротехники, т. XXII, 1938.
28. Нормы и технические условия проектирования естественных оснований зданий и промышленных сооружений (НиТУ 127-55), Госстройиздат, 1955; Технические условия проектирования фундаментов под машины с динамическими нагрузками (СН 18-58), Госстройиздат, 1958.
29. Строительные нормы и правила, ч. II, разд. А, гл. 10 (СНиП II-A. 10-62), Госстройиздат, 1962.
30. Паукер Г. Е., Пояснительная записка к проекту морской батареи, «Журнал Министерства путей сообщения», № 40, 1889.
31. Постоев В. С., К расчету устойчивости подпорной стенки как системы с двумя и тремя степенями свободы, Труды Военно-транспортной академии, № 58, 1956 и № 8, 1957.
32. Прилежаев А. И., К вопросу о давлении земли на подпорные стены, Петербург, 1908.
33. Прокофьев И. П., Давление сыпучих тел и расчет подпорных стенок, Госстройиздат, изд. IV 1940.
34. Пузревский Н. П., Расчеты фундаментов, изд. ЛИИПС, 1923.
35. Рабинович И. М., Расчет кирпичной стены на действие взрывной волны, Вестник Военно-инженерной академии им. Куйбышева, № 29, 1940.
36. Рабинович И. М., Курс строительной механики, ч. II, стр. 536, Госстройиздат, 1954.
37. Савинов О. А., Фундаменты под машины, Госстройиздат, 1955.
38. Синельников В. В., Развитие метода Кулона при определении давления сыпучего тела, Труды МИИТ, вып. 69, 1946.
39. Синтко Н. К., Строительная механика грунтов, изд. Военно-транспортной академии, 1947.
40. Синтко Н. К., Динамика массивных стенок и фундаментов при действии ударной нагрузки. Исследования по теории сооружений, вып. VIII, Госстройиздат, 1959.
41. Синтко Н. К., Определение динамического давления грунта на подпорную стенку, рассматриваемую как систему с одной степенью свободы, «Строительная механика и расчет сооружений», № 4, Госстройиздат, 1959.
42. Синтко Н. К., Точное решение задачи о динамическом давлении грунтов на подпорную стенку, Известия высших учебных заведений СССР, «Строительство и архитектура», № 2, 1960.
43. Синтко Н. К., Динамика сооружений, Госстройиздат, 1960.
44. Синтко Н. К., Динамические напряжения в основаниях при ударе, «Основания и фундаменты» № 5, Госстройиздат, 1959.
45. Синтко Н. К., Устойчивость сжатых и сжато-изогнутых стержневых систем, Госстройиздат, 1956.

46. Соколовский В. В., Плоская задача теории пластичности по Прандтлю в теории давления земли, Изв. АН СССР, № 2 и № 3, 1939.
47. Соколовский В. В., Статика сыпучей среды, 3-е изд., Гостехиздат, 1955.
48. Теодорчик К. Ф., Автоколебательные системы, Гостехтеориздат, 1952, стр. 219.
49. Терцаги К., Строительная механика грунта на основе его физических свойств (пер. с нем.), Госстройиздат, 1933, ранее Erdbau mechanik, 1925.
50. Уманский А. А., Специальный курс строительной механики, ч. I, ОНТИ, 1935.
51. Урбан И. В., Расчет тонких стенок с учетом упругих свойств грунта и стенки, Труды МИИТ, вып. 55, 1937.
52. Уреккий Б. А., Морские гидротехнические сооружения, ч. I, Всеснегиздат, 1960.
53. Федоровский Д. В., Основания и фундаменты, изд. Академии тягла и транспорта, 1961.
54. Фелениус, Статика грунтов (перевод с немецкого П. Губанова), Госстройиздат, 1933.
55. Флорин В. А., Основы механики грунтов, т. I, Госстройиздат, 1959 и т. II, 1961.
56. Цытович Н. А., Механика грунтов, Госстройиздат, 1951.
57. Шехтер О. Я., Об учете инерционных свойств грунта при расчете вертикальных вынужденных колебаний массивных фундаментов, Труды НИИ оснований и фундаментов, № 12, 1948.
58. Шехтер О. Я., К расчету заглубленного жесткого фундамента, Сборник трудов НИИ оснований и фундаментов, «Механика грунтов» № 30, 1960.
59. Хархута Н. Я., Уплотнение грунтов дорожных насыпей, Дориздат, 1960.
60. Хаяс и К., Теория и расчет балок на упругом основании, ОНТИ, 1930.
61. Яропольский И. Я., Лабораторные исследования давления песка на стенку, Труды ЛИИВТ, вып. 2, 1933.
62. Яропольский М. Я., Полевые и лабораторные исследования устойчивости и прочности свай и шпунтовой стенки, Труды ЦНИИВТ, вып. 155, 1935.
63. Saquot A., Equilibre des massifs à frottement interne, Paris, 1934.
64. Coulomb C., Essai sur une application des règles de maximis et minimis à quelques problèmes de statique relatifs à l'Architecture, Paris, 1773.
65. Duriez, Lucas, Etude sur la mécanique des Sables, Travaux, 1939, № 80.
66. Goto H., Kaneta K., Analysis with an application to aseismic design of bridge piers. «Proc. 2-nd World Conf. Earthquake Engng.», Tokyo — Kyoto, 1960, vol. 2.
67. Haeleli R., Bucher H., New methods for determining bearing capacity and settlement of piles, Comp. rend. 5 Congr. Intern. mecan. sols et trav. fondat, Paris, 1961.
68. Hudson D. E., A comparison of theoretical and experimental determinations of building response to earthquakes. «Proc. 2-nd World Conf. Earthquake Engng.», Tokyo — Kyoto, 1960, vol. 3.
69. Kabayashi H., Dynamic properties of building decided by measurement of vibration during earthquake. «Proc. 2-nd World Conf. Earthquake Engng.», Tokyo — Kyoto, 1960, vol. 3.
70. Müller-Breslau, Erdruck auf Stützmauern, Berlin, 1906, S. 133.
71. Rankine, On the stability of loose earth., Phil. Trans. London, 1857.
72. Reissner E., Stationäre axial symmetrische durch eine schüttelnde Masse erregte Schwingungen eines homogenen elastischen Halbraumes, Ingenieur Archiv, 1936.
73. Terzaghi K., Pressure of dry sand, Engineering News Record, 1934.

ОГЛАВЛЕНИЕ

	Стр.
Предисловие	3
<i>Глава первая. Общие положения строительной механики грунтов</i>	5
§ 1. Грунты и их свойства	9
§ 2. Трение и сцепление в грунтах, углы откоса	16
§ 3. Поведение грунтов под нагрузкой	—
<i>Глава вторая. Теория статического давления грунтов на подпорные стенки</i>	22
§ 4. О давлении грунтов в предельном состоянии	—
§ 5. Активное давление сыпучего тела по Кулону	26
§ 6. Графическое определение наибольшего активного давления	30
§ 7. Графоаналитическое определение максимального активного давления	34
§ 8. Построение Понселе. Частные случаи давления при плоской поверхности	38
§ 9. Аналитическое выражение активного давления для плоской поверхности сыпучего тела	44
§ 10. О направлении давления грунта	46
§ 11. О точке приложения равнодействующего давления	49
§ 12. Случай ломаной грани стенки и ломаной поверхности сыпучего тела	52
§ 13. Давление грунта при действии распределенных нагрузок; давление разнородных грунтов	57
§ 14. Давление грунта при наличии сосредоточенных сил на поверхности	65
§ 15. Влияние воды на давление грунтов	70
§ 16. Давление грунта с учетом капиллярного действия воды	76
§ 17. О пассивном давлении сыпучего тела	83
§ 18. Учет сцепления при определении бокового давления грунта	86
§ 19. Определение давления грунта от горизонтальных сил, приложенных на поверхности	94
§ 20. Краткий исторический обзор теорий давления грунтов	97
§ 21. Применение теории напряженного состояния к определению давления при ломаной линии сползания	104

<i>Глава третья. Расчет массивных подпорных стенок на прочность, жесткость основания и устойчивость</i>	109	
§ 22. Общие положения по расчету подпорной стенки на прочность	—	
§ 23. Построение многоугольника давлений и определение эксцентрикитетов	112	
§ 24. Определение напряжений в сечениях стенки и поверка прочности	116	
§ 25. Осадки грунтового основания подпорных стенок	122	
§ 26. Метод коэффициента постели при определении осадок	124	
§ 27. Устойчивость подпорных стенок	129	
§ 28. Проверка стенки на устойчивость при сдвиге по криволинейной поверхности скольжения	136	
§ 29. Проверка заглубленной в грунт стенки на сдвиг при наличии отпора	140	
<i>Глава четвертая. Теория определения бокового давления грунта на основе уравнений деформаций</i>	144	
§ 30. Область применения теории Кулона. Пассивное давление в зависимости от перемещения стенки	—	
§ 31. Исходные данные по зависимости между сопротивлением сдвига и перемещением стенки	150	
§ 32. Влияние вида перемещения стенки на величину и точку приложения давления грунта	154	
§ 33. Определение действительного давления сыпучего тела с учетом сдвига стенки и клина сползания	156	
§ 34. Реактивные сопротивления при сдвиге и повороте стенки	163	
§ 35. Теория определения действительного давления грунта при сдвиге и повороте стенки	166	
<i>Глава пятая. Теория определения динамического бокового давления грунта при наличии различных видов смещения стенки</i>	169	
§ 36. Введение	—	
§ 37. Динамические характеристики работы грунта	172	
§ 38. Динамическое давление грунта на подпорную стенку при ее сдвиге	176	
§ 39. Силы инерции при сдвиге и повороте стенки	186	
§ 40. Дифференциальные уравнения движения стенки как системы с двумя степенями свободы и приближенное решение задачи	191	
§ 41. Решение задачи о динамическом давлении грунта интегрированием системы дифференциальных уравнений	199	
§ 42. Решение задачи о динамическом давлении грунта для случая нежесткой грунтовой среды	206	
§ 43. Дифференциальные уравнения для расчета стенки как системы с тремя степенями свободы. Коэффициенты жесткости основания	213	
§ 44. Решение задачи о динамическом давлении грунта для наклонной грани стенки как системы с тремя степенями свободы	223	
<i>Глава шестая. Динамические напряжения в грунтовой среде при ударе по основанию. Точка приложения бокового давления</i>	233	
§ 45. Определение динамических напряжений в грунтовой призме способом приведенной массы	—	
§ 46. Определение перемещений и напряжений в грунте при действии динамической нагрузки	241	
§ 47. Точка приложения динамического бокового давления грунта	246	
§ 48. Динамическая осадка фундаментов, несущих балочный ростверк при ударе	248	
<i>Глава седьмая. Теория и расчет тонких стенок и свай на действие горизонтальных сил</i>	260	
§ 49. Расчет абсолютно жесткой тонкой стенки на горизонтальную силу по способу предельного состояния	—	
§ 50. Расчет абсолютно жесткой тонкой стенки по способу ломаной эпюры давлений грунта	267	
§ 51. Динамическая задача о колебании высокой опоры	272	
§ 52. Расчет абсолютно жесткой стенки как балки на упругом основании	275	
§ 53. Расчет свай как гибкой длинной балки на упругом основании	279	
§ 54. Расчет гибкой сваи с учетом влияния продольной сжимающей силы	285	
<i>Приложение</i>	288	
<i>Литература</i>	290	

Г

§
§

§
§
§
§

§
1

Николай Константинович Снитко

СТАТИЧЕСКОЕ И ДИНАМИЧЕСКОЕ ДАВЛЕНИЕ
ГРУНТОВ И РАСЧЕТ ПОДПОРНЫХ СТЕНОК

* * *

Госстройиздат, Ленинградское отделение
Ленинград, пл. Островского, 6

* * *

Редактор издательства М. Б. Рейз

Переплет художника Я. М. Окуни

Технический редактор Е. А. Пулькина

Корректоры В. А. Ануфриева и Н. В. Сенюшкина

Сдано в набор 15/1 1963 г. Подписано к печати 28/III 1963 г.
М-31123. Бумага 60×90^{1/16} — бум. л. 9,25, печ. л. 18,5 (17,4 уч.-
изд. л.). Тираж 6500. Изд. № 666-Л. Зак. 710.

Цена в переплете 1 р. 02 к.

Ленинградский Совет народного хозяйства. Управление целлю-
лозно-бумажной и полиграфической промышленности. Типогра-
фия № 1 «Печатный Двор» им. А. М. Горького. Ленинград,
Гатчинская, 26.

Отпечатано с матриц во 2-й типографии Военного издательства
Министерства обороны СССР
Ленинград, Д-65, Дворцовая пл., 10

ОПЕЧАТКИ

Стр.	Строка	Напечатано	Следует читать
51	6 снизу	ph	p_h
118	6 и 9 снизу	σ_B	σ_B
199	11 снизу	Qt	Q_t
212	7 сверху	$\frac{1,165}{388}$	$\frac{0,165}{388}$
223	12 сверху	α	α''
230	12 снизу	$C_{ct} = 5000 \text{ m/m}^2$	$C_{ct} = 5000 \text{ m/m}^3$
246	7 сверху	$\sqrt{\frac{2H}{y_{ct}} \cdot \frac{m_m}{m_m + m_{np}}}$	$\sqrt{\frac{2H}{y_{ct}} \cdot \frac{m_m}{m_m + m_{np}}}$
278	6 снизу	гибкой сваи.	жесткой сваи.
280	13 сверху	$\sqrt{\frac{k}{4EI}}$,	$\sqrt{\frac{k}{4EI}}$,
292	27 снизу	М. Я.	И. В.

Зак. № 710