О. А. РИВОШ

МЕТАЛЛИЧЕСКИЕ СТРОПИЛЬНЫЕ ФЕРМЫ

28 ИЮН '931

13604

Покровский

О. А. РИВОШ

МЕТАЛЛИЧЕСКИЕ СТРОПИЛЬНЫЕ ФЕРМЫ

РУКОВОДСТВО ПО ПРОЕКТИРОВАНИЮ

ИЗДАНИЕ ТРЕТЬЕ, ПЕРЕРАБОТАННОЕ И ДОПОЛНЕННОЕ

С 356 ФИГУРАМИ В ТЕКСТЕ И 16 ЛИСТАМИ КОНСТРУКТИВНЫХ ЧЕРТЕЖЕЙ

«ТЕХНИКА и ПРОИЗВОДСТВО»
ЛЕНИНГРАД
1928

Ленинградский Областлит № 50000 Тираж 3.000—21 л. Заказ № 1665.

Государственная типография имени Евгении Соколовой. Ленинград, пр. Кр. Командиров, 29.
Отсканировано в июле 2013 vasiliy.mizov@gmail.com

ЗАМЕЧЕННЫЕ ОПЕЧАТКИ

Стр.	Строка	Напечатано	Должно быть
195	12 снизу	R	σ
198	13 сверху	$P = -46$ м	$P = -46$ т.
201	15 снизу	$M = 30\,600$ кг $\times$ см^2	$M = 30\,600$ кг $\times$ см.
223	9 сверху	$\left(b\,\frac{\text{м}}{\text{см}^2}\right)$	$\left(b\,\frac{\text{т}}{\text{см}^2}\right)$
223	10 сверху	p — давление в м.	p — давление в т.
223	10 сверху	$E\,\frac{\text{м}}{\text{см}^2}$	$E\,\frac{\text{т}}{\text{см}^2}$

Предисловие к 1-му изданию.

В нашей небогатой технической литературе, особенно по сопротивлению материалов и статике сооружений, появление нового руководства по этой отрасли знаний должно быть широко приветствуемо.

Труд инж.-техн. О. А. Ривоша касается основным образом расчета и устройства металлических стропильных ферм с предварительным отделом графической статики.

Изложив весьма простым и удобопонятным языком основные положения графостатики, автор шаг за шагом останавливается на разнообразных системах стропильных ферм, подробно освещая как теоретическую сторону вопроса, так и практические данные по их устройству.

Посвятив указанной работе первую часть сочинения, автор во второй — оригинальной его части — рассматривает типы ферм, наичаще употребляемых в практике, для расчета которых им составлены формулы наибольших усилий, исключающие необходимость построения диаграмм и составления таблицы усилий, что, конечно, значительно сокращает время и облегчает труд техника.

В этой части автором для некоторых более сложных типов даны формулы, определяющие вес (приближенно) всех стержней фермы; таким образом при сличении веса того или иного типа фермы конструктор может решить, какой из них легче.

Для удобства пользования все результаты вычислений представлены особо в 3-ей части, при чем рядом с таблицами приведены типы ферм с их диаграммами.

В таком виде сочинение О. А. Ривоша может быть весьма полезным как инженерам и техникам в их практической деятельности, так и студентам по изучению курса построения.

Профессор Н. А. Белелюбский.

15 мая 1910 г.

Предисловие ко 2-му изданию.

Настоящее руководство представляет 2-е переработанное и дополненное издание первой части моей книги «Металлические стропильные фермы», вышедшей в 1911 г. и давно распроданной.

Первая часть служила студентам главным образом руководством по проектированию; вторая и преимущественно третья часть служили пособием для инженеров и техников, облегчая расчеты и сберегая труд и время.

В виду указанных различных назначений частей, а также в виду разросшегося материала, представилось более целесообразным разделить ее на два отдельных самостоятельных издания [1]).

Предлагаемое руководство распадается на два основных отдела: первый знакомит с началами строительной механики и методами расчета; второй — посвящен стропильным фермам (статически-определимым). В нем рассматриваются их системы, устройство элементов и детали конструкций, при чем обращено внимание не только на теоретическую сторону разбираемых вопросов, но и на их практическую сторону, что, разумеется, важно для проектирования и выполнения.

Чтобы сделать руководство доступным широкому кругу техников, введена глава, содержащая в сжатом изложении начала графостатики.

Я старался вести изложение в простой и ясной форме, сопровождая его достаточным количеством чертежей. Книга может быть полезна также и инженерам, так как она частью освежает в памяти знания, вынесенные из школы, частью их дополняет и расширяет.

В заключение считаю своим приятным долгом выразить искреннюю признательность инж. Н. А. Шошину за чтение корректуры.

Ленинград,
8 апреля 1926 г.

О. Ривош.

Предисловие к 3-му изданию.

Успех 2-го издания, разошедшегося втечение года, побудил автора к проработке материала и к дополнениям.

Весь материал заново просмотрен и в некоторых местах пополнен. Из дополнений самым существенным являются чертежи устройств перекрытий, приложенные на отдельных листах в конце книги.

О. Ривош.

Ленинград,
август 1927 г.

---

[1]) 2-я и 3-я части, дополненные типами ферм и графиками и озаглавленные «Быстрый и точный расчет стропильных ферм», вышли вторым изданием в издательстве «Транспечать».

ОГЛАВЛЕНИЕ.

Стр.

I. Основные начала графической статики.

Введение 11

Сложение и разложение сил, действующих в одной плоскости 13

1. Силы, действующие по одной прямой 13
2. Сложение двух сил, сходящихся в одной точке 14
3. Равновесие трех сил, сходящихся в одной точке 15
4. Разложение силы на две составляющие 17
5. Разложение силы на три заданных направления 21
6. Сложение произвольного числа сил, действующих в одной точке . . . . —
7. Равновесие сил, действующих в одной точке 22
8. Сложение произвольного числа сил, действующих на разные точки . . . 23
9. Свойства веревочного многоугольника 26
10. Равновесие сил 28
11. Сложение параллельных сил 30
12. Разложение силы на две составляющие, ей параллельные и имеющие заданное направление 31

Статический момент сил 33

1. Графическое определение момента любого числа сил, лежащих в одной плоскости 34
2. Построение игибающих моментов для балки, лежащей на двух опорах, при действии параллельных сил 38
3. Применение условий равновесия к упругим телам 39

II. Плоские фермы.

Основные понятия 40
Неизменяемость системы 41
Преобразование ферм 44
Опоры ферм 45
Опоры другого рода 51
Трехшарнирная арка 53

Стр.

Фермы, сочлененные шарнирами 54
Условия статической определимости неизменяемой системы 57
Определение реакций опор 61

1. Аналитический способ . . . . . —
2. Графический способ 64

Определение усилий стержней 65

1. Аналитический способ . . . . . —
2. Способ Риттера 66
3. Графический способ 70

a) Диаграммы Кремоны . . . . . —
b) Правило для построения диаграммы 77

Способ Кульмана 79
Способ Циммермана . . . . . —
c) Общие замечания к построению диаграммы Кремоны 81

III. Стропильные фермы.

Основные понятия и определения 88
Нагрузки 91
Системы стропильных ферм 99
Передача нагрузок на ферму 106
Определение максимальных (расчетных) усилий 108

IV. Системы ферм и их расчет.

Немецкая ферма 110
1. Определение усилий аналитически . . . . . —
2. Определение усилий графически 112
Английская ферма 114

1. Аналитическое определение усилий . . . . . —
2. Графическое определение усилий 122

Бельгийская ферма 123
Ферма Полонсо 126

1. Простая ферма Полонсо . . . . . —
2. Сложная ферма Полонсо 128
3. Определение усилий стержней графическим путем . . . . . —
4. Ферма Полонсо с ломаным верхним поясом 133

Фермы для веерного паровозного здания 136
Фермы пильчатой формы (шедовые) 139
Серповидные фермы 145
Параболическая серповидная ферма 147

1. Определение усилий поясов 148
2. Влияние внешних сил, приложенных вне узлов 150

Стр.

Сложные фермы 151
Навесы 156
Фермы со свешенными концами 158
Трехшарнирные арочные фермы 161

1. Аналитическое определение реакций 162
2. Графическое определение реакций 165
3. Кривая давления 168
4. Определение усилий стержней 169

a) Определение усилий от вертикальной нагрузки 170
b) Определение усилий от давления ветра 171

5. Расчет трехшарнирной арочной фермы с затяжкой 174

a) Аналитический способ . . . . . —
b) Графический способ 176

6. Расчет сплошной трехшарнирной арки 177

V. Устройство и расчет элементов фермы.

Допускаемые напряжения 182
Подбор сечений 186

1. Верхний пояс . . . . . —
2. Нижний пояс 188
3. Стержни решетки (раскосы и стойки) . . . . . —
4. Примеры подбора сечений 195
5. Заклепочные соединения 202

a) Определение числа заклепок . . . . . —
b) Размещение заклепок 203
c) Расчет стыков 205
d) Узлы 209
e) Фасонные соединительные листы 213
f) Соединение отдельных ветвей стержней между собою 215

Опоры балочных стропильных ферм 216

1. Скользящая опора . . . . . —
2. Тангенциальная опора 218
3. Балансирные опоры 219
4. Опоры на катках 220
5. Опоры на колоннах 223
6. Опоры навесных ферм 224

Пятовые и ключевые шарниры арочных стропильных ферм . . . . . —
Поперечные и ветровые связи 229
Краткий обзор развития металлических стропильных ферм 232

Стр.

VI. Расчет элементов перекрытия.

Расчет досчатого настила 234

1. Досчатый настил из одного ряда досок . . . . . —
2. Досчатый настил из двух рядов досок 238

Волнистое железо 242
Расчет обрешетин 245

1. Расчет верхних обрешетин . . . . . —
2. Прогоны (нижние обрешетины) 248
3. Расчет прогонов 251
4. Расчет прогона зетового сечения 255
5. Шарнирные обрешетины 265
6. Расчет шарнирных обрешетин из условия равенства наибольших прогибов 269

Верхний свет (стеклянное покрытие) 281

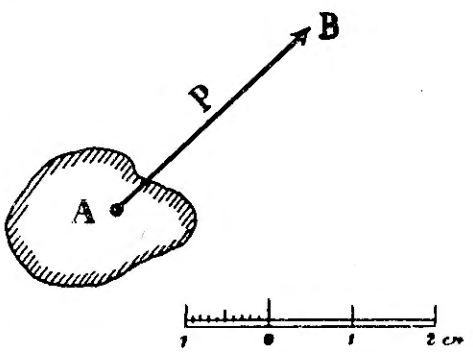
1. Освещенность 284
2. Стекла 285
3. Расчет толщины стекла 286
4. Укладка стекол и швы 287
5. Горбыли 288

Конструктивные детали 290
Расчет горбыля 291
Чертежи. Конструкции некоторых ферм и устройство перекрытий 293
Справочные данные 297
Литература 318

I. Основные начала графической статики.

Введение.

Силами называются причины, которые стремятся привести тело в движение или изменяют имеющееся движение. Всякая сила имеет три необходимых элемента: 1) точку своего приложения, 2) направление и 3) величину. Точка приложения есть точка, на которую сила непосредственно действует; направление силы — прямая линия, по которой сила производит свое действие, т. е. стремится привести тело в движение; величина силы познается по производимому ею действию. Две силы будут между собою равны, если, действуя на одну и ту же точку приложения в одном и том же направлении, окажут одинаковое действие. Величина силы определяется путем сравнения ее с другой силой, принятой за единицу; всякую силу можно заменить силой тяжести, и потому силы измеряют единицами веса, как-то: килограммом, тонной.



Фиг. 1.

Силы графически изображаются отрезками прямых линий, определяющими их величину, положение и направление.

За единицу силы принимается какой-либо отрезок прямой — некоторое количество делений линейного масштаба — и по отношению к выбранному отрезку выражают величины заданных сил. Если 1 см. например, представляет силу в 1 m (тонну), то сила $P = 3{,}5$ m представится отрезком в 3,5 см (фиг. 1).

Направление действия силы обозначется стрелкой: на фиг. 1 сила P направлена от точки приложения A — начала отрезка — к концу его B.

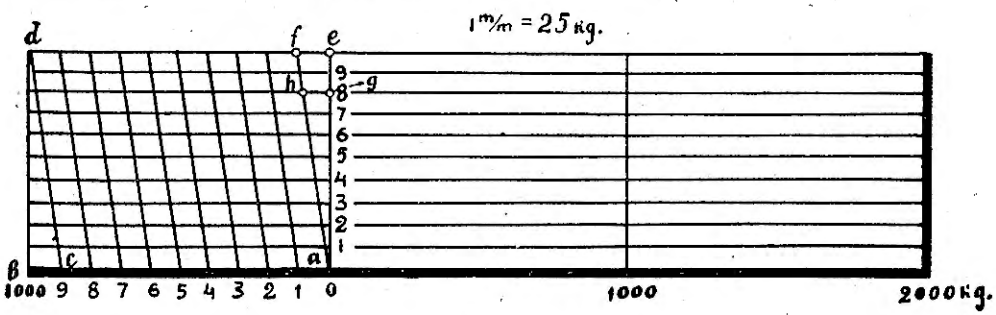
Направление сил, действующих вправо и вверх, принято обозначать знаком $+$, а сил, действующих влево и вниз, знаком $-$.

Для откладывания и отсчитывания сил часто пользуются десятичным масштабом сил, представленным на фиг. 2.

Если отрезок прямой $ab = 40$ *мм*, например, принять в 1 000 *кг*, то 1 *мм* представляет 25 *кг*; разделив ab на десять равных частей, получаем десятые доли:

$$bc = \frac{1000}{10} = 100 \text{ кг}.$$

Для определения десятых долей последней меры bc восставляют перпендикуляр bd, делают его равным, например, 30 *мм*, делят его на десять равных частей, через деления проводят прямые параллельные ab и соединяют d с c линией dc. Основания подобных треугольников представляют определенное число десятых частей отрезка bc. Через деления отрезка ab проводят *линии*, параллельные cd, как показано на фиг. 2. Тогда отрезок fe = отрезку $bc = 100$ *кг*, а, например, $gh = 0{,}8 \cdot 100 = 80$ *кг* ($\triangle afe \infty \triangle ahg$; $hg : fe = ag : ae = 8 : 10$).



Фиг. 2.

Для бо́льшей точности масштаб этот надо вычертить возможно тонкими линиями.

Совокупность сил, приложенных к телу, называется *системой* сил. Две системы сил, оказывающие одинаковое действие на тело, называются *эквивалентными*.

Сила, заменяющая действие заданной системы сил, называется их *равнодействующей*; приложенные силы по отношению к своей равнодействующей называются *составляющими*. Сложить силы значит найти их равнодействующую. Разложить силу значит заменить ее другими силами, оказывающими на тело в совокупности то же действие, как данная сила, т. е. найти ее составляющие; разложение есть действие, обратное сложению.

Силы находятся *в равновесии*, когда совокупное действие их на тело равно нулю, т. е. когда действие одних сил парализуется действием других сил.

В статике рассматриваются абсолютно твердые тела, в которых расстояния между каждыми двумя точками остаются при действии сил неизменными — форма и размеры тела не изменяются.

Основные положения:

1. Две равные силы, направленные по одной прямой в противоположные стороны, взаимно уравновешиваются; тело при действии этих сил находится в равновесии.

2. Действие сил, приложенных к телу, не изменится, если присоединить к ним или отнять от них силы, взаимно уравновешивающиеся.

Из этих начал вытекает следствие: «точку приложения силы, действующей на твердое тело, можно переносить по линии ее действия в какую угодно другую точку, при этом действие силы не изменяется».

3. Равнодействующая двух сил, приложенных под углом в одной точке, проходит через ту же точку и направлена по диагонали параллелограмма, построенного на этих силах.

4. В случае несвободного [1]) тела действие опор может быть заменено действием некоторых сил, называемых сопротивлениями опор или *реакциями*.

При отбрасывании опор и замене их действий соответствующими реакциями вопрос равновесия несвободного тела под действием приложенных сил сводится к вопросу равновесия свободного тела, к которому приложены данные силы и реакции опор.

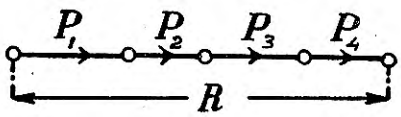
5. Действие равно и противоположно противодействию. Несвободное тело под действием сил оказывает на опору давление, которое равно и противоположно давлению, оказываемому опорой на тело.

Графическая статика рассматривает графические построения для решения различных вопросов статики.

Сложение и разложение сил, действующих в одной плоскости.

1. Силы, действующие по одной прямой.

a) Если силы действуют на тело по одной прямой и по одному направлению, то равнодействующая их R равна их сумме (фиг. 3):



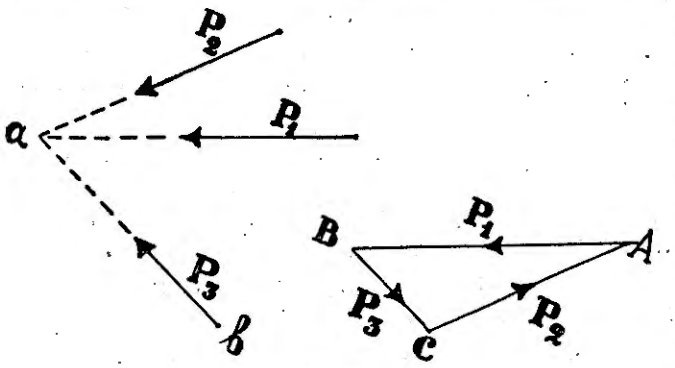
Фиг. 3.

$$R = P_1 + P_2 + P_3 + P_4;$$
$$R = \Sigma P.$$

b) Если силы действуют на тело по одной прямой, но по разным направлениям, то равнодействующая их R равна алгебраической сумме

[1]) Твердое тело называется *свободным*, если оно из одного положения может быть перемещено в какое-либо другое положение; в противном случае оно называется *несвободным*.

Имея направления всех сил и зная, что в случае равновесия построенный треугольник сил должен быть сомкнутым, мы можем по одной данной силе, например P_1 определить две другие силы P_2 и P_3. Для нахождения их строим треугольник сил (фиг. 7); через точку A проводим линию параллельную направлению силы P_1, откладываем в выбранном масштабе от точки A до точки B величину силы P_1; через один конец A отрезка AB проводим линию, параллельную силе P_2, а через другой конец B — линию, параллельную силе P_3.

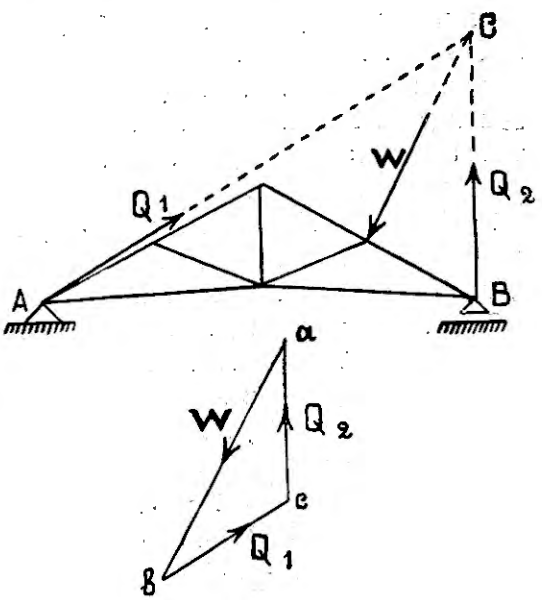


Фиг. 7.

Эти параллельные линии, пересекаясь в точке C, образуют треугольник ABC. Отрезок AC представляет величину силы P_2, а отрезок BC — силы P_3. Так как в случае равновесия треугольник должен быть сомкнутым с непрерывным направлением действия сил, то из него определяются направления сил P_2 и P_3.

Сила P_1 дана по величине и направлению; по этому направлению находим направление 2-х других сил; сила P_3 направлена от B к C, а сила P_2 — от C к A.

Пример 1. Стропильная ферма (фиг. 8), поддерживающая кровлю, опирается на стены 2-мя опорами; одна из них неподвижно прикреплена к стене и может принимать давления в любом направлении; другая свободно перемещается по горизонтальному направлению и потому, если пренебречь трением при этом перемещении, может передавать лишь



Фиг. 8.

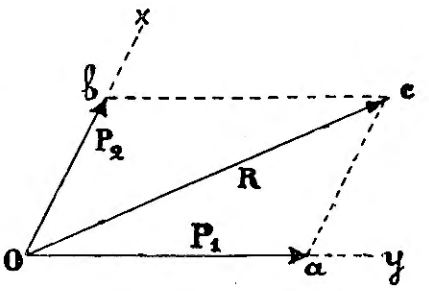
вертикальные давления. На ферму со стороны подвижной опоры действует ветер, равномерно-распределенное давление которого заменено равнодействующей W. Требуется определить реакции опор.

Давление ветра на ферму передается на ее опоры, и так как действие равно противодействию, то давления фермы на опоры равны и прямо противоположны давлениям опор на ферму, т.-е. реакциям. Отбросив опоры, мы можем их действие заменить силами реакций. Ферма под влиянием 3-х сил — W и 2-х сил реакций — находится в равновесии.

Сила W дана по величине, положению и направлению; реакция подвижной опоры задана по направлению (оно — вертикально); для реакции неподзижной опоры известна лишь точка ее приложения A. При равновесии силы должны сходиться в одной точке; сила W и реакция подвижной опоры пересекаются в точке C; через эту же точку должна проходить реакция неподвижной опоры, но так как она проходит через точку приложения A, то точками A и C определяется ее направление; соединяя точки A и C прямой, получаем это направление. Для определения реакций по уже известным направлениям строим треугольник сил. Откладываем в выбранном масштабе от точки a до точки b силу W, через конечные точки a и b проводим линии, параллельные направлениям реакций. Эти линии, пересекаясь в точке c, образуют треугольник, стороны которого ca и bc дадут искомые величины реакций. Так как в треугольнике сил направление силы W — от a к b — известно, то, делая круговой обход сторон в том же направлении, получаем указанные стрелками направления действия найденных реакций.

4. Разложение силы на две составляющие.

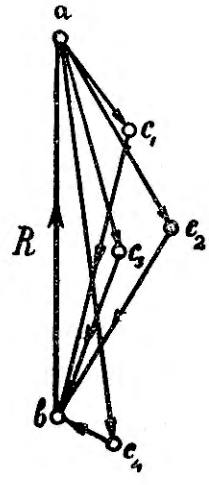
а) *Направления составляющих заданы.* Если требуется разложить какую-нибудь силу R (фиг. 9) на две силы, которые действовали бы по заданным наперед направлениям Ox и Oy, то величины этих сил найдутся, если построим параллелограмм на диагонали $R = Oc$. Через точку c проводим линию ac, параллельную Ox, до встречи с линией Oy в точке a и через ту же точку c проводим линию cb, параллельную Oy, до встречи с линией Ox в точке b. Ob и Oa изображают по величине и направлению искомые силы.



Фиг. 9.

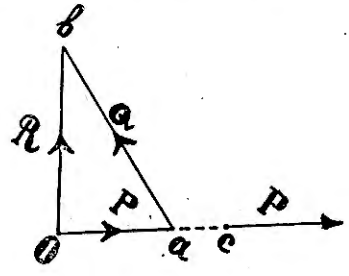
Вместо параллелограмма, проще строить треугольник сил: через конечные точки отрезка $Oc = R$ проводят прямые параллельно заданным направлениям сил.

Если не будут заданы направления, по которым должны действовать силы, то вопрос разложения данной силы на 2 составляющие является неопределенным, как видно из фиг. 10. Решений задачи может быть сколько угодно.



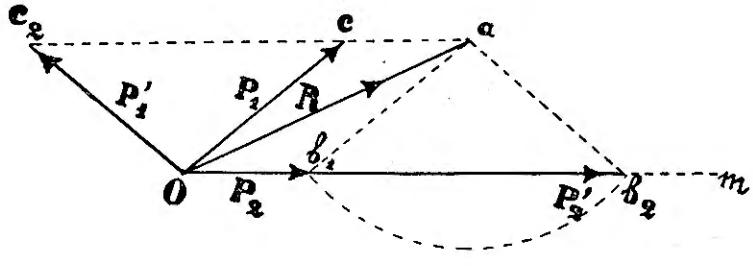
Фиг. 10.

b) *Заданы величина и направление одной составляющей.* Пусть даны: сила R (фиг. 11) и одна из ее составляющих P. Продолжаем направление силы P до пересечения в точке O с силой R, переносим в точку O силу P, откладываем от точки O до точки a силу P в выбранном масштабе и от O до b — силу R. Соединяя точки a и b прямой, получаем другую составляющую Q.



Фиг. 11.

c) *Заданы величина одной составляющей и направление другой.* Пусть в точке O приложена сила R (фиг. 12), даны: направление одной составляющей Om и величина P другой. Приняв конец a силы R за центр, описываем радиусом, равным силе P, дугу, которая пересекает направление Om в двух точках b_1 и b_2.



Фиг. 12.

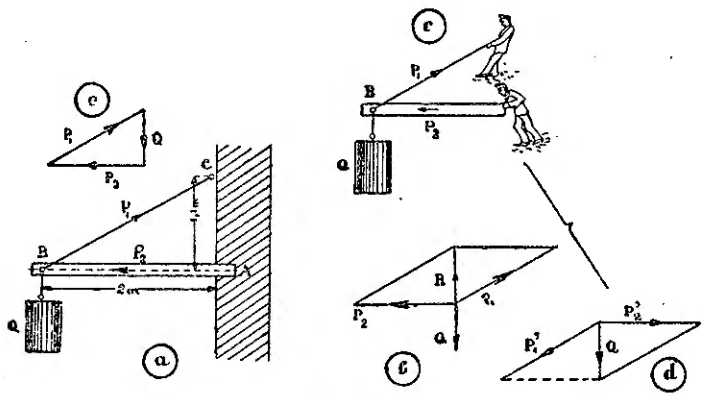
Строим параллелограмм Ob_1ac_1, для чего через точку O проводим линию Oc_1, параллельную ab_1, и через точку a — линию, параллельную Om; получаем 2 составляющие: P_1 заданной величины $= P$ и P_2 по направлению Om.

Другое решение вопроса получим, если построим другой параллелограмм Ob_2ac_2, как предыдущий; одна составляющая $Oc_2 = P_1' = P \parallel ab_2$ и другая $Ob_2 = P_2$ по направлению Om.

Пример 2. Горизонтальная балка AB, заделанная одним концом в стене и поддерживаемая тягой BC (фиг. 13a), несет на конце нагрузку Q [1]).

Определить усилия, возникающие в балке и тяге, и реакции.

Указанное устройство находится в равновесии. В точке B действует внешняя сила Q; для равновесия необходимо, чтобы в точке B по линии действия силы Q была приложена сила R (фиг. 13b), равная по величине силе Q и прямо противоположная ей по направлению. Эта сила R может быть рассматриваема, как равнодействующая тех усилий или сил, которые представляют действие балки и тяги на груз Q. Поэтому, разлагая силу R по правилу параллелограмма на заданные направления осей балки и тяги, получаем силы P_1 и P_2, которые уравновешивают груз Q. Сила P_1 для



Фиг. 13.

наглядности представлена усилием человека (фиг. 13 c), тянущего к себе точку B, а сила P_2, действующая по направлению оси балки — усилием человека, толкающего от себя балку и связанную с ней точку B. Указанные усилия людей переносятся в точку B, слагаются в силу R, которая уравновешивает груз Q.

Рассмотрим действие груза.

Разлагаем силу его Q по 2-м направлениям — по направлению оси тяги и оси балки (фиг. 13 d), получаем составляющие силы: P_1' и P_2'. Сила P_1' представляет действие груза на тягу, а сила P_2' — действие груза на балку.

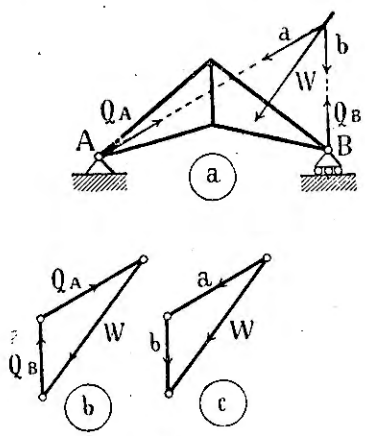
---

[1]) Принято, что соединение балки и тяги между собой и прикрепление их к стене произведено посредством идеальных шарниров. При таком допущении усилия направлены по осям балки и тяги (см. главу „Плоские фермы").

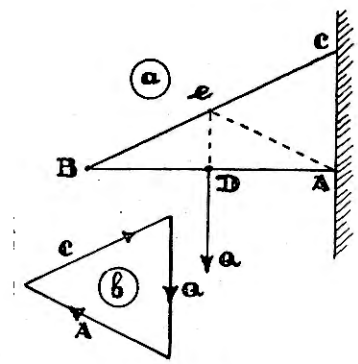
Сила P_1' стремится увлечь тягу в сторону действия силы, и для равновесия необходимо, чтобы в точке B действовала сила P_1, равная по величине силе P_1', по тому же направлению, но в обратную сторону; эта сила изображена на фиг. 13 *c* усилием человека, удерживающего тягу, представляющим противодействие силе P_1'. Дело не изменится, если вместо человека это противодействие окажет крюк, заделанный в стену. Таким образом получается реакция стены в точке C от груза Q. Таким же образом P_2 представляет реакцию в точке A.

В данном случае направления обеих реакций известны: они направлены по осям тяги и балки; эти реакции и внешняя сила находятся в равновесии. Разлагая силу Q по 2-м заданным направлениям (фиг. 13 *e*), получаем треугольник сил, который должен быть *замкнутым*—с течением стрелок в одном направлении; направление данной силы известно, чем определяется направление реакций; из треугольника сил получаем величину и направление каждой реакции.

Пример 3. Реакции стропильной фермы (фиг. 14*a*) могут быть найдены



Фиг. 14.

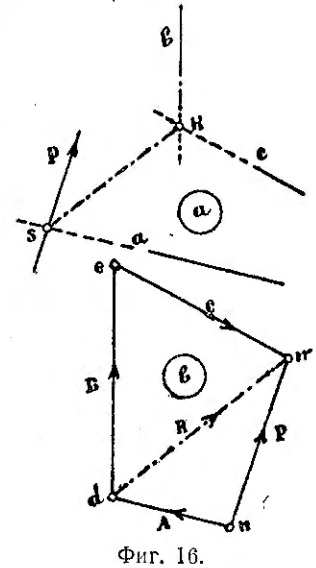


Фиг. 15.

разложением силы W на 2 силы по выше определенным уже направлениям; эти составляющие представляют давления фермы на опоры, а так как действие равно противодействию, то реакции соответственно равны этим давлениям и прямо противоположны по направлению. Направление реакции подвижной опоры B, перемещающейся по горизонтальной плоскости, вертикально; продолжая это направление до пересечения с силой W и соединяя эту точку пересечения с точкой A неподвижной опоры, получаем направление ее реакции. Разлагая силу W по найденным направлениям на составляющие a и b (фиг. 14), получаем из треугольника сил (*c*) их величины; таким образом определены давления фермы на опоры A и B.

Реакции: $Q_a = a$, $Q_b = b$, но направлены в прямо противоположные стороны; так как эти реакции и сила W находятся в равновесии, то треугольник сил *(b)* сомкнут.

Пример 4. Бывают часто случаи, когда требуется найти реакции, если известны: направление одной реакции и точка приложения другой. Для примера возьмем 2 бруска, шарнирно прикрепленные к стене, как показано на фиг. 15 *a*. К горизонтальному брусу приложен в некоторой точке *D* груз *Q*. Требуется определить реакции, вызываемые в *A* и *C* действием внешней силы *Q*. На тягу *BC* не действует внешняя сила; усилие, появляющееся в ней вследствие действия груза, вызывает в *C* реакцию, равную ему по величине и прямо противоположную по направлению; таким образом направление реакции *C* известно: оно направлено по оси бруса *BC*. Другая реакция проходит через шарнир *A*, но ее направление неизвестно и определяется из условия равновесия. Равнодействующая силы *Q* и реакции *C* должна уравновеситься реакцией *A*; равнодействующая *Q* и *C* проходит через их точку пересечения, поэтому продолжаем направление силы *Q* до пересечения в точке *e* с направлением реакции *C*; через точку *e* должна проходить другая реакция *A*, но она также проходит через другую точку — через центр шарнира *A*; две точки *A* и *e* определяют таким образом ее линию действия. Зная линии действия обеих реакций, получаем их величины и направления из треугольника сил (фиг. 15 *b*).



Фиг. 16.

5. Разложение силы на три заданных направления.

Решение возможно, если направления составляющих сил не пересекаются в одной точке. Пусть дана сила *P*, которую требуется разложить на 3 составляющие силы по направлениям *a*, *b* и *c* (фиг. 16 *a*). Равнодействующая составляющих, направленных по *b* и *c*, проходит через точку их пересечения *k*. Продолжаем направление *a* до пересечения в точке *s* с силой *P* и соединяем *s* и *k* прямой *sk*. Силу *P* разлагаем на 2 составляющие: одну — по направлению *a* и другую — по направлению *sk* (фиг. 16 *b*); из Δ сил *mnd* получаем составляющие *A* и *R*; силу *R* переносим в точку *k* и разлагаем ее на 2 составляющие, как это показано на фиг. 16 *b* построением треугольника *med*.

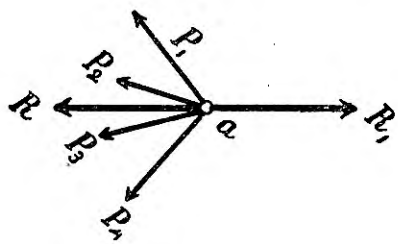
6. Сложение произвольного числа сил, действующих в одной точке.

На точку *a* тела действуют силы: P_1, P_2, P_3, P_4 (фиг. 17).

Для определения их равнодействующей (фиг. 18) находят сначала посредством треугольника сил равнодействующую R_{1-2} сил P_1 и P_2; складывая подобным путем эту равнодействующую с силой P_3, получают

равнодействующую R_{1-3}, которую складывают с силой P_4 и получают искомую равнодействующую всех сил $R_{1-4} = R$.

Из фиг. 18 видно, что для построения общей равнодействующей R нет надобности строить частные равнодействующие R_{1-2}, R_{1-3}, а приходят к тому же результату, откладывая от некоторой точки a последовательно силы P_1, P_2, P_3, P_4, не изменяя их величин, направлений и течений (фиг. 18).

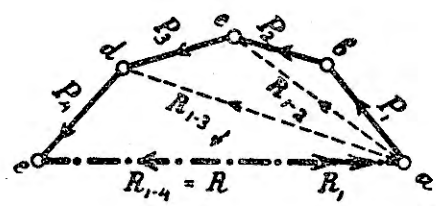


Фиг. 17.

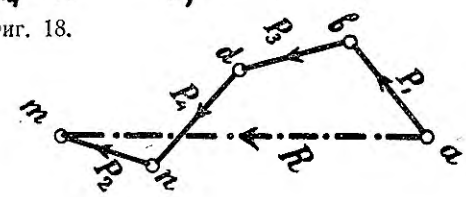
Равнодействующая $R = ae$ заданных сил является замыкающей многоугольника *abcde*, построенного на этих силах. Направление R — от точки a к точке e, как показано стрелкой (противоположно общему течению стрелок сил).

Порядок, в котором откладывают последовательно силы, безразличен можно от конца силы P_1 (фиг. 19) отложить силу P_3 в сторону ее направления, от конца силы P_3 — силу P_4, от конца P_4 — силу P_2. Равнодействующая $R = am$ (фиг. 19) равна ae (фиг. 18).

Равнодействующая какого угодно числа сил, приложенных в одной точке, приложена в той же точке и равна геометрической сумме данных сил, представляемой замыкающей многоугольника, стороны которого равны и параллельны слагаемым силам.



Фиг. 18.



Фиг. 19.

7. Равновесие сил, действующих в одной точке.

Отложим в точке a (фиг. 17) по величине и направлению найденную равнодействующую $R = R_{1-4}$ заданных сил. Если в той же точке приложить силу R_1, равную и прямо противоположную этой равнодействующей, то система сил будет в равновесии; в многоугольнике сил (фиг. 18) сила R_1, представленная замыкающей ea, будет иметь тогда направление, указанное двумя стрелками.

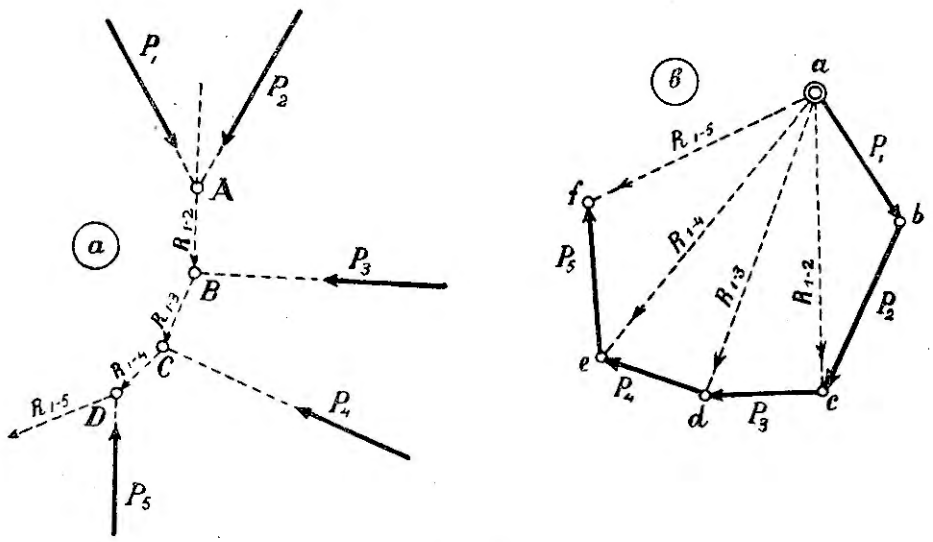
Силы, действующие на одну точку, находятся между собой в равновесии, если построенный на этих силах многоугольник сил

стороны которого равны по величине и направлению отдельным силам, является сомкнутым, с течением сил в одну сторону.

Если изменить направление (течение) любой стороны (силы) сомкнутого многоугольника, то эта сила явится равнодействующей остальных сил.

8. Сложение произвольного числа сил, действующих на разные точки.

Пусть действуют силы P_1, P_2, P_3, P_4 и P_5, приложенные в разных точках (фиг. 20 *a*). Равнодействующую этих сил можно найти посред-



Фиг. 20.

ством многоугольника сил, как указано было выше. Две силы P_1 и P_2 продолжаем до их пересечения в точке A (фиг. 20 *a*), находим их равнодействующую R_{1-2} (фиг. 20 *b*), таким же путем находим равнодействующую R_{1-3} сил R_{1-2} и P_3; складывая равнодействующую последних R_{1-3} с силой P_4, находим их равнодействующую R_{1-4}.

Таким путем находят общую равнодействующую $R = R_{1-5}$ заданных сил (фиг. 20).

Если силы пересекаются вне пределов чертежа или если силы параллельны, этот способ нахождения равнодействующей неприменим.

Более простым путем определяется равнодействующая сил построением многоугольника сил и веревочного многоугольника, как указано ниже.

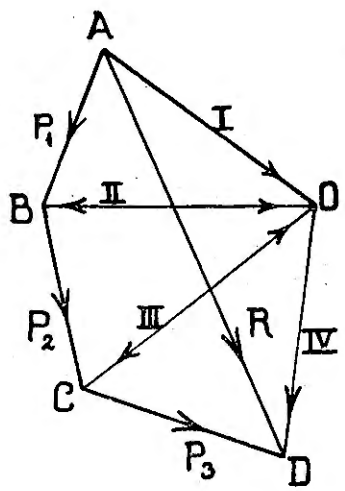
Многоугольники сил и Вариньона (веревочный многоугольник).

Пусть даны три силы P_1, P_2 и P_3, не пересекающиеся в одной точке (фиг. 21 *a*). Величина и направление их равнодействующей определяются замыкающей многоугольника сил; сообразуясь с величиной и направлением

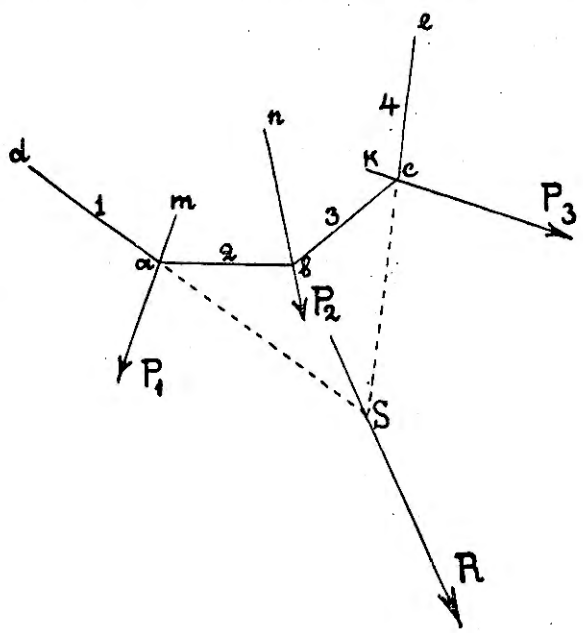
заданных сил, строят многоугольник сил (фиг. 21 *b*); замыкающая его *AD* представляет по величине и направлению равнодействующую *R*. Неизвестно положение этой равнодействующей, для определения его применяют следующий прием:

Возьмем на фиг. 21 *b* произвольную точку *O* и соединяем ее прямыми с началом и концом каждой силы, т. е. с вершинами многоугольника сил — *A*, *B*, *C* и *D*; линии *OA*, *OB*, *OC* и *OD*, выходящие из точки *O* называются *лучами*, а точка *O* — *полюсом*.

Силу P_1 можно заменить ее составляющими *OA* и *OB*, которые определяются из сомкнутого треугольника сил *OAB* по величине и на-



Фиг. 21*b*.



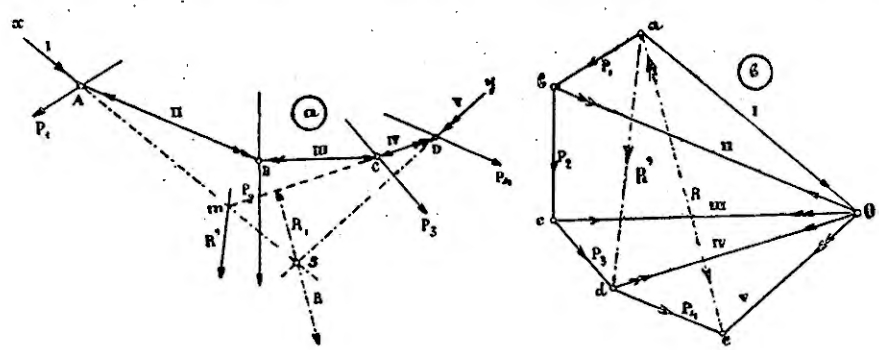
Фиг. 21*a*.

правлению; линии *OB* и *OC* таким же образом представляют составляющие силы P_2, а *OC* и *OD* — составляющие силы P_3. Заменяя силы P_1, P_2 и P_3 их составляющими, мы вместо 3-х сил получаем 6: *AO*, *OB*, *BO*, *OC*, *CO* и *OD*; силы *OB* и *BO*, как видно из фигуры 21 *b*, равны по величине, действуют по одной прямой, но в прямо противоположные стороны, а поэтому взаимно уравновешиваются; на том же основании уравновешиваются силы *OC* и *CO*; остаются таким образом из всех сил только две: *AO* и *OD*.

Построим все составляющие сил на фиг. 21 *a*.

Берем на силе P_1, или ее продолжении, произвольную точку *a*, проводим через нее линии *ad* и *ab*, параллельные лучам *OA* (I) и *OB* (II); на этих прямых откладываем составляющие силы P_1: на *ad* — *AO* и на

ab — OB, продолжаем линию ab до пересечения с силой P_2 в точке b, через эту точку проводим линию bc, параллельную составляющей OC (III), и откладываем на прямых ba и bc составляющие BO (II) и OC (III) силы P_2. Перенесем составляющие силы P_3; по предыдущему продолжаем линию bc до пересечения с силой P_3 в точке c; через эту точку проводим линию ce, параллельную составляющей OD (III), откладываем на прямых cb и ce составляющие CO и OD силы P_3. Таким образом каждая из сил P_1, P_2 и P_3 заменилась ее составляющими; так, по линии ab (2) действует составляющая OB силы P_1 в одном направлении, а в прямо противоположном направлении действует составляющая BO силы P_2, но эти силы также равны между собой, потому взаимно уравновешиваются и могут быть



Фиг. 22.

отброшены. На том же основании могут быть отброшены силы, действующие по линии bc (3); из них одна — составляющая OC силы P_2, а другая — составляющая CO силы P_3; эти силы, как равные и прямо противоположные, взаимно уравновешиваются. Остаются таким образом две силы 1 и 4, идущие по линиям ad и ce, т. е. по первой и последней сторонам ломаной линии $d\ a\ b\ c\ e$; данная система сил заменилась 2-мя силами, которые, пересекаясь, дают точку S, через которую проходит равнодействующая R; величина и направление последней определяются из многоугольника сил, как указано выше. Последнее построение есть основное в графической статике; фиг. 21 a, b являются основными: фиг. 21 b представляет многоугольник сил с проведенными лучами из полюса O, фиг. 21 a — многоугольник Вариньона, или веревочный многоугольник, в котором отдельные стороны соответственно параллельны лучам многоугольника сил.

Веревочный многоугольник служит средством для нахождения положения равнодействующей; посредством силового и веревочного многоугольников можно сложить сколько угодно сил, лежащих в одной плоскости.

Таким же путем найдена равнодействующая сил P_1, P_2, P_3 и P_4 (фиг. 22 a, b). Построены силовой и веревочные многоугольники; крайние

стороны веревочного многоугольника I и V (22 a) продолжены до взаимного их пересечения в точке S; проведя через эту точку S линию, параллельную R (ae) (фиг. 22 b), определяем положение равнодействующей заданных сил.

Для нахождения равнодействующей R системы сил, расположенных в плоскости, надо сначала построить многоугольник сил, замыкающая которого определяет величину и направление равнодействующей.

Для определения положения равнодействующей надо затем построить веревочный многоугольник и продолжить крайние его стороны до их взаимного пересечения; полученная точка будет искомой точкой, через которую проходит равнодействующая, уже известная из многоугольника сил по величине и направлению.

Веревочный многоугольник может служить средством для определения равнодействующей нескольких сил из числа заданных.

Найдем равнодействующую R' трех сил P_1, P_2 и P_3 (фиг. 22 a). Соединяя в многоугольнике сил (фиг. 22 b) точку a с d прямой ad, получаем замыкающую трех указанных сил, которая дает по величине и направлению искомую равнодействующую R'. Для определения ее положения надо воспользоваться построенным веревочным многоугольником (фиг. 22 a), для этого надо продолжить крайние лучи I и IV до их взаимного пересечения в точке m; для 3-х сил — P_1, P_2 и P_3 — веревочный многоугольник входит в построенный и представляет часть его I — II — III — IV; крайние стороны I и IV. Проведя через найденную точку m линию, параллельную ad (многоугольника сил), получаем положение частной равнодействующей R'.

9. Свойства веревочного многоугольника.

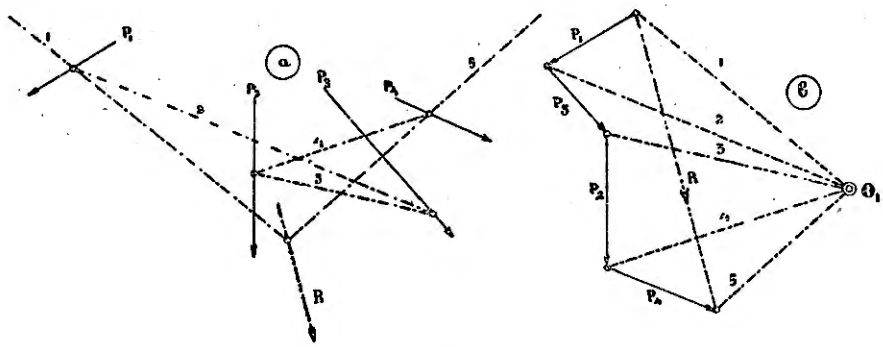
1. Для построения веревочного многоугольника (фиг. 22 a) была взята на направлении силы P_1 точка A произвольно; если начать построение с других точек, то положение равнодействующей для заданных сил не изменится, так как при одном и том же полюсе соответственные стороны веревочных многоугольников будут между собой параллельны; следовательно точки пересечения крайних сторон будут лежать на одной линии.

2. Величина, направление и положение равнодействующей не изменяются от порядка следования сил в многоугольнике.

На фиг. 22 a построен веревочный многоугольник для последовательного порядка сил: P_1, P_2, P_3 и P_4; на фиг. 23 a построен веревочный многоугольник для той же системы сил, но порядок следования сил в многоугольнике иной: P_1, P_3, P_2 и P_4.

Величина, направление и положение равнодействующей не изменяются.

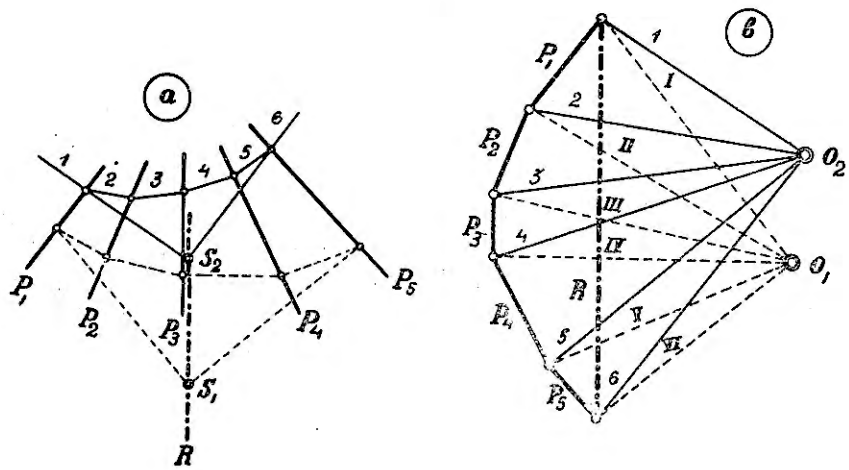
3. Для построения веревочного многоугольника (фиг. 22 *a*) была принята точка *O* за полюс; принимая другие точки плоскости за полюсы, т. е. изменяя положение полюса, можно для данной системы сил построить бесконечно большое число веревочных многоугольников, но при этом



Фиг. 23.

положение равнодействующей данных сил не изменяется — пересечение крайних сторон веревочных многоугольников будет находиться на *одной прямой*, по которой направлена равнодействующая.

На фиг. 24 *b* представлена система сил: P_1, P_2, P_3, P_4 и P_5.



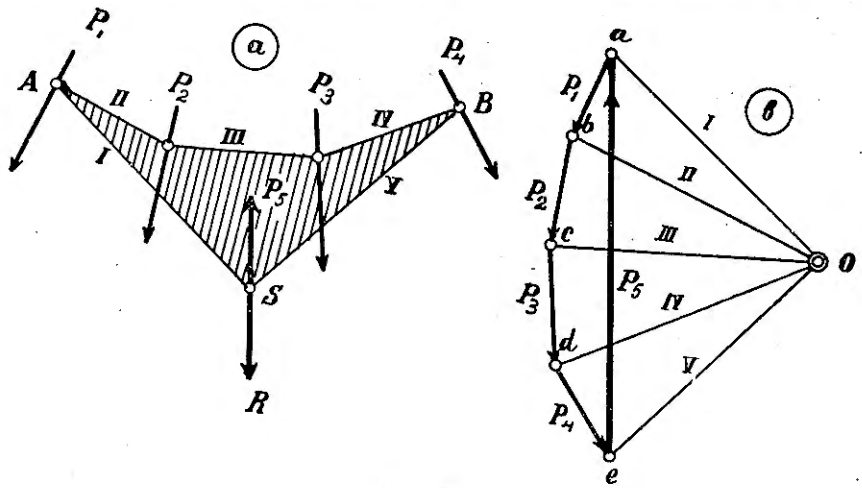
Фиг. 24.

Приняв какую-либо точку O_1 за полюс, строим веревочный многоугольник *I—II—III—IV—V—VI* (фиг. 24 *a*); продолжая до взаимного пересечения крайние стороны, получаем точку S_1, через которую проводим линию, параллельную равнодействующей *R*.

Приняв точку O_2 за полюс и построив веревочный многоугольник 1—2—3—4—5—6, получаем продолжением крайних сторон его точку пересечения S_2, которая лежит на линии действия равнодействующей; если через точку S_2 по общему правилу провести линию, параллельную R, то она совпадает с прежде найденным направлением равнодействующей.

10. Равновесие сил.

Если в точке S (фиг. 22 a) приложить по линии действия равнодействующей R силу R_1, ей равную и прямо противоположную, то заданная система сил будет находиться в равновесии. В многоугольнике сил (фиг. 22 b) замыкающая ae представит силу R_1 с направлением от e к a.



Фиг. 25.

Многоугольник сил таким образом является замкнутым, т. е. силы в нем идут по одному течению; равнодействующая равна нулю.

Веревочный многоугольник для сил P_1, P_2, P_3, P_4 и $P_5 = R$ (фиг. 25 a, b), находящихся в равновесии, также является замкнутым.

Луч II в многоугольнике сил (фиг. 22 b), заданных на фиг. 22 a, идет из полюса O к концу силы P_1 и началу другой силы P_2, а параллельная ему сторона веревочного многоугольника II лежит между этими силами P_1 и P_2. Луч III направлен из полюса O к концу силы P_2 и началу другой силы P_3, а параллельная ему сторона III веревочного многоугольника лежит между этими силами. Луч V, идущий к концу силы P_4 и началу силы P_5, будет также иметь сторону V веревочного многоугольника, лежащую между этими силами. Сторона I также лежит между силами P_1 и P_5 (R).

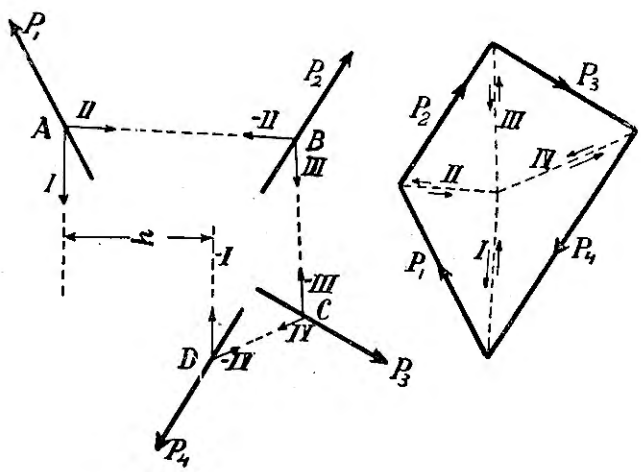
На фиг. 22 a линии AS и DS — вспомогательные и являются продолжениями направлений I и V для отыскания точки S.

На фиг. 25*а* линии *AS* и *BS* являются *сторонами* веревочного многоугольника.

Следовательно *силы, действующие на различные точки тела, находятся в равновесии, если многоугольник сил и соответствующий ему веревочный многоугольник сами собой замыкаются.*

Если многоугольник сил замыкается, а веревочный многоугольник остается открытым, то данная система сил приводится к паре сил.

Пусть даны силы P_1, P_2, P_3 и P_4 (фиг. 26), действующие на разные точки тела, и пусть многоугольник сил смыкается, а веревочный многоугольник, построенный с помощью полюса *O*, остается открытым, т. е. не замыкается.



Фиг. 26.

По предыдущему силы *II*, *III* и *IV*, действующие по одной прямой, равные и прямо противоположные, взаимно уравновешиваются. Оставшиеся силы *I — I* параллельны друг другу (параллельны лучу *I*), равны, имеют противоположное направление — образуют пару сил. Под действием этой пары сил тело стремится вращаться.

Мерой этого вращения служит произведение из силы на плечо h — расстояние между силами. Это произведение называется моментом пары силы $M = I \cdot h$.

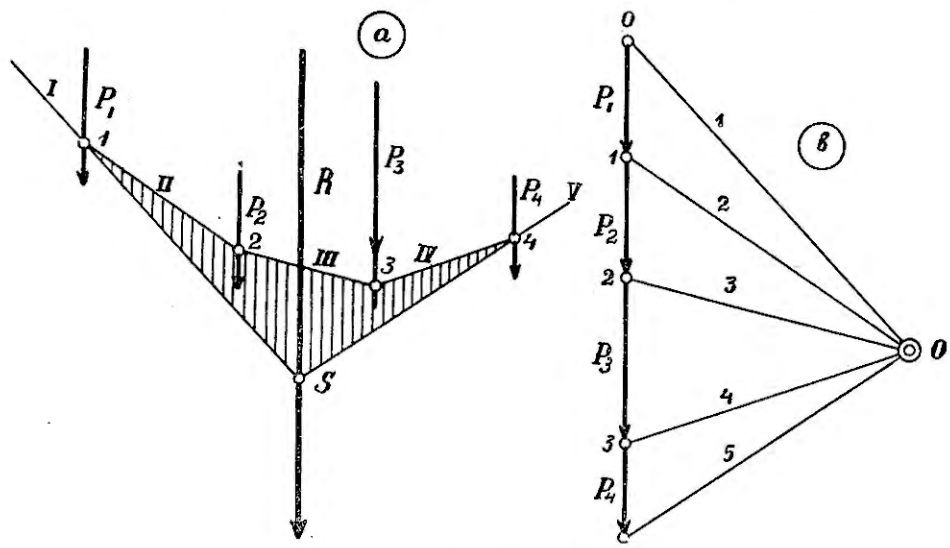
Для того, чтобы не было вращения от момента *M*, необходимо, чтобы $M = O$; последнее условие удовлетворяется значением $h = 0$, т. е. чтобы силы *I — I* лежали на одной прямой, и веревочный многоугольник является тогда сомкнутым. Силы *I — I* тогда бы взаимно уравновесились и система сил находилась бы в равновесии.

11. Сложение параллельных сил.

Положение равнодействующей параллельных сил определяется по общему приему, но построение упрощается. Пусть требуется найти равнодействующую сил, данных на фиг. 27.

Многоугольник сил в данном случае обращается в прямую линию, называемую *планом сил* (фиг. 27 *b*).

Выбрав произвольно полюс *O*, строим веревочный многоугольник *I—II—III—IV—V* (фиг. 27 *a*), продолжаем крайние его стороны до взаимного пересечения в точке *S*, через которую проводим линию, параллельную данным силам. По этой прямой направлена равнодействующая *R*.

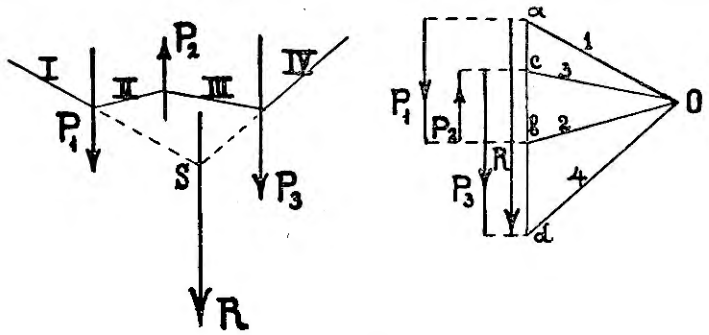


Фиг. 27.

Если некоторые из сил имеют противоположное направление, как указано на фиг. 28, то при построении плана сил для наглядности и во избежание ошибки наносят данные силы сбоку рядом с планом сил с их направлением; от точки *a* до точки *b* отложена в выбранном масштабе сила P_1, от точки *b* до точки *c* в противоположном направлении—сила P_2 и от точки *c* до точки *d*—сила P_3; равнодействующая по величине равна линии *ad*, направление—от *a* до *d*.

Выбрав полюс *O*, проводим лучи к началу и концу каждой силы и строим веревочный многоугольник по общему приему (фиг. 28). Продолжением крайних лучей *I* и *IV* до их взаимного пересечения определяется точка *S*, через которую проходит равнодействующая, параллельная данным силам; величина и направление равнодействующей определены из плана сил.

Если в точке S (фиг. 27 a) приложить силу $P_5 = R$ по линии ее действия в прямо противоположную сторону, то план сил сомкнется — общая равнодействующая будет равна нулю, и веревочный многоугольник сомкнется, система сил потому будет находиться в равновесии.

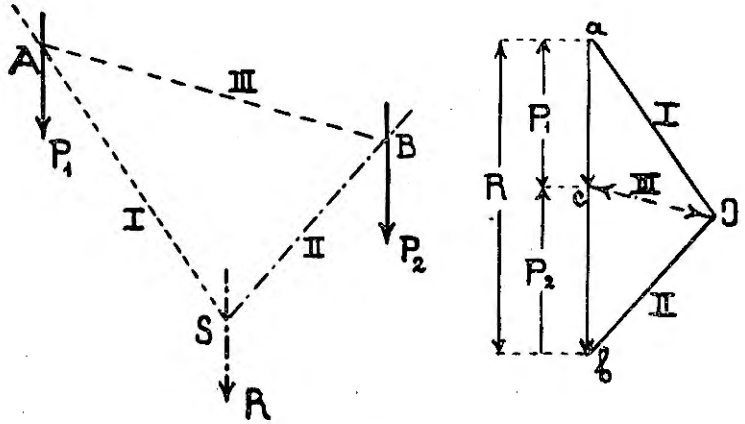


Фиг. 28.

Для того, чтобы найти силу, которая уравновесила бы данную систему сил, надо найти их равнодействующую; дополнительная сила равна и прямо противоположна найденной равнодействующей.

12. Разложение силы на две составляющие, ей параллельные и имеющие заданное направление.

Пусть требуется разложить силу R на две параллельные P_1 и P_2 (фиг. 29).



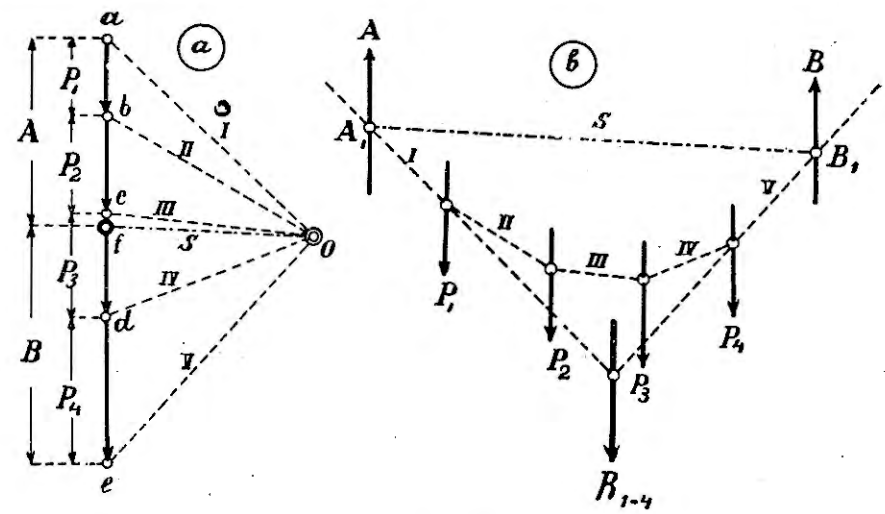
Фиг. 29.

На линии ab, параллельной данной силе R, откладывают величину ее; приняв точку O за полюс, строят веревочный многоугольник $I—II$. Через любую точку S силы R проводят линии, параллельные: лучу I — до

пересечения с силой P_1 в точке A, и лучу II — до пересечения с силой P_2 в точке B. Соединяют точки A и B прямой AB, которая будет замыкающей веревочного многоугольника, и через полюс O (фиг. 29) проводят луч III, параллельный замыкающей AB; этот луч пересекает силу R в точке c, которой определяются искомые величины сил P_1 и P_2: $ac = P_1$; $cb = P_2$; $P_1 + P_2 = R$.

Доказательством может служить обратное действие — сложение сил P_1 и P_2 в одну равнодействующую.

Продолжая крайние стороны I и II построенного для них веревочного многоугольника, получаем точку S, через которую проходит R.



Фиг. 30.

Можно привести следующее объяснение. Разлагаем предварительно заданную силу R на две по 2-м произвольным направлениям SA и SB (фиг. 29); величину и направление этих составляющих получаем из треугольника сил aOb; одна из них — aO, другая — Ob. Эти составляющие соответственно разлагаем: составляющую aO на 2 силы: по направлению Oc и по направлению силы R; из треугольника сил aOc получаем величины и направление этих составляющих: $ac = P_1$ и cO; составляющую Ob — на 2 силы по направлениям Oc и по направлению силы R; из треугольника сил bOc имеем: $cb = P_2$ и Oc, как составляющие силы Ob.

Составляющие Oc и cO, как равные и прямо противоположные, уничтожаются и могут быть отброшены; остаются две силы P_1 и P_2, на которые разложилась сила R.

Таким же образом решается важная в строительной практике задача: определить две параллельные силы A и B заданного положения, которые уравновешивают данную систему параллельных сил.

Пусть данная система параллельных сил состоит из P_1, P_2, P_3 и P_4 (фиг. 30 *b*).

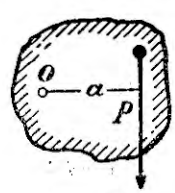
Определяем положение их равнодействующей R Строим план сил *ae* (фиг. 30 *a*), выбираем полюс O и чертим веревочный многоугольник $I—II—III—IV—V$; продолжением крайних его сторон I и V определяется точка пересечения, через которую проходит равнодействующая R. Задача сведена к предыдущей. Продолжают сторону I веревочного многоугольника до пересечения с силой A в точке A_1 (фиг. 30 *b*), а сторону V — до пересечения с силой B в точке B_1; точки A_1 и B_1 соединяют линией $A_1 B_1$ и в многоугольнике сил через полюс O проводят линию s, параллельную $A_1 B_1$, до пересечения с $ae = R$ в точке f. Отрезки af и fe линии *ae* представляют искомые величины сил A и B. Верхний отрезок $af = A$, потому что эта сила находится в равновесии с силами I и s веревочного многоугольника, образуя треугольник сил. Так как последние по заданию уравновешивают данные силы, то они имеют обратное направление.

$$-A - B + R = 0;$$

$$-A - B + P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = 0.$$

Статический момент сил.

Под влиянием силы P тело получает некоторое поступательное движение; если закрепить неподвижно одну какую-нибудь точку тела, например точку O (фиг. 31), то сила P стремится повернуть тело около оси, проходящей через точку O и перпендикулярной к плоскости действия силы P.



Фиг. 31.

Мера стремления вращения выражается произведением из величины силы P на ее расстояние a от оси вращения. Это произведение называется *статическим моментом* силы.

Расстояние a называется *плечом*.

Принято считать момент *положительным*, если сила вызывает вращение около оси по направлению вращения часовой стрелки (фиг. 31); если вращение совершается в обратном направлении, момент называется *отрицательным*. Аналитически положительный момент выражается знаком + (плюс), отрицательный знаком — (минус).

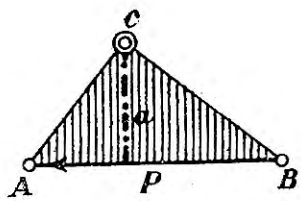
Геометрическим представлением момента служит площадь прямоугольника, у которого основание сила P, а высота — ее плечо, или обратно. Этот момент также равен удвоенной площади треугольника, у которого основание сила P и вершина в точке вращения (фиг. 32).

Алгебраическая сумма статических моментов любого числа сил, лежащих в одной плоскости, относительно любой точки этой пло-

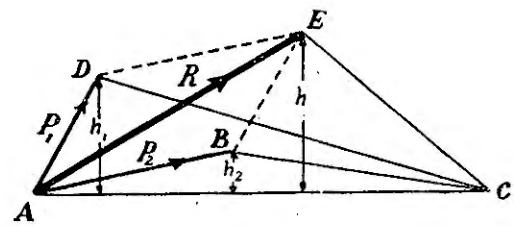
скости равняется моменту их равнодействующей относительно той же точки.

Для доказательства этого положения рассмотрим случай действия двух сил, так как тот же способ может быть приложен для любого числа сил.

Пусть равнодействующая двух сил P_1 и P_2 будет R (фиг. 33) и точкой вращения точка C.



Фиг. 32.



Фиг. 33.

Соединяем точку C с точками A, B, D и E.

Момент силы P_1 выражается удвоенной площадью $\triangle$-ка ACD:

$$M_1 = 2 \triangle ACD = AC \cdot h_1.$$

Момент силы P_2

$$M_2 = 2 \triangle ACB = AC \cdot h_2.$$

Момент силы R

$$M = 2 \triangle ACE = AC \cdot h.$$

Таким образом

$$M_1 + M_2 = AC\ (h_1 + h_2),$$

но

$$h_1 + h_2 = h \text{ (из фиг. 33)},$$

отсюда

$$M = M_1 + M_2.$$

1. Графическое определение момента любого числа сил, лежащих в одной плоскости.

Применим для этой цели веревочный многоугольник.

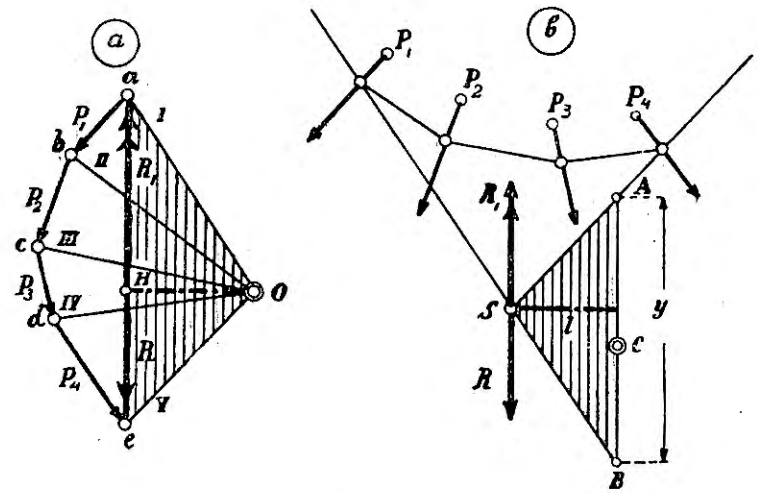
Чтобы получить момент сил P_1, P_2, P_3 и P_4 (фиг. 34 *b*) относительно точки вращения C, надо найти их равнодействующую R по общему правилу и определить ее момент. Построив многоугольник сил (фиг. 34 *a*) и веревочный многоугольник (фиг. 34 *b*) и продолжив его крайние стороны до пересечения в точке S, определим положение равнодействующей. Статический момент $M = R \cdot l$, где l — плечо.

Величина момента может быть представлена в другой важной форме, в зависимости от свойств многоугольника сил и веревочного многоугольника.

Проведя через точку вращения C линию, параллельную R, до пересечения с крайними сторонами веревочного многоугольника в точках A и B, получают $\triangle ASB$ (заштрихованный), который подобен $\triangle$-ку *oea* (заштрихованному) в многоугольнике сил (34 *a*) вследствие параллельности всех сторон. Из подобия этих треугольников получается следующее соотношение:

$$l : AB = H : R,$$

где $AB = y$ — *длине отрезка, отсекаемого крайними сторонами веревочного многоугольника на прямой, проведенной через точку вращения*



Фиг. 34.

параллельно равнодействующей; H — перпендикуляр, опущенный из полюса O на направление равнодействующей, называется полюсным расстоянием.

Отсюда

$$H \cdot y = R \cdot l; \text{ но } Rl = M.$$

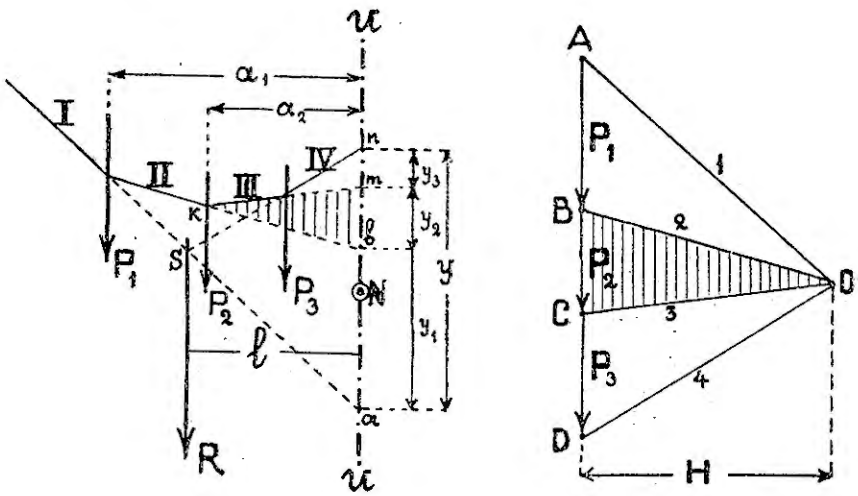
Поэтому

$$M = H \cdot y,$$

т. е. *статический момент произвольного числа сил, действующих в одной плоскости, относительно данной точки равен произведению из полюсного расстояния (H) их равнодействующей на длину отрезка (y), отсекаемого продолженными крайними сторонами веревочного многоугольника на прямой, проведенной параллельно равнодействующей через данную точку.*

В произведении $H \cdot y$ величина H представляет силу, y — длину (можно рассматривать наоборот: H — длину, y — силу). Если H выбрать равным 1, то $M = y$, т. е. равнодействующий момент заключает столько единиц моментов (единица момента есть момент единицы силы при плече = единице расстояния), сколько y содержит единиц длины. Если в точке S приложить силу R_1, равную и прямо противоположную R, то система сил будет находиться в равновесии, так как многоугольник сил и веревочный многоугольник сомкнутся. Равнодействующая всех сил $R - R_1 = 0$, но и статический момент всех сил $+R \cdot l - R_1 l = 0$.

Отрезок y в данном случае, при сомкнутом веревочном многоугольнике, будет равен 0.



Фиг. 35.

Система сил, действующих в плоскости, находится в равновесии, если их равнодействующая $R = 0$ (тело не получает поступательного движения) *и если момент сил относительно любой точки плоскости* $\Sigma M = 0$ (тело не имеет и вращательного движения).

Случай параллельных сил наиболее часто встречается в строительном деле: нахождение графически моментов производится по вышеуказанному очень просто, чем облегчается расчет. Пусть даны параллельные силы P_1, P_2 и P_3 (фиг. 35), для которых требуется найти момент относительно любой точки, положим N. Строим план сил, выбираем полюс O, проводим лучи и чертим веревочный многоугольник $I - II - III - IV$; продолжая крайние его стороны до взаимного пересечения, получаем точку S, через которую проходит равнодействующая R. Проводим через точку вращения N линию $U - U$, параллельную заданным силам, и продолжаем крайние лучи до пересечения с этой прямой в точках a и n;

полученный отрезок $an = y$, умноженный на полюсное расстояние, даст величину требуемого момента:

$$M = -R \cdot l = -H \cdot y.$$

Если требуется найти статический момент только одной силы относительно точки N, например P_2, то надо продолжить стороны веревочного многоугольника II и III, сходящиеся у этой силы, до пересечения с линией $U-U$ в точках b и m; отсеченный отрезок $bm = y_2$, умноженный на полюсное расстояние H, даст величину искомого момента:

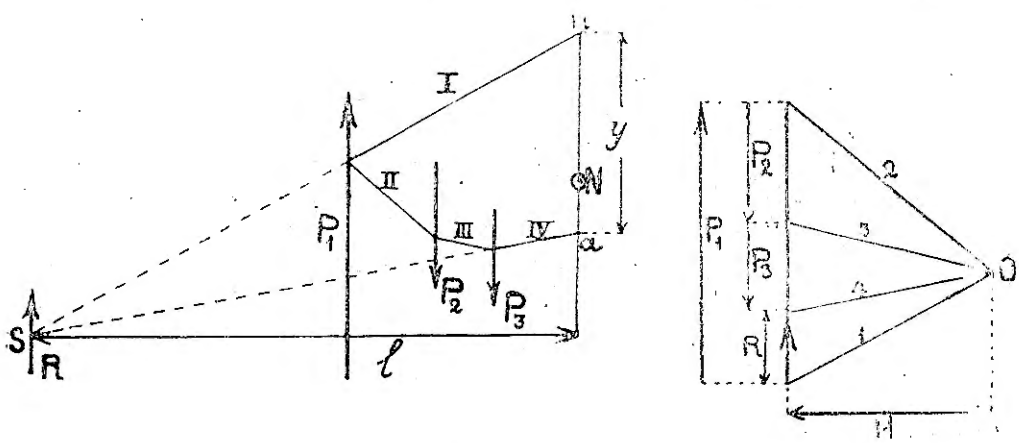
$$M_2 = -P_2 \cdot a_2 = -H \cdot y_2.$$

Из подобия треугольников OBC и kmb (фиг. 35) следует:

$$P_2 : H = y_2 : a_2 \qquad \text{или} \qquad P_2 \cdot a_2 = H \cdot y_2.$$

На том же основании момент силы $P_1 : M_1 = -P_1 \cdot a_1 = -H \cdot y_1$,

" " $P_2 : M_3 = -P_3 \cdot a_3 = -H \cdot y_3$.



Фиг. 36.

Если требуется найти момент 2-х сил относительно точки N, например сил P_1 и P_2, то надо продолжить до пересечения с прямой UU первую и последнюю стороны веревочного многоугольника, относящиеся к этим силам, т. е. стороны I и III; отсеченный на линии UU отрезок am, умноженный на полюсное расстояние H, даст величину искомого момента.

$$M = -P_1 \cdot a_1 - P_2 \cdot a_2 = -H \cdot \overline{am} = -H\ (y_1 + y_2).$$

Общий момент $M = M_1 + M_2 + M_3 = -H\ (y_1 + y_2 + y_3) = -Hy$.

На фиг. 36 представлено графическое определение момента относительно точки N сил P_1, P_2 и P_3, из которых $P_1 > P_2 + P_3$ и направлена в противоположную сторону.

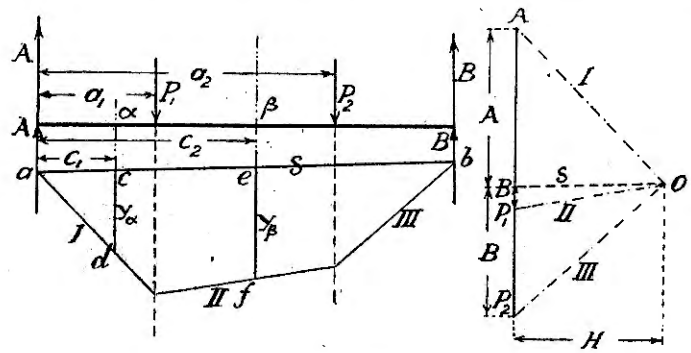
$$M = R \cdot l = H \cdot y.$$

2. Построение изгибающих моментов для балки, лежащей на 2-х опорах, при действии параллельных сил.

Изгибающим моментом для какого-нибудь поперечного сечения балки называется момент всех сил, лежащих по одну сторону сечения относительно его центра тяжести.

Пусть на балку действуют вертикальные силы P_1 и P_2 (фиг. 37).

Силы уравновешиваются реакциями опор; находим эти реакции, как указано выше, на стр. 31 и 32. Будем находить моменты сил *левее* сечения. Пусть требуется определить момент сил относительно точки α, левее ее действует одна лишь сила — опорная реакция A. Проводим через точку α линию, параллельную силам; отрезок y_α, параллельный силам и заключенный между сторонами I и s веревочного многоугольника,



Фиг. 37.

сходящимся у силы A, измеряет величину изгибающего момента; по предыдущему

$$M_\alpha = A \cdot c_1 = H \cdot y_\alpha.$$

Изгибающий момент для сечения β между силами P_1 и P_2.

Левее сечения расположены силы A и P_1, для которых первой и последней сторонами веревочного многоугольника являются стороны s и II; отрезок y_β, параллельный силам, заключенный между этими сторонами и умноженный на полюсное расстояние H, даст величину изгибающего момента.

$$M_\beta = A \cdot c_2 - P_1 (c_2 - a_1) = H \cdot y_\beta.$$

Таким образом изгибающие моменты относительно различных сечений балки изменяются соответственно длинам отрезков y между замыкающей s и сторонами веревочного многоугольника.

3. Применение условий равновесия к упругим телам.

Представленные выше условия равновесия относятся к воображаемому твердому телу, частицы которого неизменно связаны. Под действием внешних сил расстояния между частицами его остаются без изменения.

В действительности все твердые тела обладают некоторой упругостью и под влиянием внешних сил способны изменять свою форму, т. е. *деформироваться*; расстояния между частицами таких тел изменяются в зависимости от характера действия внешних сил.

Изменению формы тела противодействуют силы внутренние. При достаточной прочности тело будет менять свою форму до тех пор, пока внутренние силы не уравновесятся с внешними.

Если физическое тело находится в равновесии под влиянием внешних сил, *то равновесие его не нарушится,* когда укрепим его частицы и сделаем тем самым расстояния между ними неизменными. При таком представлении имеем абсолютно твердое тело.

Отсюда следует, что условия равновесия физического упругого тела должны удовлетворять условиям статики, выведенным для абсолютно твердого тела.

Эти условия необходимы, но недостаточны.

Прямой упругий брус, например, растягиваемый двумя равными и прямо противоположными силами, приложенными к его концам, может при недостаточной прочности разорваться. Внешние силы, на него действующие, удовлетворяют при этом условиям равновесия статики. Для абсолютно твердого тела они необходимы и достаточны; для физического упругого тела они недостаточны. Для достижения равновесия последнего необходимо, чтобы деформация бруса — его удлинение — не превосходила определенного предела и чтобы вызванные внутренние силы уравновешивались силами внешними.

При деформации тела точки приложения внешних сил перемещаются, поэтому при составлении уравнений равновесия следует принимать в расчет окончательные размеры деформированного тела.

Так как в сооружениях применяются твердые упругие тела, деформация которых под действием внешних сил очень незначительна, то влиянием ее пренебрегают и предполагают при составлении общих условий равновесия, что внешние силы действуют на неизменяемую систему точек.

II. Плоские фермы.

Основные понятия.

Фермой называется система стержней, соединенных между собою по концам. Если оси стержней лежат в одной плоскости, то ферма называется *плоской* (фиг. 38, 42, 45).

Точки, в которых сходятся оси двух или нескольких стержней, называются узловыми точками или *узлами* фермы. Стержни и узлы суть элементы фермы.

Принимают для упрощения расчетов, что стержни в узлах соединены идеальными шарнирами — без трения; практически при шарнирном соединении не может не появиться трение даже при отсутствии временных нагрузок — вес стержней, соединенных посредством шарнира, производит на его болт давление, вследствие чего появляется соответствующее трение.

Системы стержней, ограничивающих ферму сверху и снизу, называются *поясами*. Стержни между поясами образуют собственно решетку; стержни, направленные вертикально, носят название *вертикалей* или *стоек*; если они направлены косо — *диагоналей* или *раскосов*.

Внешние силы, действующие на ферму, предполагаются лежащими в плоскости фермы и приложенными в узловых точках.

Вследствие указанных положений устройства фермы стержни подвергаются действию осевых сил — или *растяжению*, или *сжатию*.

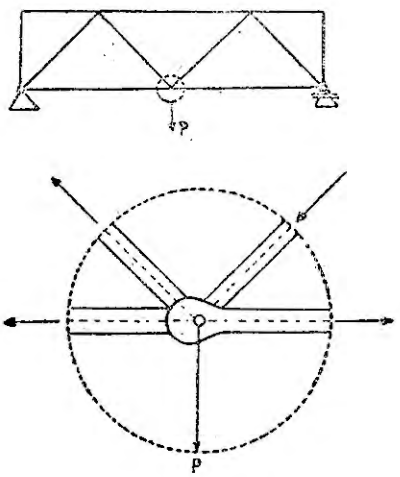
Выделим мысленно часть фермы — какой-нибудь узел с пересекающимися в нем стержнями и внешней силой P (фиг. 38, 39). Для того, чтобы этот узел был в равновесии, необходимо приложить к стержням те силы, которые проявляли эти стержни до своего отсечения. Эти силы направлены по осям стержней и должны проходить через узловую точку, в противном случае они повернули бы отрезки стержней около узловой точки и таким образом не было бы равновесия. Силы, действующие по осям стержней и заменяющие действие отдельной части, называются *усилиями* стержней. Эти усилия — внутренние силы — по отношению к выделенной части будут внешними.

В сплошных балках, подверженных изгибу от действия внешних сил, напряжение материала распределяется неравномерно, убывая от крайних волокон к нейтральной оси; материал, прилегающий к нейтральному слою, слабо участвует в сопротивлении внешним силам и имеет тот недостаток, что бесполезно увеличивает мертвую нагрузку — собственный вес балки.

В решетчатой балке — ферме, напротив, материал может быть использован с наибольшей выгодой, целесообразно. Как видели выше, стержни — элементы фермы — подвергаются или растяжению, или сжатию, напряжение материала распределяется равномерно, каждая площадка поперечного сечения может быть использована с одинаковой выгодой.

Стержни фермы подвергаются также изгибу от собственного веса, но величина напряжения, вызываемого изгибом, вообще незначительна по отношению к напряжению от осевого усилия, потому ею пренебрегают.

Теоретическое предположение для рассчета ферм, как соединение стержней посредством шарниров без трения, относят к фермам, у которых стержни соединены заклепками. Практика показала, что таким образом рассчитанные фермы удовлетворяют условиям прочности.



Фиг. 38 и 39.

Здесь рассмотрим стропильные фермы, *статически определимые*, для рассчета которых достаточно уравнений статики. Если этих уравнений недостаточно и для рассчета ферм необходимо еще рассматривать их деформации, то фермы называются *статически неопределимыми*.

Рассчет сводится к 2-м операциям:

1) нахождению реакций опор и максимальных усилий стержней в зависимости от внешних сил и 2) определению прочных размеров стержней в зависимости от найденных максимальных усилий.

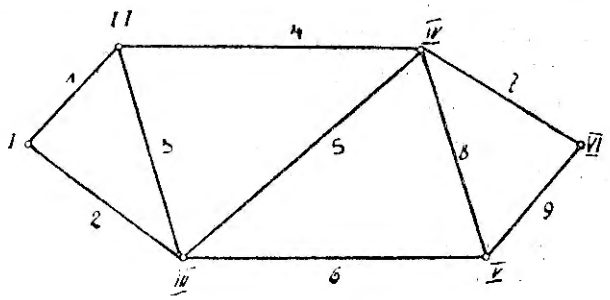
Неизменяемость системы.

Одним из условий статической определимости фермы является неизменяемость системы; узловые точки такой системы, вследствие наличия достаточного количества стержней, их связывающих, не могут изменить своего взаимного расположения — фигура фермы не изменяется при неизменности длин стержней.

К такой геометрически неизменяемой системе, как подобию твердого тела, некоторые частицы которого укреплены и расстояния между ними не изменяются, приложимы законы статики.

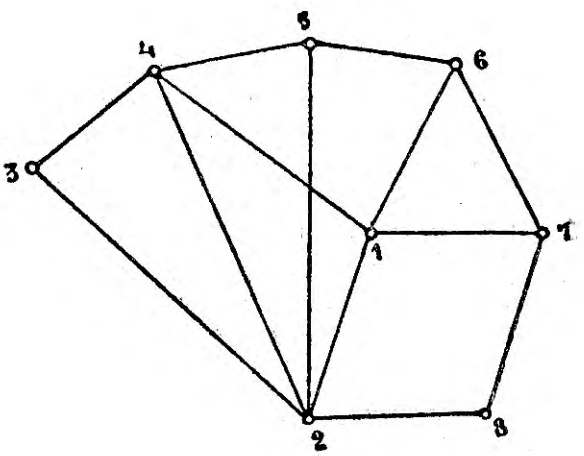
Такая неизменяемость фермы необходима для ее устойчивости.

Рассмотрим, сколько необходимо стержней, чтобы можно было фермы рассматривать, как неизменяемую жесткую систему.



Фиг. 40.

Пусть даны сначала три узла на плоскости I, II, III (фиг. 40). Соединяя между собою эти узлы стержнями 1, 2 и 3, получаем треугольник I — II — III — простейшую неизменяемую систему; узлы ее, вследствие наличия стержней, не могут изменить своего взаимного расположения. Для соединения IV — четвертого узла — с полученной системой неизменяемым образом необходимы 2 стержня (4 и 5); таким образом образовалась новая неизменяемая система I — II — III — IV. Для нового узла V потребуется на том же основании 2 стержня (6 и 8).



Фиг. 41.

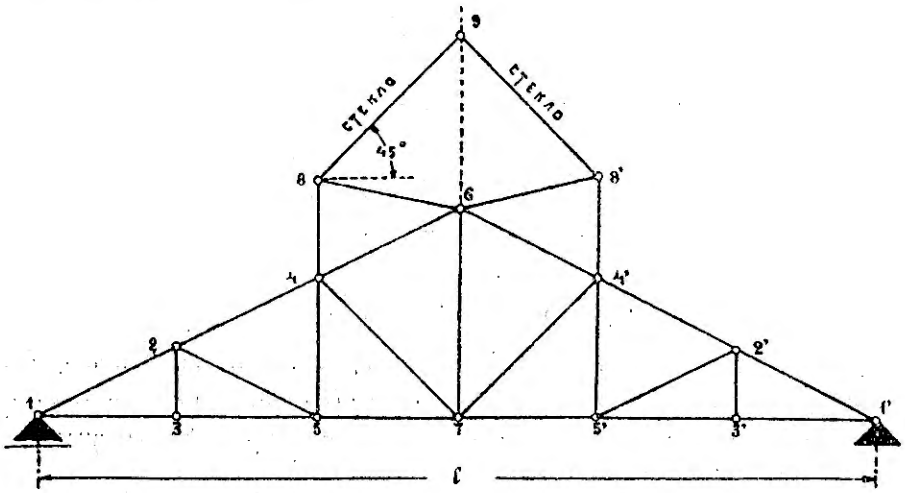
Чтобы получилась жесткая неизменяемая система, необходимо прикрепить каждый новый узел посредством *2-х стержней, не лежащих на одной прямой.*

Пусть имеется n узлов; для соединения 3-х из них в неизменяемую систему необходимы 3 стержня, для остальных $(n-3)$ точек необходимо и достаточно $2\ (n-3)$ стержней. Обозначив через m число всех стержней системы о n точках, имеем:

$$m = 3 + 2\ (n-3) = 2n - 3\ ^{1)}.$$

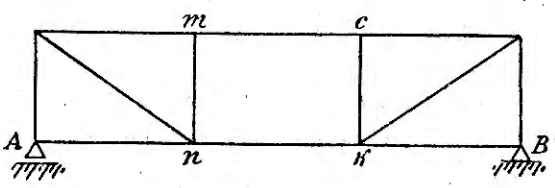
[1]) Число стержней — нечетное; если число стержней — четное, то система или излишне жестка, или подвижна.

В действительности изменения длин стержней фермы под действием внешних сил бывают настолько незначительны, что ферму можно рассматривать, как неизменяемую систему. Такая система, состоящая из треугольников, представляет для строительного дела особый интерес и имеет большое приложение в практике.



Фиг. 42.

Образование неизменяемой системы может быть произведено и другим способом. Пусть имеется многоугольник о k сторонах, который при посредстве $(k-3)$ диагоналей сделан неизменяемым жестким: например, четыреугольник (фиг. 41) 1—2—3—4 при одной диагонали 2—4. Начнем прибавлять новые узлы посредством 2-х стержней, соединяя их с 2-мя какими-нибудь прежними узлами; для образования нового 5-го узла прибавляем 2 стержня: 2—5 и 4—5, 6-го узла—2 стержня: 1—6, 5—6, и т. д. Если всего узлов фермы n, то было прибавлено $(n-k)$ узлов при посредстве $2(n-k)$ стержней, потому число всех стержней



Фиг. 43.

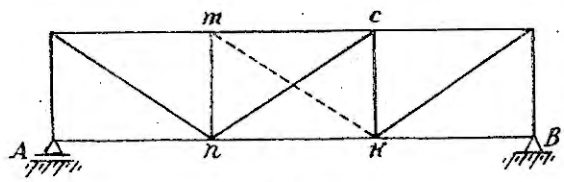
$$m = k + (k-3) + 2\ (n-k) = 2n - 3.$$

Таким образом пристроен фонарь (фиг. 42) к неизменяемой ферме 1—6—1'; узел 8 образован присоединением 2-х стержней 4—8 и 6—8 к прежней системе, также узел 8'; для образования узла 9 прибавлены стержни 8—9 и 8'—9.

Система, изображенная на фиг. 43, представляет изменяемую систему, так как может произойти перекашивание и изменение расстояния между

узлами n и c. Число узлов — 8; для геометрической неизменяемости необходимо число стержней

$$m = 2n - 3 = 2 \,.\, 8 - 3 = 13.$$

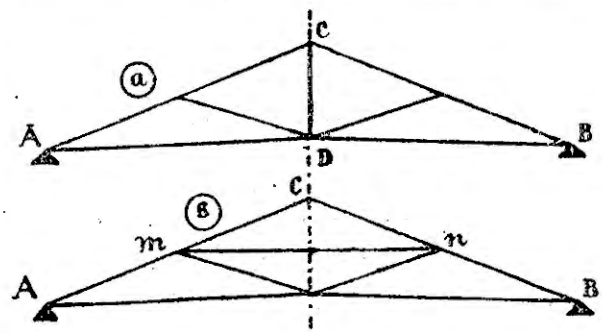


Фиг. 44.

Приведенная система имеет 12 стержней. Если добавим 1 стержень (фиг. 44), соединим узлы n и c стержнем nc, то лишим возможности перемещения n и c относительно друг друга; система станет жесткой, геометрически неизменяемой; вместо стержня nc можно вставить стержень mk.

Преобразование ферм.

Замена стержней. Из одного вида фермы можно получить другой вид, если произведем замену стержней. На фиг. 40 представлена жесткая неизменяемая система, состоящая из треугольников; если удалить, например, стержень 5, то система сделается изменяемой: шарнирный четырехугольник II—III—IV—V может перекашиваться, расстояния между шарнирами-узлами будут изменяться; если узлы II и V соединим стержнем, то получим систему, геометрически неизменяемую.



Фиг. 45.

Система, изображенная на фиг. 45*a*, представляет геометрически неизменяемую систему. Если удалить стержень CD, то система станет изменяемой; для восстановления неизменяемости можно поставить стержень mn (фиг. 45*b*); таким образом путем замены стержней получилась новая система.

Ферма Полонсо, представленная на фиг. 46*b*, является неизменяемой; n — число узлов = 15; число стержней

$$m = 27 = 2n - 3.$$

Если выбросить стержень mn, то получим изменяемую систему: одна половина ее может посредством шарнира c вращаться около другой; для восстановления неизменяемости можно обе разъединенные половины связать другим стержнем ab (фиг. 45*a*).

Вышеприведенное условие

$$m = 2n - 3$$

для геометрической неизменяемости системы является необходимым, но оно не всегда достаточно.

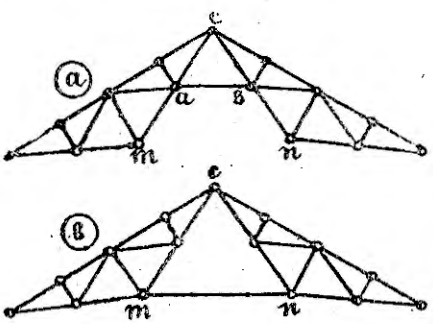
Так, например, система, изображенная на фиг. 47, имеет 8 узлов и 13 стержней

$$m = 13 = 2n - 3 = 2 \,.\, 8 - 3,$$

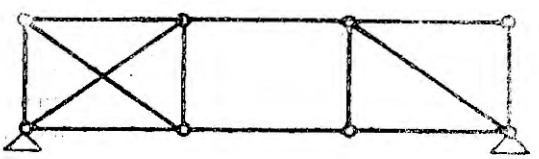
т. е. условие

$$m = 2n - 3$$

выполнено; однако система является изменяемой: средний прямоугольник ее удобоподвижен. Правый крайний прямоугольник-панель образован правильно, левый — неправильно, так как шарниры взаимно скрепляются без одного какого-либо диагонального стержня, один из них



Фиг. 46.



Фиг. 47.

лишний. Крайние же панели соединены между собой лишь 2-мя стержнями, вследствие чего может произойти их взаимное перемещение.

Опоры ферм.

Система сил, действующих на ферму, как на всякое сооружение вообще, вызывает давление в опорах — телах, препятствующих его перемещению. Опорное противодействие, или реакция, равно по величине и прямо противоположно указанному давлению. Отбросив мысленно опоры фермы и заменяя их действие соответствующими силами, мы можем рассматривать ферму, как свободное тело, подверженное действию заданных внешних сил и реакций.

Для определения реакций по заданным внешним силам при условии равновесия фермы мы имеем три условия статики:

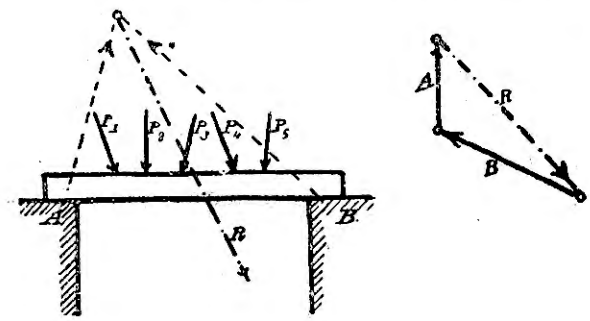
1) $\Sigma\, H = O$: сумма всех горизонтальных сил должна равняться нулю.

2) $\Sigma\, V = O$: » » вертикальных » » » »

3) $\Sigma\, M = O$: » статических моментов относительно любой точки плоскости должна равняться нулю.

Таким образом число неизвестных элементов, определяющих реакции, не должно быть больше трех.

Для того, чтобы реакции были *статически определимыми*, устройство опор должно удовлетворять некоторым определенным условиям.



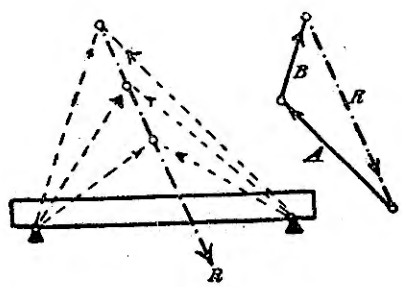
Фиг. 48.

Рассмотрим на нижеследующем примере, каковы эти условия.

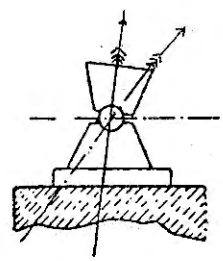
Пусть ферма, представленная на фиг. 48 в виде плоской балки, подвержена действию системы сил P_1—P_5. Заменяем их действие действием их равнодействующей R.

Реакция A, как и реакция B, имеет три неизвестных элемента: точку приложения, величину и направление. Таким образом обе реакции имеют 6 неизвестных элементов и для их определения трех вышеприведенных уравнений статики недостаточно.

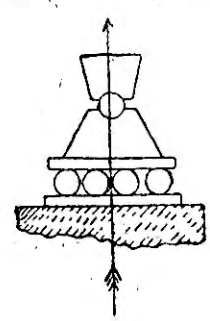
Для условия равновесия необходимо, чтобы равнодействующая R и реакции A и B пересекались в одной точке и чтобы треугольник сил сомкнулся (фиг. 48). Этому условию могут удовлетворить множество сил (фиг. 49). Из 6-ти неизвестных элементов *два* можно устранить, указав



Фиг. 49.



Фиг. 50.



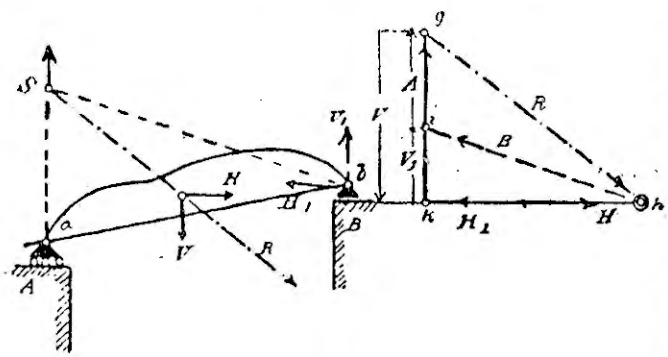
Фиг. 51.

определенно точки приложения реакций опор A и B устройством их по схеме фиг. 50. Точкой приложения реакции является центр шарнира. Если бы реакция не проходила через центр шарнира, то и равное и прямо противоположное ей давление на опору тоже не проходило бы через этот центр, а это вызвало бы поворот около шарнира и не обуславливало бы состояния равновесия.

Неизвестными элементами реакций остались их *направление* и *величина*, т. е. 4 неизвестных. Как видно из фиг. 49, при указанном устройстве опор эти элементы статически неопределимы. Множество сил

(реакций) A и B различных направлений и величин могут удовлетворять условию равновесия. Имеются 4 неизвестных и для их определения — все те же три уравнения статики. Одно неизвестное надо исключить, для чего устраиваем одну опору на катках (фиг. 51), которая могла бы скользить по линии катания, предположим, без трения; в этом случае *направление* реакции определяется: оно должно быть *нормально* к линии катания. Одно неизвестное — направление одной реакции — таким образом исключено.

Допустим, что направление реакции не нормально к линии катания, а составляет некоторый с ней угол, тогда и давление, производимое на опору, приходилось бы под тем же углом. Эту наклонную силу (давление) можно было бы тогда разложить на 2 силы: одну — нормальную к линии катания, другую—параллельную ей; под действием последней опора переместилась бы и не находилась бы в равновесии.



Фиг. 52.

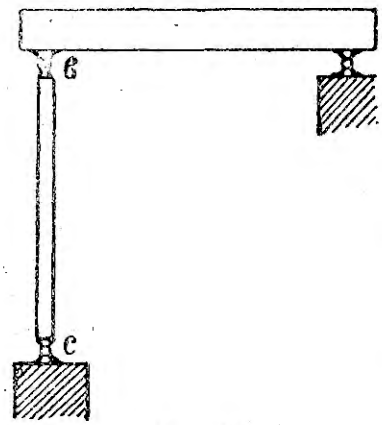
По установлении точек приложения реакций и направления одной из них остались 3 неизвестных: величины реакций и направление другой реакции, которые уже могут быть определены 3-мя уравнениями статики; графически для условия равновесия необходимо, чтобы R, A и B пересекались в одной точке, вследствие чего и определяется направление другой реакции (фиг. 52). Продолжаем направление реакции A, нормальной к линии катания, до встречи с равнодействующей R в точке S и соединяем точку S с b. Линия Sb представляет направление действия реакции B.

Теперь вопрос сведен к разложению силы R на две составляющие с заданными направлениями, чему соответствует определенное решение. В подходящем масштабе наносят равнодействующую R (фиг. 52) и проводят через один конец линию, параллельную Sa, через другой — линию, паралелльную Sb; тогда ig представляет величину реакции A, а ih — величину реакции B.

Чтобы оказать сопротивление перемещению фермы под действием силы R, опора B должна быть прочно соединена с землей. Разложим силу R на 2 составляющие: вертикальную V и горизонтальную H.

Последняя стремится сдвинуть ферму с опоры в указанном стрелкой направлении, поэтому опора B должна быть в состоянии создать ей равное противодействие. Разлагая реакцию B на вертикальную соста-

вляющую V_1 и горизонтальную H_1, имеем $H_1 = H$, но прямо противоположна по направлению. Тогда как опора A может воспринять лишь вертикальное давление, опорное давление B должно воспринимать давление в 2-х направлениях: вертикальном и горизонтальном.



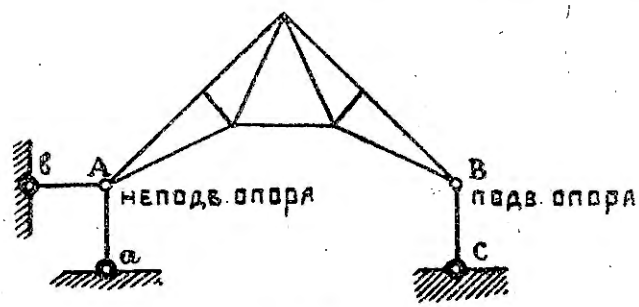
Фиг. 53.

Опора B называется *неподвижной шарнирной.*

Опора A называется *подвижной шарнирной.*

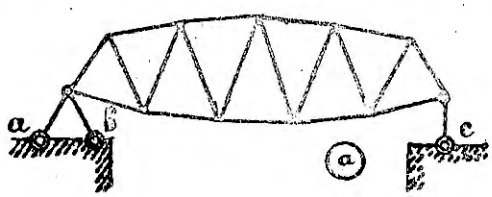
К подвижной опоре может быть отнесена качающаяся колонна (фиг. 53), имеющая внизу неподвижный центр качания c, около которого может происходить вращение опорной точки b. Направление реакции совпадает с линией, соединяющей центр качания c с b. Неизвестной является величина.

Фермы, у которых сопротивления опор определяются исключительно из условий равновесия, являются статически определимыми в отношении опор или внешне статически определимыми. Если направление подвижного шарнира горизонтально, то вертикальные силы, действующие на ферму, вызовут вертикальные реакции; в этом случае фермы называются *балочными.*



Фиг. 54.

Неподвижная реакция A фермы может быть заменена для наглядного представления 2-мя стержнями a и b (фиг. 54): a заменяет ее вертикальную составляющую, b — ее горизонтальную составляющую.



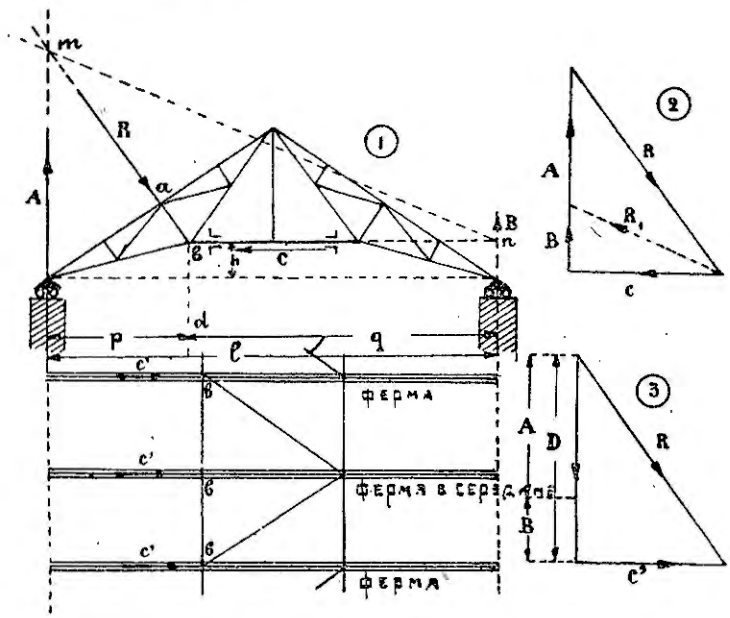
Фиг. 55.

Опорный узел фермы соединен шарнирно со стержнями a и b, которые, в свою очередь, соединены с неподвижным телом — фундаментом; такое соединение делает невозможным перемещение опорного узла (фиг. 54, 55). Подвижная опора B может быть заменена одним стержнем c, соединенным шарнирно с опорным

узлом фермы и неподвижным телом; стержень допускает такие же перемещения в том же направлении, как катки опоры; направление реакции совпадает с направлением стержня.

Стержни *a*, *b* и *c* называются *опорными стержнями*, и три неизвестных реакции опор при статической определимости можно заменить тремя добавочными опорными стержнями.

Эти стержни связывают ферму неизменно с землей; 2 опорных стержня *a* и *b* делают (фиг. 54, 55) невозможным поступательное перемещение фермы; опорный стержень *c*, прикрепленный к земле, лишает ферму возможности вращения около узла *A*, прикрепленного к земле посредством стержней *a* и *b*.



Фиг. 56.

Таким образом фермы, имеющие одну шарнирно-неподвижную опору и другую шарнирно-подвижную, являются внешне статически определимыми. Неподвижная опора воспринимает наклонное давление от ветра; горизонтальная ее составляющая будет стремиться опрокинуть стену.

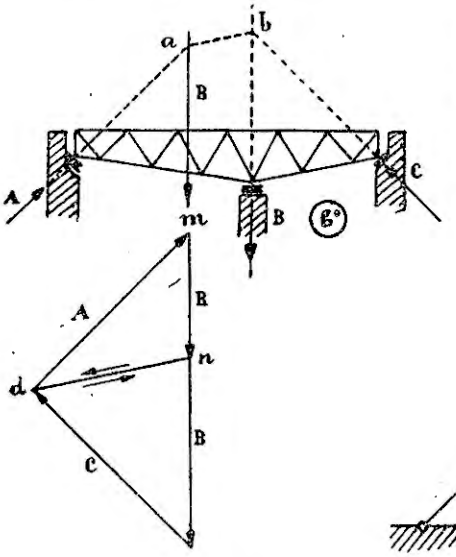
Пусть стена, на которой находится неподвижная опора фермы (фиг. 56_1), высока, лишена в месте опоры контрафорса и не может сопротивляться опрокидывающему моменту от давления ветра; в виду указанного заменяем неподвижную опору подвижной. Ферма таким образом опирается на стены двумя подвижными опорами на катках, воспринимающими лишь вертикальные давления, которым стены могут оказать надлежащее сопротивление. Ферма является подвижной и лишена возможности воспринять горизонтальную составляющую от давления ветра.

Для восприятия этого давления устраиваем в плоскости стержня c по длине здания горизонтальную решетчатую балку, опирающуюся на щипцовые стены; таким образом решетчатая балка от каждой фермы воспримет эту горизонтальную составляющую и передаст их на щипцовые стены. Перенесем в точку b равнодействующую R давлений ветра и разложим на 2 составляющие (фиг. 56_3): горизонтальную C' и вертикальную D; последняя вызовет вертикальные реакции A и B. Определение их величин сводится к разложению D на 2 параллельные составляющие заданного положения:

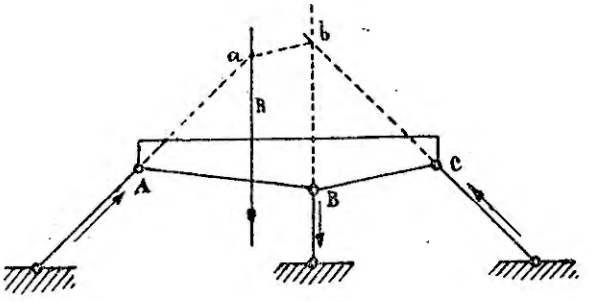
$$A = D\,\frac{q}{l};\ B = D\,\frac{p}{l}.$$

Горизонтальной составляющей C' соответствует реакция C, оказываемая решетчатой балкой.

Графическое определение. Равнодействующая R_1 реакций B и C проходит через их точку пересечения n (фиг. $56_{1,2}$), она также должна пройти через точку m пересечения направлений реакции A и равнодействующей R; две точки n и m определяют направление R_1; зная направления A и R_1, определяем их величины,



Фиг. 57.



Фиг. 58.

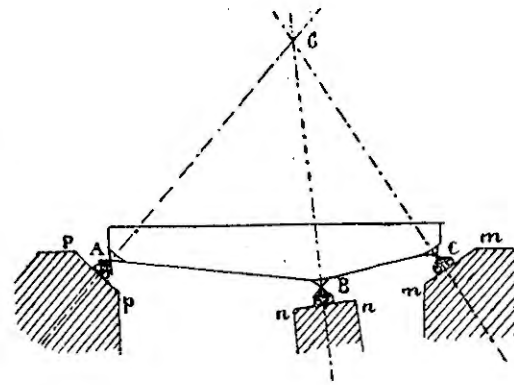
разлагая силу R на две заданного направления; разлагая затем R_1 на горизонтальное и вертикальное направления, получаем величины реакций B и C.

Выше были рассмотрены условия для *статической определимости опорных реакций при 2-х опорах.*

Если ферма имеет три подвижные опоры (фиг. 57), или прикреплена к земле тремя опорными стержнями (фиг. 58), то она является *статически определимой в отношении опор,* если нормали к линиям сколь-

жения опор Bb, Aa и Cb (фиг. 57) не пересекаются в одной точке. В этом случае для определения опорных сопротивлений силу R разлагают на 3 направления (фиг. 57).

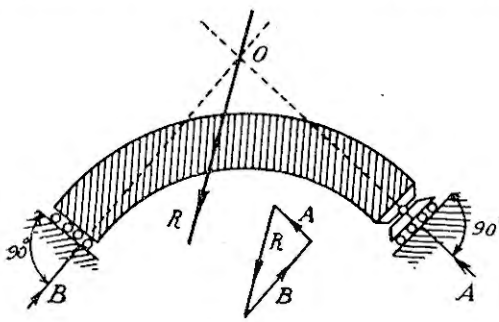
Если нормали пересекаются в одной точке, как показано на фиг. 59, то для равновесия необходимо, чтобы равнодействующая внешних сил R проходила через точку b. Вопрос определения опорных реакций сводится к разложению силы R на три направления, сходящиеся в одной точке, что является неопределенной задачей. Точно также при параллельности нормалей.



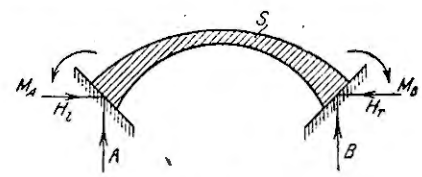
Фиг. 59.

Опоры другого рода.

Кроме рассмотренных выше опор — шарнирно-неподвижной и шарнирно-подвижной на катках — имеются плоские скользящие опоры B (фиг. 60) и закрепленные (фиг. 61). На скользящей опоре B (фиг. 60) реакция направлена перпендикулярно к опорной плоскости, по которой опора может скользить. Известным элементом является направление реакции, неизвестными будут величина и точка приложения ее. Если ферма имеет 2 опоры (фиг. 60): одну скользящую B и другую — шарнирно-подвижную, то она статически определима в отношении опор. В опоре A неизвестна величина реакции — одно неизвестное, в опоре B — два неизвестных: точка приложения и величина реакции. Ферма представлена в виде диска без указания решетки.



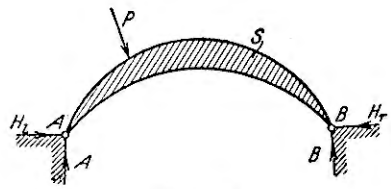
Фиг. 60.



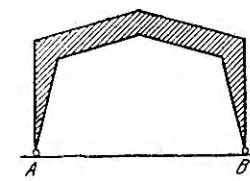
Фиг. 61.

Определение направления реакции B. Продолжаем известное направление реакции A до пересечения в точке O с внешней силой R. Для равновесия необходимо, чтобы направление реакции B также проходило через точку O; кроме того, реакция должна быть перпендикулярна

к опорной плоскости. Поэтому, опустив из точки O перпендикуляр на опорную плоскость B, получаем направление BO реакции. Определив направление, находим величины реакций A и B путем разложения силы R по двум заданным направлениям.



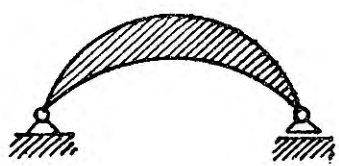
Фиг. 62.



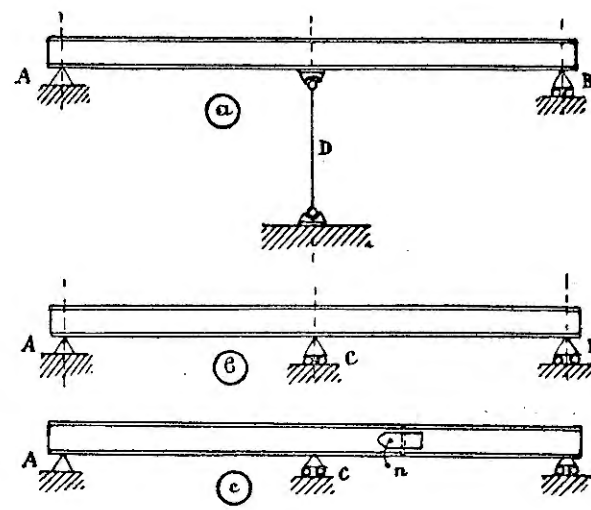
Фиг. 63.

Фермы, представленные на фиг. 62, 63 в виде заштрихованных дисков без указания решетки, имеют 2 шарнирно-неподвижные опоры; реакция каждой имеет 2 неизвестных, всего — 4 неизвестных, для определения которых статика дает 3 уравнения; потому ферма статически неопределима в отношении опор или *внешне* статически неопределима: получилось 1 лишнее неизвестное. Если одну опору сделать подвижной, то одно неизвестное устраняется, и ферма станет статически определимой (фиг. 64).

Для арки (фиг. 61) с 2-мя закрепленными опорами имеются 6 неизвестных величин реакций, следовательно 3 лишние неизвестные.



Фиг. 64.



Фиг. 65.

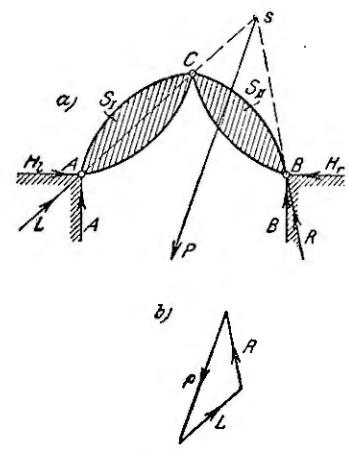
Для балки (фиг. 65*b*), или фермы, имеющей одну шарнирно-неподвижную опору и 2 шарнирно-подвижные, получаются 4 неизвестных величины реакций, следовательно 1 лишнее неизвестное. То же получится, если вместо средней подвижной опоры *c* сооружение будет подперто качающейся колонной D (фиг. 65*a*).

Трехшарнирная арка.

Средние или *промежуточные шарниры.* Ферма, представленная на фиг. 65 в виде дисков без указания решетки, имеет *2 шарнирно-неподвижные опоры,* посредством которых происходит прикрепление к земле — фундаменту, и кроме того один промежуточный шарнир *C*, посредством которого обе части фермы соединяются между собой.

Предполагается, что около этого шарнира обе части фермы могут вращаться без трения; такой шарнир называется промежуточным, или средним ключевым, или просто шарниром.

Две неподвижно-шарнирные опоры *A* и *B* дают 4 неизвестных величины реакций; неизвестны направление и величина каждой из них. Вертикальные внешние силы вызывают в опорах кроме вертикальных реакций еще горизонтальные, направленные внутрь фермы, так как наклонную реакцию каждой опоры можно разложить на 2 составляющие: вертикальную и горизонтальную. Для определения 4-х неизвестных реакций имеются 3 уравнения статики; введение промежуточного шарнира *C* дает добавочное уравнение — и потому ферма является статически определимой в отношении опор. Добавочное уравнение есть уравнение моментов всех внешних сил, действующих на одну часть арки, относительно оси промежуточного шарнира; момент должен быть равен нулю (0) — в противном случае рассматриваемая часть арки повернулась бы около шарнира и не находилась бы в равновесии. В виду указанного в случае равновесия равнодействующая всех внешних сил, приложенных к одной части фермы (правой, фиг. 66), должна пройти через центр шарнира; в этом случае плечо момента равно нулю и момент равен нулю.



Фиг. 66.

Равнодействующая представляет собой давление, которое производит рассматриваемая часть фермы на вторую ее часть; так как действие равно противодействию, то указанное давление вызывает со стороны опоры 2-ой левой, ненагруженной части противодавление — реакцию, которая для равновесия должна пройти через центр среднего шарнира, но она также проходит через центр своего шарнира; поэтому 2-мя этими центрами определяется направление реакции, для чего надо соединить прямой центры *A* и *C* (фиг. 66). Таким образом из 4-х неизвестных одно исключается — именно направление одной реакции; остаются 3 неизвестные величины, которые могут быть определены графически разло-

жением равнодействующей на 2 составляющие: для одной известна точка приложения — центр шарнира опоры B нагруженной части, для другой известны: точка приложения — центр шарнира опоры A ненагруженной части — и направление.

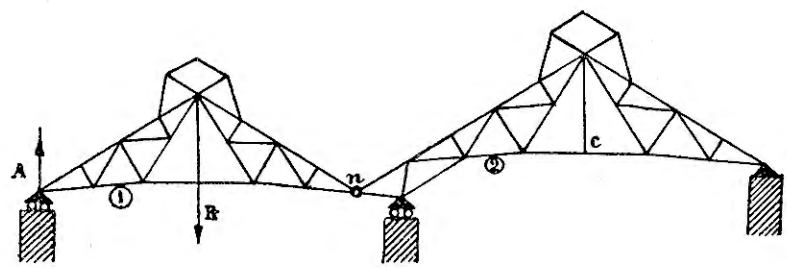
Пусть на правую часть фермы (фиг. 66) действуют внешние силы, равнодействующая которых представлена силой P; для равновесия левой части необходимо, чтобы реакция L опоры A проходила через центр шарнира C, поэтому соединяем точки A и C прямой AC; реакция L может быть перенесена по направлению AC в точку C. Эта реакция равна и прямо противоположна давлению, которое оказывает правая часть фермы на левую. Рассмотрим правую — нагруженную — часть. Сила P вызывает реакцию R, точка приложения которой известна, и реакцию со стороны левой части L, направление которой известно — по линии AC. Так как рассматриваемая часть находится в равновесии, то три силы, на нее действующие, должны пересекаться в одной общей точке. Продолжаем линию AC до пересечения в точке s с силой P и соединяем точку s с точкой B прямой sB, определяющей направление реакции B.

Определив направления реакций, строим треугольник сил (фиг. 66, b), из которого находим величины реакций.

Если на левую часть фермы будет действовать сила P_1, то по вышеуказанному могут быть определены реакции опор A и B. Если силы P и P_1 будут действовать одновременно, то полная реакция каждой опоры определяется как равнодействующая реакций, вызываемых отдельно в каждой опоре силами P и P_1.

Фермы, сочлененные шарнирами.

Рассмотрим в виде примера 2 фермы (фиг. 67), предназначенные для перекрытия 2-х отдельных помещений и соединенные вместе посред-

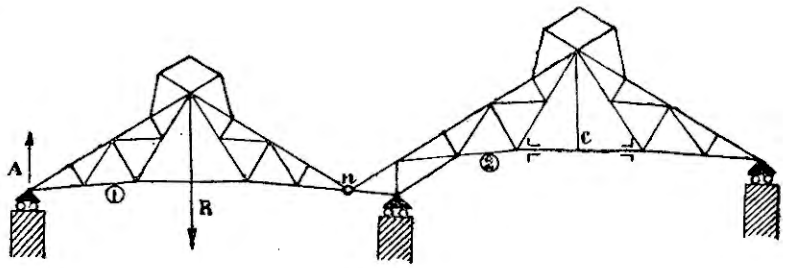


Фиг. 67.

ством шарнира n; ферма 1 этим шарниром опирается на выступающую часть фермы 2.

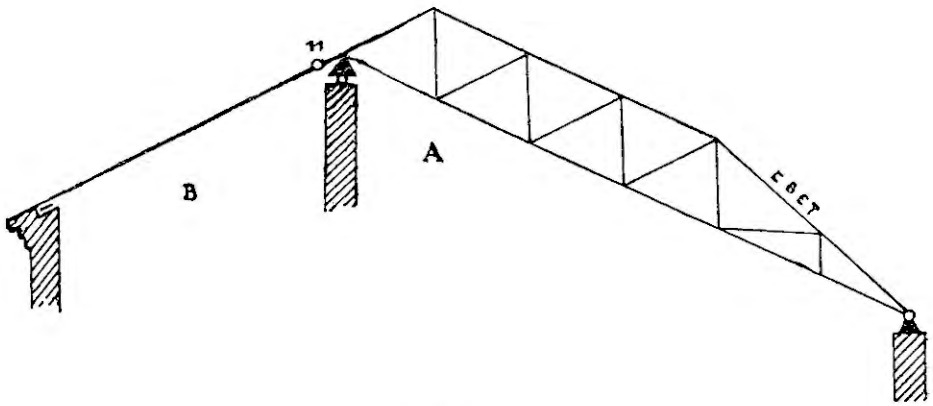
Рассмотрим эти фермы отдельно.

Ферма 2, имеющая одну подвижную опору и одну неподвижную, является *статически определимой*. Ферма 1 также *статически определима* в отношении опор, так как имеет левую опору — подвижную (1 неизвестное) и правую опору — шарнир n (2 неизвестных элемента реакции); следовательно 3 неизвестных, определяемых уравнениями статики.



Фиг. 68.

Фермы будут также статически определимыми в отношении опор, если все опоры на стенах сделаем подвижными (фиг. 68) и для восприятия горизонтальной составляющей от давления ветра в плоскости стержня c фермы 2 вдоль здания расположим горизонтальную решетчатую балку, как было выше рассмотрено (фиг. 56).



Фиг. 69.

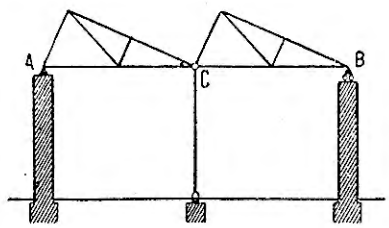
Можно рассматривать равновесие всего сооружения, состоящего из 2-х ферм, как целой сочлененной системы (фиг. 67). Шарнир n дает дополнительное условие равновесия, а именно: сумма моментов всех сил, действующих по одну сторону шарнира на ферму 1, должна равняться 0 ($\Sigma M_n = 0$); если бы этого условия не было, то от какого-либо момента ферма 1 вращалась бы около шарнира n и таким образом она не находилась бы в состоянии равновесия; к 3-м уравнениям равновесия доба-

вляется 4-ое. Все сооружение имеет 1 неподвижную опору (2 неизвестных элемента реакции) и 2 подвижные (2 неизвестных), всего — 4 неизвестных, которые определяются 4-мя вышеприведенными уравнениями.

На том же основании сооружение перекрытия, представленного на фиг. 69, является статически определимым. Правое помещение A перекрыто фермой, имеющей одну подвижную и одну неподвижную опоры; левое помещение B перекрыто балкой, скрепленной посредством шарнира n в опорном узле фермы, другой свободный конец балки может перемещаться по подушке, уложенной на стене.

Балка или ферма (фиг. 65b), имеющая одну неподвижную опору и 2 подвижные (4 неизвестных опорных реакций), может быть сделана статически определимой, если ввести промежуточный шарнир n (фиг. 65c).

Система, представленная на фиг. 70, является статически определимой на том же основании, так как кроме средней подвижной опоры, осуществленной качающейся колонной, имеется шарнир C над колонной.



Фиг. 70.

Рассматривая всю сочлененную систему из 2-х частей (фиг. 66), как целое, мы получаем 4 неизвестных для опорных шарниров и 2 неизвестных для промежуточного шарнира — всего 6 неизвестных; так как каждая часть находится в равновесии, то получаем для нее 3 уравнения равновесия и для 2-х частей — 6 уравнений, которыми определяются неизвестные реакции.

В общем, если число неподвижных шарнирных опор $= a$,
число подвижных шарнирных опор $= b$,
» средних » » $= k$,
то число неизвестных реакций $= 2a + b + k$;
при k средних шарнирах число частей

$$k + 1$$

и уравнений равновесия

$$3\ (k + 1).$$

Для статической определимости опорных сопротивлений необходимо, чтобы

$$2a + b + 2k = 3\ (k + 1),$$

отсюда число средних шарниров

$$k = 2a + b - 3.$$

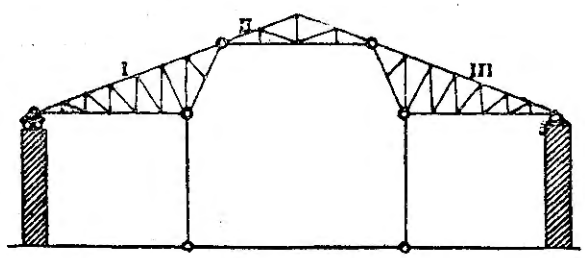
Если всех опор n и число неподвижных $= 1$ $(a = 1)$,
то число подвижных опор

$$b = n - 1.$$

В этом случае число промежуточных шарниров

$$k = 2 + (n - 1) - 3 = n - 2.$$

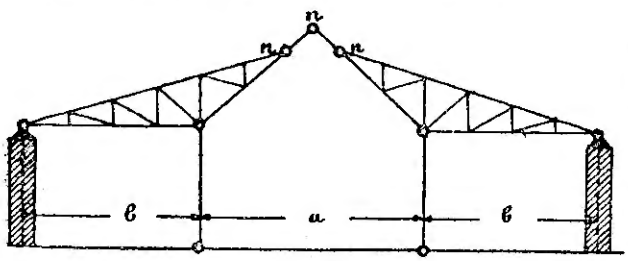
Посредством применения $n - 2$ промежуточных шарниров сочлененная ферма при n опорах может быть сделана статически определимой, при чем часть фермы между 2-мя смежными опорами не должна иметь более 2-х шарниров.



Фиг. 71.

На основании вышеуказанного, кроме рассмотренных, статически определимыми являются сочлененные системы, представленные на фиг. 71—76.

Система, представленная на фиг. 74, применяется для перекрытия больших пролетов при небольшом числе колонн. Фермы (фиг. 72, 75) со свешенными концами имеют на одной колонне неподвижную опору b, а на другой — подвижную f; последнюю может заменить качающаяся колонна. Подвешенная ферма (фиг. 71, 75) также должна иметь одну неподвижную опору b, а другую — подвижную f, чтобы вся система была статически определима. На фиг. 76 представлена система, состоящая из балочных ферм и арочных ферм с 3-мя шарнирами.



Фиг. 72.

Условие статической определимости неизменяемой фермы.

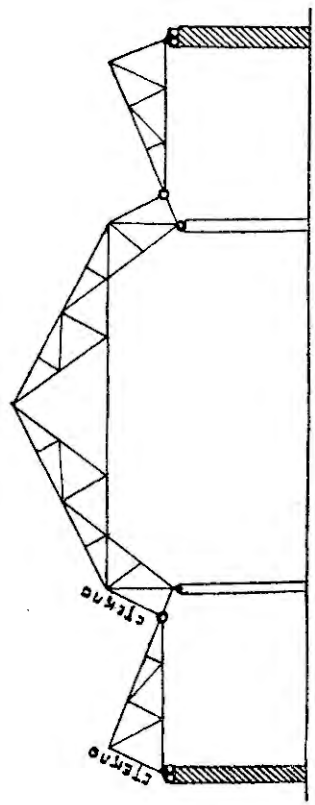
Выше было указано, что для неизменяемости фермы о n *узлах* необходимо иметь число стержней

$$m = 2n - 3.$$

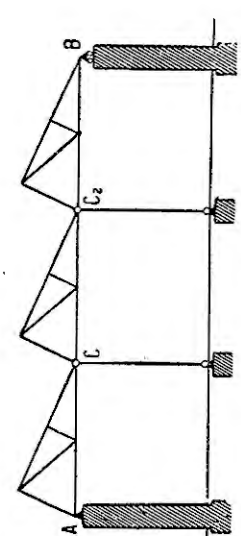
Вместо опор для прикрепления фермы необходимо иметь три опорных стержня.

Добавляя вместо опор — подвижной и неподвижной — эти 3 опорных стержня, получаем общее число требуемых стержней

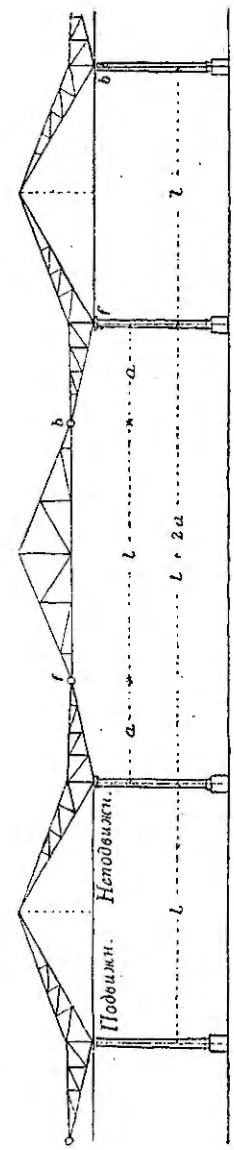
$$s = 2n.$$



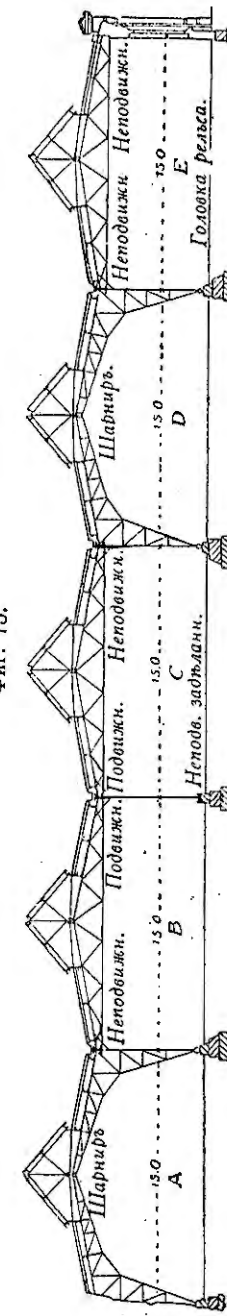
Фиг. 73.



Фиг. 74.



Фиг. 75.



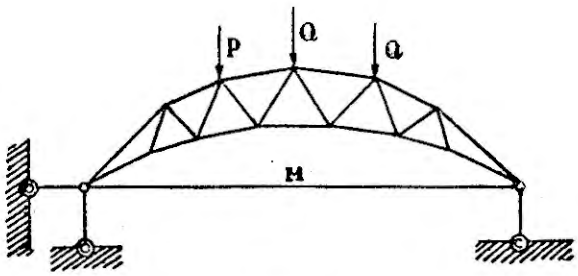
Фиг. 76.

Так как вся система находится под действием внешних сил в равновесии, то и каждый узел находится в равновесии под влиянием приложенной к нему внешней силы и неизвестных внутренних сил стержней, сходящихся в узле.

Для каждой узловой точки, в которой пересекаются силы, имеются 2 условия равновесия:

$$\Sigma X = 0,\ \Sigma Y = 0.$$

Для n узловых точек имеем потому $2n$ уравнений, которыми могут быть определены неизвестные усилия $2n$ стержней.



Фиг. 77.

Для системы сил — внешних, заданных и опорных реакций — имеются в случае равновесия 3 условия:

$$1)\ \Sigma X = 0,\ 2)\ \Sigma Y = 0,\ 3)\ \Sigma M = 0.$$

Эти уравнения служат для определения опорных реакций ферм, статически определимых в отношении опор.

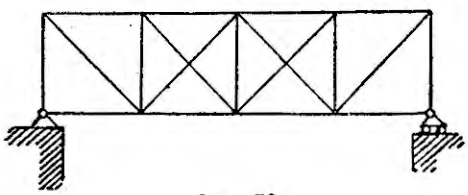
Выделив из $2n$ уравнений эти 3 уравнения, получаем $2n - 3$ независимых между собой уравнения, которыми может быть определено такое число внутренних усилий стержней

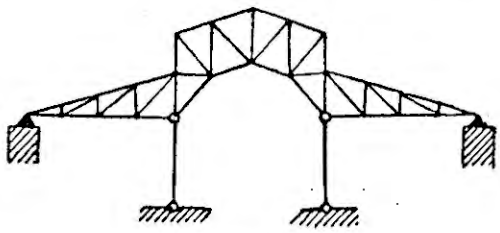
$$m = 2n - 3.$$

Выше было указано, что для геометрической неизменяемости системы, не прикрепленной к земле, необходимое число стержней

$$m = 2n - 3.$$

Таким образом *геометрически неизменяемые фермы с необходимым числом стержней являются статически определимыми относительно усилий в стержнях.*


Фиг. 78.


Фиг. 79.

Если $m > 2n - 3$, то система является *статически неопределимой*, так как уравнений равновесия недостаточно для отыскания m неизвестных; лишние неизвестные находятся другими приемами из рассмотрения деформации системы.

Если

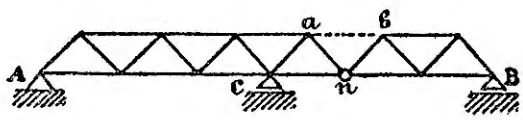
$$m-(2n-3)=k,$$

то получается k неизвестных, k — *лишних стержней.*

Так, например, ферма (фиг. 43) при 2-х средних диагоналях имеет 8 узлов и 14 стержней; для геометрической неизменяемости ее достаточно число стержней

$$m=2n-3=2.8-3=13;$$

ферма имеет таким образом 1 лишний стержень — 2-ую диагональ в средней панели.



Фиг. 80.

Серповидная ферма, представленная на фиг. 77, имеет лишний стержень-затяжку M, соединяющую опоры.

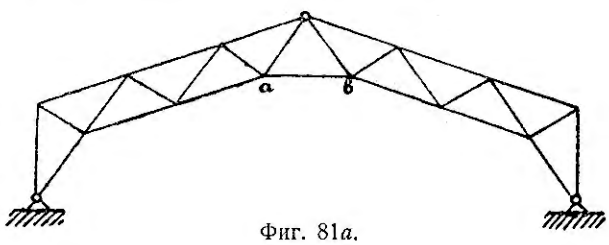
Для фермы, представленной на фиг. 78, имеем число узлов 10, а стержней 19; для геометрической неизменяемости системы достаточно число стержней

$$m=2n-3=2.10-3=17,$$

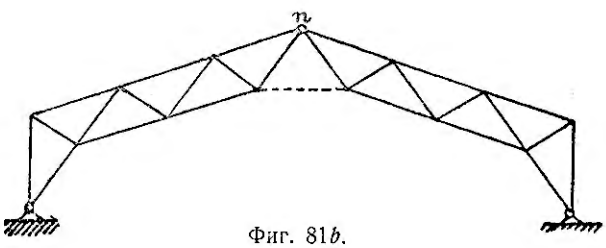
имеются 2 лишних стержня — 2 контр-диагонали в средних панелях.

При замене подвижной и неподвижной опор 3-мя опорными стержнями необходимо иметь $2n$ стержней.

Ферма, представленная на фиг. 78, имеет 10 узлов и 22 стержня $(19+3)$, тогда как для статической определимости число всех стержней должно быть $2.10=20$. 2 стержня лишние, это — средние контр-диагонали.



Фиг. 81*a*.



Фиг. 81*b*.

Ферма, представленная на фиг. 79, имеет: на стенах подвижную и неподвижную опоры, 5 неизвестных опорных реакций — 5 стержней, узлов — 26, стержней системы — 49.

Всего стержней: $49+5=54$, тогда как число уравнений для определения усилий в них

$$2n=2.26=52;$$

два лишних неизвестных $(54-52)$ — ферма дважды статически неопределима.

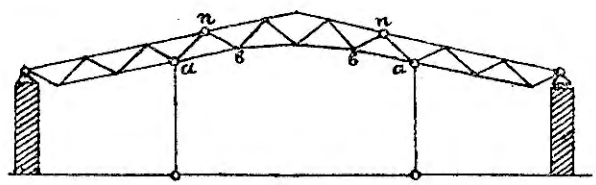
Отбрасывая лишние стержни, мы можем в некоторых случаях уменьшить число неизвестных и получить статически определимые системы.

Так, ферма, изображенная на фиг. 80, имеет 1 неподвижную опору (2 опорных стержня) и 2 подвижные опоры (2 опорных стержня).

По числу опор система относится к статически неопределимым.

Система имеет 1 лишний стержень; чтобы сделать ее статически определимой, устраним стержень ab и соединение в n сделаем шарнирным — получается ферма, статически определимая.

Ферма, представленная на фиг. 81a, имеет 2 неподвижные опоры (4 опорных стержня); устранив стержень ab (фиг. 81b) и поставив в n шарнир, получаем статически определимую систему. Для сохранения формы стержень ab может быть оставлен, но тогда один конец его должен иметь возможность перемещаться; для этой цели соединение устраивают посредством болта, проходящего через продолговатое отверстие стержня.



Фиг. 82.

Подобным же образом достигнута статическая определимость фермы, представленной на фиг. 82.

Если $m < 2n - 3$, то это указывает на геометрическую изменяемость фермы, пригодной для механизма, но не для сооружения в виду отсутствия жесткости и устойчивости. Наглядным *признаком* непригодности фермы служит *удобоподвижность* какой-либо части: например, фермы, представленной на фиг. 44, включающей прямоугольник без диагоналей.

Определение реакций опор.

Когда ферма имеет одну неподвижную опору и другую подвижную. Нахождение реакций от определенных узловых нагрузок может быть произведено аналитически и графически. Чаще всего вследствие простоты применяется графический способ.

1. Аналитический способ.

Выше при рассмотрении опор (стр. 46) были выяснены условия, которым они должны удовлетворять, чтобы неизвестные реакции были найдены из 3-х уравнений статики ($\Sigma X = 0$, $\Sigma Y = 0$, $\Sigma M = 0$).

Рассмотрим для примера действие ветра на ферму со стороны подвижной опоры (фиг. 83). Пусть равнодействующая давлений его $= R$ и реакции опор Q_1 и Q_2.

Разлагаем силы R и Q_2 на 2 составляющие: горизонтальную и вертикальную.

Горизонтальные составляющие сил соответственно равны: $R\sin\alpha$, $Q_2\sin\beta = H$.

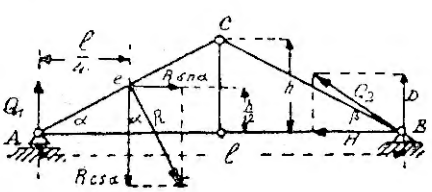
Вертикальные их составляющие: $R\cos\alpha$, $Q_2\cos\beta = D$. Неизвестные Q_1, H и D определяются из у-ний статики:

1. $\Sigma X = 0$; $R\sin\alpha - H = 0$; $H = R\sin\alpha$ . . . . . (1)
2. $\Sigma Y = 0$; $R\cos\alpha = Q_1 + D$ . . . . . (2)
3. $\Sigma M = 0$.

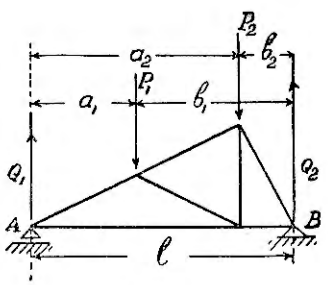
Взяв момент сил относительно центра шарнира опоры B,

получаем: $$Q_1 l + R\sin\alpha . \frac{h}{2} - R\cos\alpha . \frac{3}{4}\, l = 0 \quad . . . . . (3)$$

Из у-ния (3) находим значение Q_1. Заметим, что $\operatorname{tg}\alpha = \frac{2h}{l}$ и $h = \frac{\operatorname{tg}\alpha . l}{2}$.



Фиг. 83.



Фиг. 84.

Вставляя значение h в у-ние (3), получаем после преобразований

$$Q_1 = \frac{R\cos\alpha}{4}(3 - \operatorname{tg}^2\alpha).$$

Из у-ний (1) и (2) находим значение H и D.

Угол наклона β реакции Q_2 к горизонтали определяем из выражения

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{D}{H}$$

а) Нагрузки, приложенные в узлах, вертикальны (фиг. 84).

Взяв моменты относительно центров шарниров опор A и B, получаем величины реакций. Момент внешних сил относительно шарнира опоры B:

1) $\Sigma M = 0 = Q_1 \,.\, l - P_1 \cdot b_1 - P_2 \,.\, b_2$, откуда

$$Q_1 = \frac{P_1 \,.\, b_1 + P_2 \,.\, b_2}{l}$$

2) $\Sigma M = 0 = -Q_2 l + P_1 \cdot a_1 + P_2 \cdot a_2$, откуда

$$Q_2 = \frac{P_1 \cdot a_1 + P_2 \cdot a_2}{l}$$

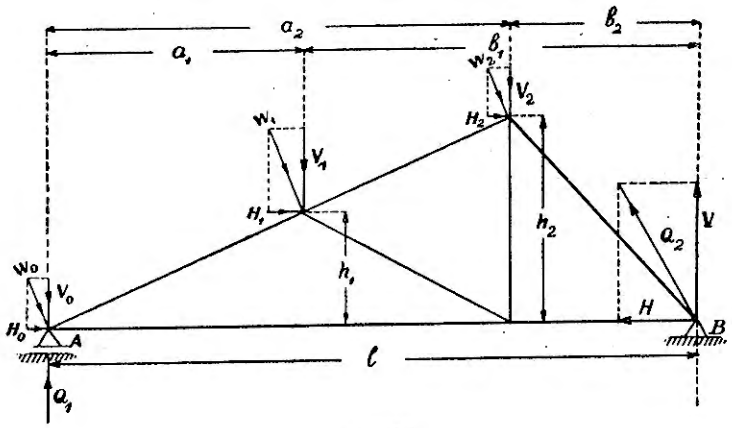
Для проверки правильности результатов пользуемся уравнением: $\Sigma Y = 0$, т. е.

$$Q_1 + Q_2 = P_1 + P_2.$$

Если ферма симметрична и внешние силы соответственно в узлах равны, то реакции опор одинаковы (фиг. 88):

$$Q_1 = Q_2 = \frac{\Sigma P}{2}.$$

в) *Внешние силы в узлах — наклонны* (фиг. 85).



Фиг. 85.

Если положение равнодействующей известно, то реакции определяются, как указано выше (фиг. 83). Не прибегая к нахождению положения равнодействующей давлений ветра графическим путем, можно определить реакции, если разложить узловые нагрузки на 2 составляющие— горизонтальную и вертикальную—и взять момент всех сил относительно центров шарниров опор.

Можно определить величину реакции Q_1 подвижной опоры A, взяв моменты всех сил относительно центра шарнира опоры B; определив Q_1, находят величину вертикальной составляющей V реакции Q_2 из у-ния $\Sigma Y = 0$. Горизонтальная составляющая H реакции Q_2 определяется из у-ния $\Sigma X = 0$.

$$\Sigma M = 0 = (Q_1 - V_0)\ l - V_1 \cdot b_1 - V_2 \cdot b_2 + H_1 \cdot h_1 + H_2 \cdot h_2 \quad . \ . \ (1)$$

Отсюда находим значение Q_1.

$$\Sigma Y = 0 = Q_1 + V - V_0 - V_1 - V_2$$

$$V = V_0 + V_1 + V_2 - Q_1 \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ (2)$$

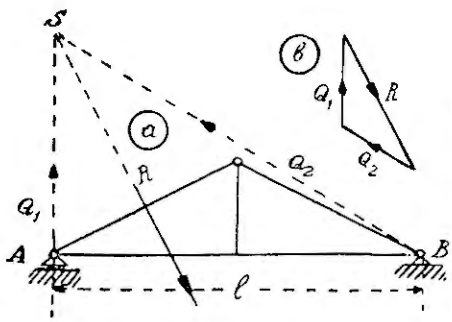
$$\Sigma X = 0;\ H = H_0 + H_1 + H_2 \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ (3)$$

2. Графический способ.

Выше на стр. 20, 47 были рассмотрены случаи нахождения реакций графическим путем.

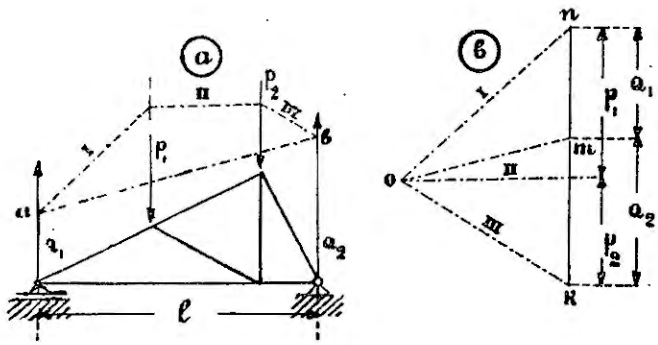
Определим графическим способом реакции ферм, найденные выше аналитическим способом (фиг. 83 и 84).

I. На ферму (фиг. 86) действуют три силы: R, Q_1 и Q_2, которые находятся в равновесии и потому должны пройти через одну точку. Направление реакции Q_1 опоры A известно. Продолжаем направления сил Q_1 и R до их взаимного пересечения в точке S; через эту точку проходит реакция Q_2, которая также проходит через центр шарнира опоры B. Две точки определяют прямую; поэтому, соединив точку B и точку S прямой, находим направление реакции Q_2. Зная направления реакций, определяем из треугольника сил (фиг. 86,b) их величины.



Фиг. 86.

II. Для определения реакций фермы (фиг. 87) строим план сил и веревочный многоугольник $I—II—III$, продолжаем его крайние стороны до пересечения с направлениями реакций в точках a и b, прямой ab замыкаем многоугольник (для равновесия он должен быть сомкнутым). Через



Фиг. 87.

полюс O (фиг. 87) проводим линию Om, параллельную замыкающей ab, которая пересекает равнодействующую сил nk в точке m; отрезки mn и km представляют искомые величины реакций, направление их вверх — обратное заданным силам (план сил при этом замыкается, что необходимо в случае равновесия).

Определение усилий стержней.

После того как определены узловые нагрузки и опоры реакций — все внешние силы, приступают к нахождению внутренних сил — усилий в стержнях фермы.

Усилия стержней могут быть определены аналитическим и графическим путем.

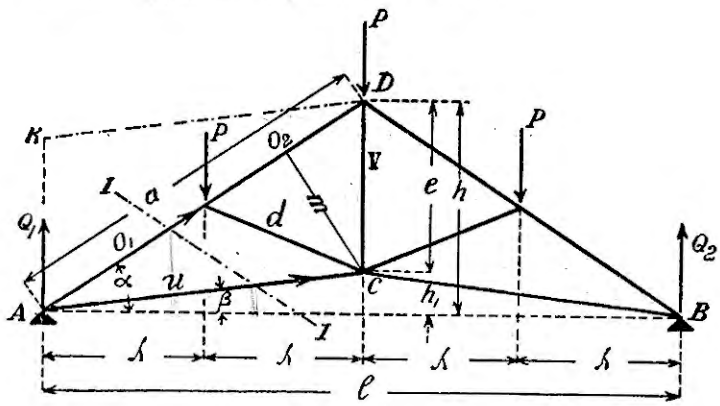
Графический способ, вследствие простоты и наглядности, имеет все преимущества перед аналитическим, а потому применяется при рассчетах; некоторые усилия для проверки результатов, полученных графическим способом, определяются аналитически.

1. Аналитический способ.

Рассмотрим узлы и напишем 2 условия равновесия для каждого из них:

$$(\Sigma X = 0,\ \Sigma Y = 0).$$

Для примера возьмем ферму, представленную на фиг. 88, рассмотрим узлы ее и напишем уравнения равновесия для них.



Фиг. 88.

Для составления этих уравнений необходимо знать углы, образуемые стержнями с горизонтальной и вертикальной осями координат, а в случае действия на ферму наклонных внешних сил — также угол между реакцией неподвижной опоры и указанными осями.

Выделим левый опорный узел A, для чего рассечем ферму сечением $I-I$ на 2 части и отбросим правую часть. Чтобы левая часть фермы осталась в равновесии, необходимо к рассеченным стержням O_1 и U приложить те силы — усилия, которые в них действовали до отсечения; эти усилия направлены по осям стержней.

Принимают при составлении уравнений, что стержни вытянуты и считают растягивающие усилия — положительными; усилия направлены от

узла. Если в результате подстановок и определения усилия стержня окажется отрицательный знак (—), то это укажет, что предполагаемое направление усилия неправильно, т. е. что стержень сжат и усилие — сжимающее.

Составляем для узла A 2 уравнения равновесия:

$$1)\ O_1 \cos\alpha + U \cos\beta = 0$$

(проекция усилий на горизонтальную ось направлена в положительную сторону; реакция Q_1 не вошла, так как ее проекция на эту ось = нулю);

$$2)\ Q_1 + O_1 \sin\alpha + U \sin\beta = 0.$$

Решая эти 2 уравнения, получаем:

$$U = Q_1 \frac{\cos\alpha}{\sin(\alpha - \beta)};\quad O_1 = -Q_1 \frac{\cos}{\sin(\alpha - \beta)}$$

($Q_1 = \frac{3P}{2}$, стержень U растянут, стержень O_1 сжат).

Можно определить эти усилия следующим путем:

Проводим через точку D линию, параллельную AC (U), до пересечения в точке k с направлением реакции Q_1; приняв отрезок $Ak = Q_1$, получаем из треугольника сил ADk ее составляющие: $O_1 = AB$ и $U = Bk$; как видно, O_1 — сжимающее усилие, U — растягивающее.

$$O_1 : Q_1 = AD : Ak = a : e;\ (Ak = DC = e)$$

$$O_1 = -Q_1 \frac{a}{e}.$$

Выражая величины a и e в зависимости от углов α и β, получим вышеопределенное значение O_1:

$$a = \frac{l}{2\cos\alpha},\quad e = h - h_1 = \frac{l}{2}(\mathrm{tg}\alpha - \mathrm{tg}\beta),$$

$$\frac{a}{e} = \frac{\cos\beta}{\sin(\alpha - \beta)}$$

и

$$O_1 = -\frac{3P}{2}\ \frac{\cos\beta}{\sin(\alpha - \beta)}.$$

2. Способ Риттера.

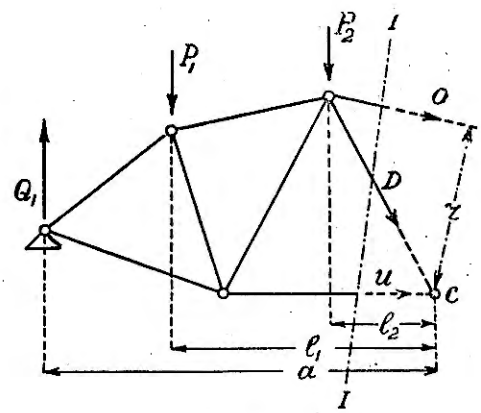
Этот способ значительно упрощает решение вопроса и основан на применении условия равновесия $\Sigma M = 0$. Немецкий проф. *Риттер* предложил воспользоваться этим уравнением таким образом, чтобы в него входило одно только *неизвестное — искомое* усилие одного стержня.

Для этой цели за точку, относительно которой берется сумма моментов всех сил, следует принимать точку пересечения тех двух пере-

резанных стержней (или их продолжений), усилия которых не отыскиваются. Момент усилий этих стержней относительно точки их пересечения равен 0 (плечо = 0).

Таким образом в уравнение статических моментов войдет момент одного лишь неизвестного усилия; получается уравнение с одним неизвестным, которое решается просто.

Способ Риттера применим, когда сечением перерезывается не более 3-х стержней. Если сечением перерезывается число стержней больше 3-х, то усилие одного стержня может быть определено, если остальные стержни пересекаются в одной точке. Если сечение отсекает 2 стержня, то для определения усилия одного из них надо брать сумму моментов всех сил относительно точки, лежащей на направлении другого перерезанного стержня.



Фиг. 89.

Усилия стержней при составлении $\Sigma M = 0$ предполагаются сначала направленными в сторону отброшенной части, т. е. предполагается, что все перерезанные стержни вытянуты.

Момент принимается положительным, если сторона кажущегося вращения совпадает с вращением часовой стрелки; в противном случае момент отрицателен. Пусть для примера имеем ферму (фиг. 89), которая сечением $I-I$ разделена на 2 части; правая часть отброшена; сечением перерезываются 3 стержня (O, D, U); направление усилий (предварительно принятое) показано стрелками.

Определим усилие стержня O. За центр вращения надо принять точку c — точку пересечения остальных стержней D и U. Перпендикуляры, опущенные из точки c на направление сил, как видно на чертеже, равны a, l_1, l_2, r.

Составляем уравнение моментов:

$$Q_1 \cdot a - P_1 \cdot l_1 - P_2 \cdot l_2 + O \cdot r = 0,$$

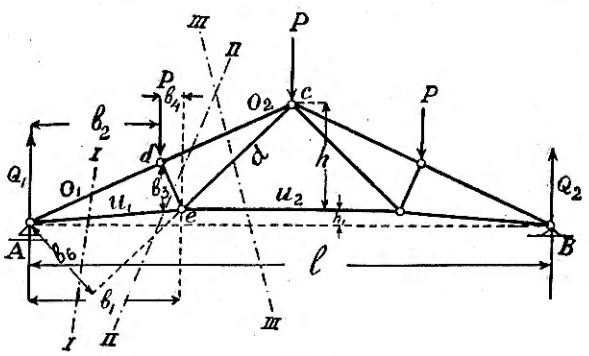
отсюда неизвестное усилие

$$O = \frac{P_1 \cdot l_1 + P_2 \cdot l_2 - Q_1 \cdot a}{r}.$$

Если $Q_1 \cdot a < P_1 \cdot l + P_2 \cdot l_2$, то O — положительно, момент его относительно точки c также положителен, а потому заданное нами стрелкой направление усилия верно, и *стержень O при этом растянут.*

Если $Q_1 \cdot a > P_1 \cdot l_1 + P_2 \cdot l_2$, то O получается отрицательным, момент его относительно точки c должен быть отрицательным (O не может быть отрицательным) и заданное направление этого усилия стрелкой неверно — усилие должно иметь прямо противоположное направление (момент тогда отрицателен, *стержень O при этом сжат*).

Пример 5. Пусть дана ферма с указанными на фиг. 90 силами.



Фиг. 90.

Определить усилия стержней по способу Риттера (горизонтальное расстояние между узлами верхнего конца одинаково) $\left(b_2 = \frac{l}{4}\right)$.

Верхний пояс:

Усилие O_1 (сечение $I-I$; принимаем за центр вращения центр шарнира узла e):

$$Q_1 \cdot b_1 + O_1 \cdot de = 0; \text{ отсюда } O_1 = -Q_1 \frac{b_1}{de}, \text{ стержень сжат.}$$

Усилие O_2 (сечение $II-II$; центр вращения — узел e):

$$O_2 \cdot de + Q_1 \cdot b_1 - P \cdot b_4 = 0; \quad O_2 = \frac{-Q_1 b_1 + P \cdot b_4}{de}, \text{ стержень сжат}$$

$$(Q_1 b_1 > P \cdot b_4).$$

Нижний пояс:

Усилие U_1 (сечение $I-I$; за центр вращения принимаем узел d):

$$Q_1 \cdot b_2 - U_1 b_3 = 0$$

(b_3 — перпендикуляр, опущенный из узловой точки d на направление стержня U_1)

$$U_1 = Q_1 \frac{b_2}{b_3}, \text{ стержень растянут.}$$

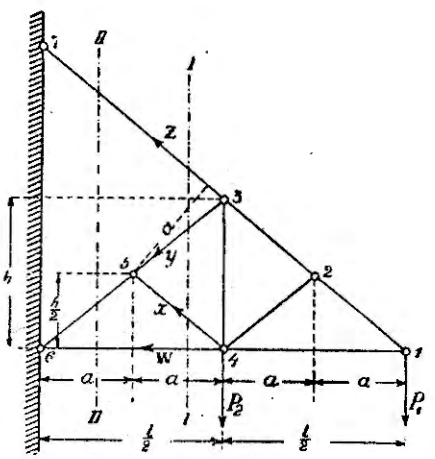
Усилие U_2 (сечение $III-III$, центр вращения — узел c):

$$-U_2 \cdot h + Q_1 \frac{1}{2} - P \frac{l}{4} = 0;$$

$$U_2 = \frac{1}{h}\left(Q_1 \frac{l}{2} - P \frac{l}{4}\right); \quad Q_1 = \frac{3}{2}P; \; U_2 = \frac{Pl}{2h}, \text{ стержень растянут.}$$

Пример 6. Дана ферма (фиг. 91), прикрепленная шарнирно к стене и нагруженная силами P_1 и P_2. Требуется определить по способу Риттера усилия стержней: 3—7, 3—5, 4—5 и 4—6.

Если провести сечение *I—I*, которым перерезываются вышеуказанные стержни, то определение усилий этих стержней по способу Риттера не представляется возможным. Если возьмем момент всех сил оставшейся правой части относительно центра шарнира 3, то в уравнение моментов войдут 2 неизвестные величины — X и W — усилия стержней 4—5 и 4—6. Если взять момент сил относительно центра шарнира 4, то в уравнение моментов войдут 2 неизвестные величины Z и Y — усилия стержней 3—7 и 3—5. Если из 4-х неизвестных усилий будет определено предварительно одно из них, проведя другое сечение, то остальные 3 неизвестные усилия могут быть определены путем сечения *I—I*. Проводим сечение *II—II*, пересекающее 3 стержня: 3—7, 5—6 и 4—6; отбрасываем часть, находящуюся слева сечения, и заменяем ее действие на правую оставшуюся часть силами, направленными по осям стержней. Взяв момент относительно центра шарнира 3, получаем:



Фиг. 91.

$$W \cdot h + P_1 \frac{l}{2} = 0, \text{ откуда } W = -\frac{P_1 \cdot l}{2h} \text{ (стержень сжат).}$$

Найдя усилие W, мы можем определить усилия остальных стержней, перерезанных сечением *I—I*.

Чтобы определить усилие Z, надо взять моменты сил относительно центра вращения 5:

$$-Z \cdot a + W \cdot \frac{h}{2} + P_2 \cdot \frac{l}{4} + P_1 \frac{3l}{4} = 0.$$

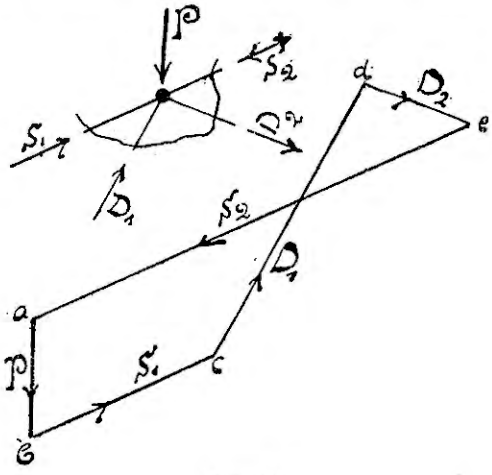
Вставляя сюда выше найденное значение W, получаем после преобразования

$$Z = (2P_1 + P_2) \frac{l}{4a}$$

3. Графический способ.

а) Диаграммы Кремоны [1])

Этот способ, основанный на условии равновесия узлов фермы, является простым и удобным и поэтому применяется по преимуществу при рассчете стропильных ферм. Рассмотрим этот способ подробно. Пусть из нагруженной фермы сечением (фиг. 92) выделен узел с приложенной к нему внешней силой P; действия рассеченных стержней на узел заменены соответственно силами, которые направлены по осям стержней и сходятся в узловой точке—центре шарнира. В этом случае для равновесия необходимо и достаточно, чтобы построенный многоугольник сил сам собой сомкнулся. Если неизвестны 2 силы, то построение этого многоугольника позволяет определить их. Если, например, в рассматриваемом случае неизвестны силы S_1 и D_1, то, отложив одну за другой известные силы D_2, S_2 и P с общим течением в одном направлении, как показано на фигуре, проводят через одну концевую точку d линию dc, параллельную направлению неизвестной силы D_1, и через другую концевую точку b — линию bc, параллельную направлению другой неизвестной силы S_1, до пересечения в точке c с линией cd. Из многоугольника сил $deabcd$ определяются неизвестные силы S_1 и D_1 по величине и направлению; отрезок bc представляет в выбранном масштабе силу S_1, а отрезок dc — силу D_1. Так как многоугольник должен быть сомкнутым, то из кругового обвода (общего течения стрелок) определяется направление S_1 и D_1.



Фиг. 92.

Для применения указанного приема надо начать построение с узла, в котором сходятся 2 стержня. Возьмем для примера ферму, представленную на фиг. 93, на которую действуют силы P_1, P_2 и P_3; ферма — симметрична, силы $P_1 = P_2 = P_3 = P$, Q_1 и Q_2 — реакции опор — одинаковы и равны $1{,}5P$. Отрежем сначала, как указано (⌒), опорный узел a,

[1]) Начало их было положено англичанином Боу, способ был затем научно разработан его соотечественником Максвеллем; итальянский профессор Кремона развил его, дал правила для построения диаграмм и вследствие общего изложения вопроса сделал их доступными широкому кругу техников. Диаграммы называются также диаграммами Максвелла.

при этом перерезываются 2 стержня: 1 и 2; действие остальной части фермы заменяем силами, направленными по осям этих стержней. Так как этот узел под действием 3-х сил — известной реакции Q_1 и 2-х неизвестных сил 1 и 2 — находится в равновесии, то эти силы должны образовать сомкнутый треугольник (фиг. 90*a*). Откладываем силу Q_1 и через ее концевые точки *m* и *n* проводим линии, параллельные направлениям стержней 1 и 2 до пересечения их в точке *k*. Стороны треугольника 1 и 2 представляют величины искомых сил — направления их указаны стрелками (общее течение сторон). Чтобы узнать, *сжат* ли стержень или *растянут*, надо из треугольника сил перенести направление силы на узел (фиг. 90*f*); если *сила направлена на узел*, то стержень *сжат*; если сила направлена *от узла*, то стержень *растянут*; в рассматриваемом случае стержень 1 — сжат, стержень 2 — растянут.

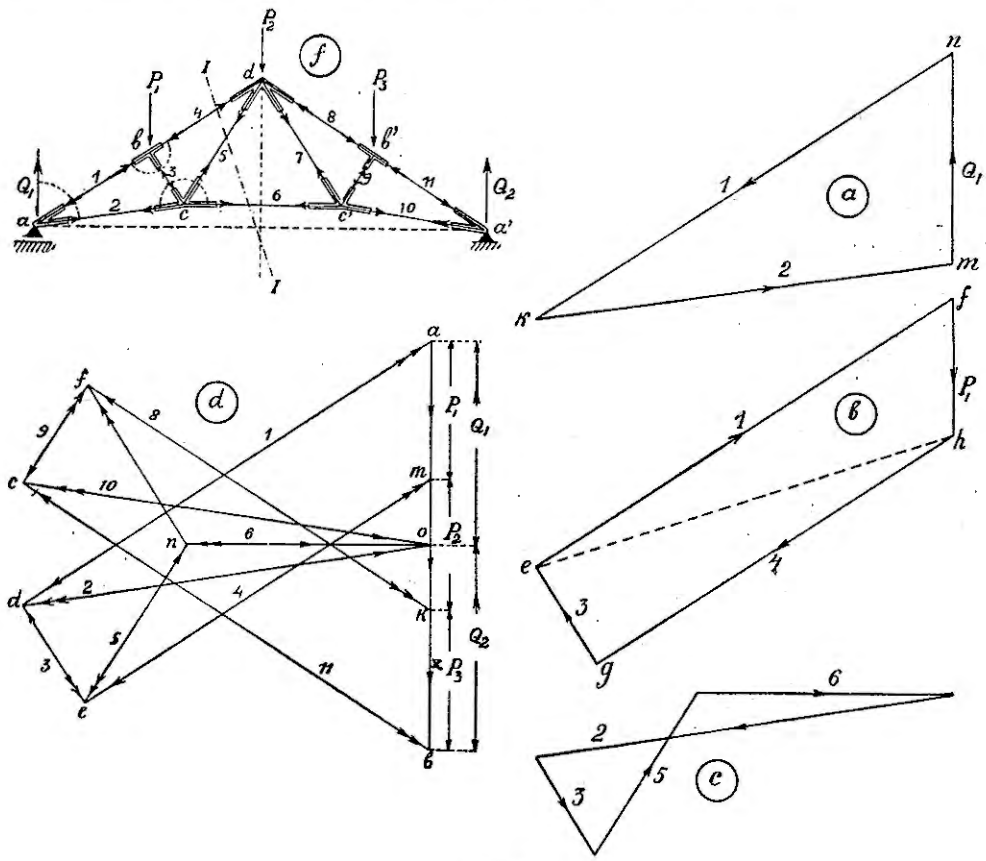
Перейдем к другому узлу. К узлу *c* перейти нельзя, так как в нем сходятся 4 стержня; из них для одного — 2 — найдено выше усилие, для остальных 3-х усилия неизвестны и их надо определить. Найдя усилие стержня 3, нам можно будет определить усилия стержней 5 и 6.

Перейдем к узлу *b*; выделим его сечением, которое перерезывает стержни 1, 4 и 3; силы, заменяющие действие остальной части фермы и направленные по осям перерезанных стержней, уравновешиваются внешней силой P_1. Из этих сил найдена выше сила 1, неизвестными являются силы 3 и 4. Растянутый стержень старается сблизить соединяемые им узлы. Усилие растянутого стержня 2 для узла *a*, как видели, направлено от этого узла; для другого узла *c* это усилие будет иметь обратное направление, также от узла *c*. Сжатый стержень, оказывая сопротивление сжимающим силам, старается раздвинуть узлы. Усилие сжатого стержня 1, как видели, для узла *a* направлено на этот узел; для другого узла *b* стержня усилие также должно быть направлено на этот узел, и оно будет иметь прямо противоположное направление. При построении многоугольника сил *b* (фиг. 90) для узла *b* отложены сначала определенное выше усилие 1 с соответствующим направлением и известная внешняя сила P_1 по тому же течению стрелок. Через концевые точки их равнодействующей проведены: через точку *e* линия *eg*, параллельная стержню 3, и через точку *h* линия, параллельная стержню 4. Получается сомкнутый многоугольник, стороны которого *eg* и *gh* представляют величины искомых усилий 3 и 4. Направление этих усилий показано стрелками, течение которых в многоугольнике непрерывное в одну сторону. Перенеся направление стрелок на перерезанные стержни 3 и 4, видим, что усилие 4, направленное на узел, сжимает стержень, усилие 3 направлено также на узел и сжимает стержень.

Теперь переходим к узлу *c*. Сечением, выделяющим узел, перерезываются 4 стержня — усилия 2-х из них (2 и 3) найдены, остаются не-

известными усилия стержней 5 и 6, которые получатся по предыдущему из построенного многоугольника сил *c* (фиг. 93).

Переходя последовательно от узла к узлу, для фермы с большим числом узлов можно было бы таким же образом определить усилия стержней. Для этого пришлось бы построить ряд многоугольников.



Фиг. 93.

Рассматривая многоугольники сил *a*, *b*, *c* (фиг. 93), мы замечаем, что они имеют по одной равной и параллельной стороне. При построении многоугольника сил для нового узла приходится вновь откладывать одну или несколько сил, найденных из многоугольников раньше рассмотренных узлов; если ферма имеет много узлов, то придется вычертить много таких многоугольников, чтобы найти искомые усилия стержней. Возможно более простое и компактное решение вопроса — построение *одного* общего многоугольника сил или *диаграммы Кремоны,* чем значительно сокращается время при получении большей точности построения.

Многоугольники сил можно расположить таким образом, чтобы их общие стороны — силы (1, 2, 3...) в диаграмме — совпадали; если вести

построение в известной последовательности, причерчивая к полученным многоугольникам новые, чтобы не было повторяющихся сил, то получается компактная диаграмма усилий стержней.

Представим построение диаграммы усилий стержней для той же фермы (фиг. 93*d*).

Строим сначала многоугольник — план всех внешних сил — данных сил P и реакций Q; в рассматриваемом случае план сил P_1, P_2 и P_3 замыкается реакциями Q_1 и Q_2. Линия *ab* представляет равнодействующую данных сил, отрезки *ao* и *bo* выражают величины реакций Q_1 и Q_2. Силы считаем в следующем порядке: Q_1, P_1, P_2, P_3 и Q_2.

Внешние силы отложены одна за другой в таком порядке, в котором их встречаем по контуру фермы от опорного узла *a* к опорному узлу *b*.

Рассмотрим условия равновесия опорного узла *a*.

Выделим его мысленно сечением, перерезывающим два стержня. Узел находится в равновесии под действием приложенной к нему силы Q_1 и двух неизвестных 1 и 2. Для определения их строим сомкнутый треугольник *aod* (фиг. 93), через концевые точки отрезка *ao* (силы Q_1) проводим линии, параллельные стержням 1 и 2, до их пересечения в точке *d*. Сторона *ad* представляет силу 1, сторона *od* — силу 2.

Перенося направление стрелок на перерезанные стержни, находим, как указано выше, что стержень 1 сжат, стержень 2 растянут.

Переходим к узлу *b*. Отделяя этот узел сечением, видим, что он находится в равновесии под действием внешней силы P_1, найденного усилия 1 и двух неизвестных усилий 3 и 4. Эти все силы должны образовать сомкнутый многоугольник.

Усилие 1 для узла *b* имеет направление, противоположное его направлению для узла *a*, т. е. усилие также направлено на узел и показано на чертеже двойной стрелкой. Мы видим, что усилие 1 и сила P_1, действующие на узел, расположены одна за другою с тем же течением стрелок — нет надобности строить многоугольник сил в стороне (фиг. 90,*b*), а строим его на том же чертеже *d* (фиг. 90), проведя *через концевую точку* силы P_1 линию, параллельную стержню 4, и *через другую концевую* точку *d* усилия 1 линию, параллельную стержню 3.

Стороны *de* и *em* представляют величины искомых усилий 3 и 4. Перенося направление стрелок на перерезанные стержни, мы видим, что оба усилия направлены на узел; таким образом они сжимают стержни.

Переходим далее к узлу *c*. Отрезая его мысленно сечением, мы видим, что около *c* уравновешиваются два найденных усилия 2 и 3 с 2-мя неизвестными усилиями 5 и 6. Так как определенные усилия 2 и 3 оказываются расположенными одно за другим с общим течением стрелок [1]), то нет надобности строить в стороне многоугольник сил *c* (фиг. 93), как

[1]) Для узла *c* направления усилий 2 и 3 показаны двумя стрелками.

это сделали раньше. Мы строим этот многоугольник на том же чертеже *d*, проведя через одну концевую точку *o* равнодействующей усилий 2 и 3 линию *on*, параллельную стержню 6, и через другую *e*—линию *en*, параллельную 5 [1]); отрезки *on* и *en* дают величины искомых усилий. Направление этих сил берем из условия непрерывного течения стрелок в сомкнутом многоугольнике. Перенося эти направления на перерезанные стержни, замечаем, что усилие 5 направлено от узла, т. е. *стержень растянут*; усилие 6 тоже направлено от узла, *стержень растянут*.

Переходим к узлу *d*. Так как известные силы 5, 4 и P_2 оказываются расположенными одна за другой с общим течением стрелок, нет надобности строить многоугольник сил в стороне; проведя чрез концевые точки *n* и *k* линии, параллельные стержням 7 и 8 до их пересечения в точке *f*, имеем сомкнутый многоугольник *nemkfn*, построенный на чертеже *d*. Перенося направление стрелок, мы находим, что *стержень 8 сжат* (—), *стержень 7—растянут*. Величины усилий 7 и 8 представляются сторонами *nf* и *fk* многоугольника.

Переходим к узлу *e*, в котором усилия 6 и 7 известны, а усилие 9 и 10 — неизвестны и их надо определить. Силы 6 и 7 расположены одна за другой с общим течением стрелок (двойные стрелки). Проведя чрез концевые точки *o* и *f* линии, параллельные стержням 9 и 10, до пересечения их в точке *e*, получаем сомкнутый многоугольник *onfco*, входящий, как и другие предыдущие, в состав чертежа *d* (фиг. 93). Сторона же, параллельная стержню 9, определяет усилие 9; сторона *oc* представляет по величине и направлению усилие 10. Усилие 9 направлено на узел и *сжимает* стержень (—), усилие 10 направлено от узла и оно *растягивает* стержень (+).

Неизвестным теперь осталось одно усилие стержня 11. Перейдем к узлу *b'*, в котором известны внешняя сила P_3 и усилия 8 и 9, неизвестно лишь усилие стержня 11. Так как этот узел находится в равновесии, то это усилие равно по величине, но прямо противоположно замыкающей (равнодействующей) многоугольника, построенного на этих силах. Силы 9, 8 и P_3 расположены на чертеже одна за другой, с одним течением стрелок. Соединяя концевые точки *c* и *b* (замыкая многоугольник сил), получаем усилие *cb* стержня 11. Так как усилие 11 действует по оси стержня, то сторона *cd* должна быть параллельна стержню 11. Если эта сторона параллельна, то это указывает на правильность и точность построения предыдущих многоугольников. Перенося направление

[1]) От узла *c* мы должны будем перейти к узлу *d*. Около этого узла уравновешиваются: приложенная к нему сила P_2, найденные усилия 4 и 5 и неизвестные усилия 7 и 8. Для определения их надо будет построить многоугольник, в котором *известные силы должны быть расположены одна за другой*, в виду чего через точку *e*, общую с усилием 4, проводим линию *en*, параллельную направлению усилия 5, а не линию, параллельную стержню 6.

стрелки (одиночной) на мысленно отделенный стержень 11, замечаем: усилие направлено на узел, потому стержень *сжат*.

Для узла a' это усилие также направлено на узел, т. е. имеет противоположное направление, указанное двойной стрелкой.

Все усилия, вызываемые внешними силами в стержнях фермы, определены из *частных* многоугольников, входящих в состав *одного общего многоугольника сил*.

Для поверки правильности и точности построения рассмотрим узел a'. В этом узле действует реакция Q_2 и определенные усилия 10 и 11. Так как узел находится в равновесии, то эти силы должны образовать сомкнутый треугольник с общим течением стрелок, что следует из чертежа.

Общий многоугольник d, который начерчен при обходе узлов, начиная с одного опорного узла a и кончая другим опорным узлом a', называется *диаграммой Кремоны*.

Чтобы выделить в диаграмме, какие стержни сжаты и какие растянуты, прибегают к обозначениям: 1) вычерчивают усилия линиями разного цвета, обыкновенно сжимающие усилия — красными, растягивающие — синими, 2) в одноцветной диаграмме вытягивающие усилия изображают тонкими линиями, сжимающие — толстыми, или 3) растягивающие усилия обозначают знаком + (плюс), сжатые — знаком — (минус). Стрелок в диаграмме не указывают (фиг. 94, 95).

Свойства диаграммы. Рассматривая чертеж фермы и диаграмму усилий d (фиг. 93) и сравнивая их, мы заключаем, что обе фигуры находятся в определенном соотношении.

1. Каждой линии фермы f соответствует параллельная ей линия на диаграмме.

2. Усилие каждого стержня начерчено на диаграмме один раз.

3. Число линий диаграммы равно числу линий фермы.

4. Линиям, сходящимся в какой-либо узловой точке фермы, соответствуют линии в диаграмме, им параллельные, образующие сомкнутый многоугольник, считая и внешние силы, т. е. все силы, пересекающиеся в одной узловой точке фермы, образуют в диаграмме сомкнутый многоугольник и обратно.

5. Линиям-силам диаграммы, сходящимся в одной точке, соответствуют линии фермы, образующие замкнутый многоугольник. Например, в узловой точке b фермы сходятся внешняя сила P_1, стержни 1, 3, 4, а им в диаграмме соответствуют усилия стержней 1, 3, 4, им параллельные, и сила P_1, которые образуют сомкнутый многоугольник *adem*.

Число сомкнутых многоугольников диаграммы равно поэтому числу узлов фермы.

Треугольнику фермы, например, 5—6—7 соответствует в диаграмме точка n, в которой сходятся усилия (линии), соответственно параллельные этим сторонам.

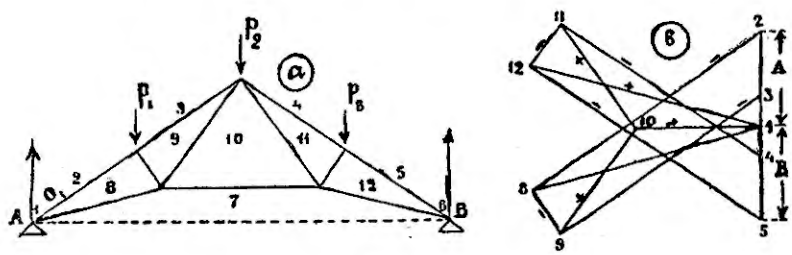
Одна фигура взаимна другой.

Взаимность определяет ход построения диаграммы.

Двум каким-либо силам, приложенным к смежным узлам и стержню, соединяющему эти узлы, соответствует в диаграмме общая точка, в которой сходятся линии, им соответственно параллельные.

Например, двум силам Q_1 и P_1 и стержню 1 соответствует в диаграмме точка a, в которой сходятся прямые, им параллельные. Силы P_1 и P_2 имеют и свою общую точку, как и силы Q_1 и P_1, что возможно, когда сила P_1 находится между силам Q_1 и P_2. На этом основании сила P_2 находится между силами P_1 и P_3. Приходим к заключению, что *внешние силы нужно откладывать одну за другой в том порядке, в котором их встречаем, обходя контур фермы.*

Допустим, что сила P_1 постепенно убывает; из диаграммы можно видеть, что точка m отрезка am, изображающего эту силу, будет приближаться постепенно к точке a — усилие 4 при этом будет возрастать, приближаясь к усилию 1, а усилие 3 будет убывать. Когда P_1 станет равным 0, усилие 4 будет равным усилию 1, а усилие 3 обратится в нуль.



Фиг. 94.

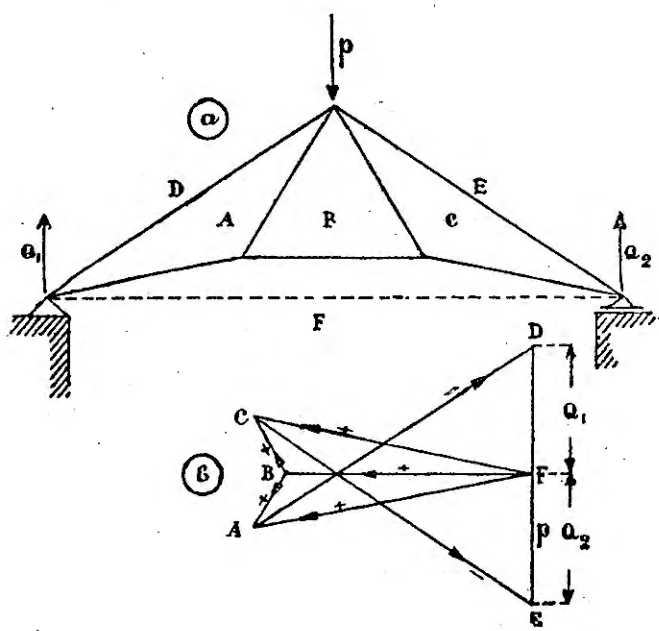
Диаграмма дает условия равновесия не только для каждого узла, но и для целых частей, выделенных каким-нибудь сечением.

Проведем сечение $I—I$, которым ферма f (фиг. 93) разрезается на 2 части, и отделим правую часть; для того, чтобы левая часть находилась в равновесии, необходимо заменить действие отброшенной части силами 4, 5 и 6. Эти силы уравновешиваются внешними силами Q_1 и P_1 — им в диаграмме d (фиг. 93) соответствует сомкнутый многоугольник *оатепо*.

Способ обозначения Бау. В виду взаимности фигур фермы и диаграммы американский инженер Бау применил простой и удобный способ обозначения усилий в диаграммах. Способ состоит в том, что на эскизе фермы цифрой или буквой (фиг. 94) обозначают каждое отдельное пространство между стержнями по их сторонам; так, например, на фиг. 94 пространства по обеим сторонам стержня O_1 обозначены цифрами 2 и 8, и вместо обозначения O_1 стержень обозначается 2 — 8 по этим цифрам, 3 — 9 обозначается следующий стержень пояса; сила P_1, расположенная между пространствами 2 и 3, обозначается 2 — 3, а обозначения P_1 не

надо; следующие силы читаются 3—4, 4—5, 5—7, 1—2. На фиг. 95 вместо цифр, поставлены в соответствующих пространствах буквы, поэтому стержни фермы: $A-D$, $E-C$, $A-F$, $B-F$, $C-F$, $A-B$, $B-C$, силы: $D-E$, $E-F$, $F-D$.

Таким образом стержни и силы обозначаются 2-мя цифрами или буквами тех пространств, между которыми они заключаются. Этими обозначениями пользуются при построении диаграммы. Каждому пространству на эскизе фермы соответствует узел в диаграмме: например, пространства 8, 9, 11 (фиг. 94) имеют соответствующие узлы на диаграмме. Каждому узлу фермы соответствует на диаграмме сомкнутый многоугольник: например, узлу при силе P_1 (2—3) — соответствует многоугольник 2—3—9—8, узлу 3—4 — многоугольник 3—4—11—10—9.



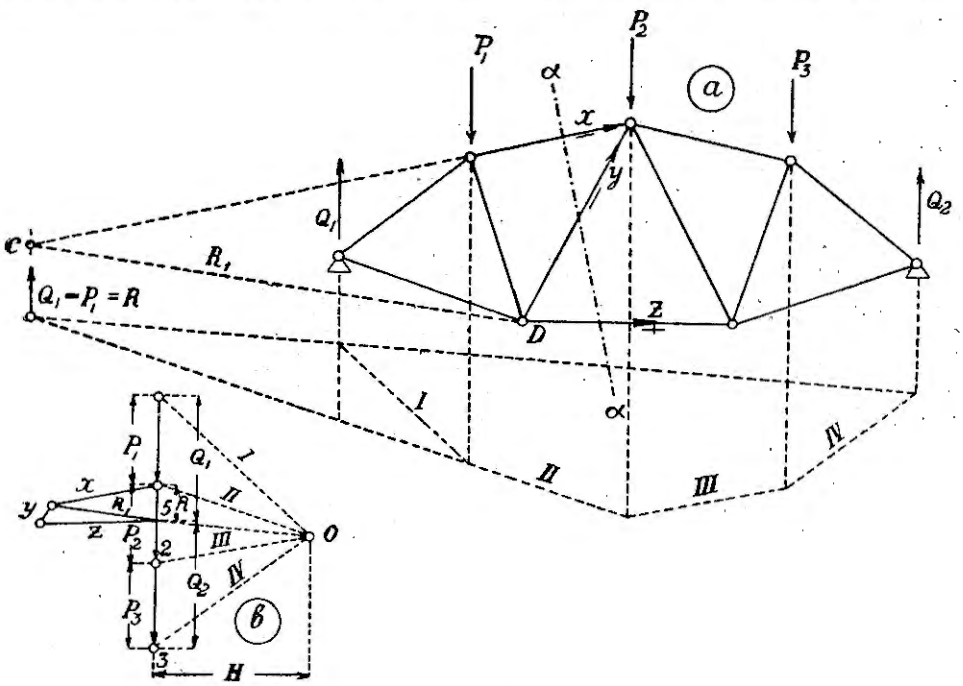
Фиг. 95.

b) Правило для построения диаграммы.

Для построения диаграммы необходимо сначала определить все внешние силы, приложенные в узлах, затем — реакции. Для определения последних надо построить силовой многоугольник, при чем внешние силы надо откладывать последовательно одну за другой в том порядке, как их встречаем, обходя кругом фермы. Обходы обычно совершают по *часовой стрелке*. Определив реакции, замыкающие многоугольник сил, приступают к вычерчиванию диаграммы, начиная от узла, в котором сходится не более 2-х стержней; обычно таким узлом является опорный узел.

Затем надо переходить от узла к узлу так, чтобы в каждом из них не встретилось более 2-х неизвестных усилий, последовательно пристраивая для узлов многоугольники сил, как это было показано на примере. Имея направление силы или одного из усилий в многоугольнике сил, находят направления других усилий; по этим направлениям определяют, растянут ли стержень или сжат.

Невязка диаграммы. Когда ферма имеет много стержней и следовательно получается много параллельных им линий в диаграмме, то часто бывает, что диаграмма не смыкается, получается невязка. Для ее уменьшения начинают построение диаграммы с двух концов фермы; кроме того, определяют для контроля некоторые усилия по способу Риттера.



Фиг. 96.

Диаграммы Кремоны могут быть вычерчены указанным способом для статически определимых ферм при 2-х следующих условиях: 1) должен быть хоть один узел, в котором сходятся только 2 стержня — наружных, принадлежащих ее контуру, и 2) не должно быть треугольников, составляемых одними внутренними стержнями.

Если эти условия не соблюдены, то при вычерчивании диаграммы встречаются затруднения и для их устранения применяют один из следующих способов, которыми определяются усилия некоторых стержней, после чего может быть диаграмма вычерчена. Примеры таких рассчетов ферм приведены ниже (см. рассчет ферм).

Способ Кульмана. Этот способ основан на непосредственном разложении силы. В этом случае пользуются методом сечений, как при определении усилий по способу Риттера. Проводим сечение $\alpha - \alpha$ (фиг. 96), которым перерезываются *три стержня*, не сходящиеся в одной точке; отделяем правую часть фермы и заменяем ее действие тремя силами X, Y и Z, направленными по осям перерезанных стержней. Отделенная левая часть фермы находится в равновесии под действием сил: Q_1, P_1, X, Y и Z.

Заменяем внешние силы Q_1 и P_1 их равнодействующей R. Величина ее $= Q_1 - P_1$ определяется из (многоугольника) *плана сил* (фиг. 96 *b*), равна отрезку 1 — 5 и направлена вверх, так как $Q_1 > P_1$. Точка приложения этой равнодействующей получается пересечением замыкающей веревочного многоугольника и луча II по общему правилу. Таким образом получаются 4 силы, действующие в плоскости: R, X, Y и Z.

Равнодействующая R задана по величине, положению и направлению; для сил X, Y и Z известно только их положение.

Задача сводится к разложению силы на три составляющих с заданным положением — по осям перерезанных стержней. Заменяем силы Y и Z их равнодействующей R_1, тогда три силы R, X и R_1 должны пересекаться в одной точке. Точка C является точкой пересечения направлений сил R и X (фиг. 96*a*), поэтому и сила R_1 должна пройти через эту точку; кроме того, сила R_1 проходит через точку пересечения ее составляющих Y и Z, т. е. через точку D. Таким образом найдены 2 точки: C и D, через которые должна пройти сила R_1, следовательно определено ее направление по линии CD.

Теперь можно разложить силу R на 2 силы, пересекающиеся в точке C, на силы X и R_1. Для этого, как показано на фиг. 96 *b* проводим через одну концевую точку R линию, параллельную X, и через другую ее точку линию, паралельную CD.

Таким образом получены 2 силы X и R_1. Последнюю, в свою очередь, разлагаем на 2 составляющие Y и Z по их заданным направлениям; получается многоугольник сил, в котором течение стрелок должно быть непрерывным. Так как направление силы R — равнодействующей внешних сил — известно, то поэтому определится и направление искомых сил X, Y и Z. Чтобы определить, какой стержень сжат или растянут, надо перенести направление стрелок на перерезанные стержни, как было указано выше.

Способ Циммермана. Этот способ отличается от способа Кульмана тем, что вместо равнодействующей внешних сил R, не прибегая к ее построению, разлагают две параллельные ее составляющие, которые проходят через узлы — концы пересекаемого раскоса (фиг. 97). Пусть для отсеченной сечением левой части фермы равнодействующая всех внешних сил, к ней приложенных, $= R$; заменяем ее 2-мя параллельными ей составляющими силами P и P', приложенными в узлах 4 и 5.

Величины составляющих P и P' определяются следующим путем:

1) $R = P - P'$; 2) $P.d = R.r$ или $P'd = R.r'$,

где d — расстояние между силами P и P',
r — » » » R и P',
r' — » » » R и P,

Так как $R.r$ представляет момент внешних сил относительно узловой точки 5, то, обозначив его через M_5, имеем:

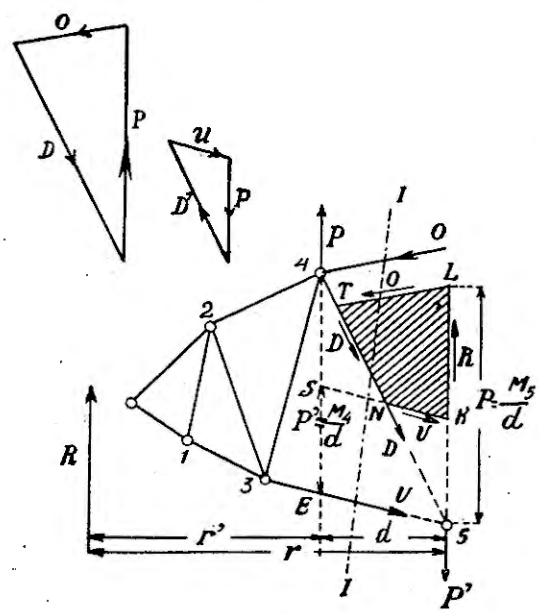
$$P = \frac{M_5}{d},$$

обозначив $R.r'$ через M_4, получаем:

$$P' = \frac{M_4}{d}.$$

Определив силы, разлагаем их по направлениям перерезанных стержней (фиг. 97): силу P — на направления стержней O и D, силу P' — на направления U и D. Кроме того, результаты соединены на самой ферме; на линиях 5 — L и 4 — E, параллельных R, откладывают отрезками величины сил:

$$P = \frac{M_5}{d} \text{ и } P' = \frac{M_4}{d};$$



Фиг. 97.

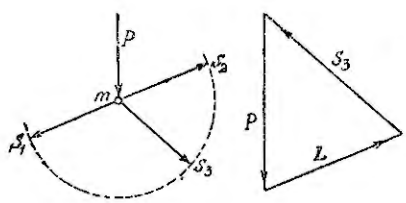
отрезок 5 — $L = P$, а отрезок $ES = P'$. Через точку L проводят линию LT, параллельную O, и через точку S линию SK, параллельную U. Из четыреугольника сил $KLTN$ получаются искомые усилия O, D и U.

Способ Циммермана имеет то преимущество перед способом Кульмана, что не требуется определять нахождение равнодействующей, которая может и не получиться в пределах чертежа.

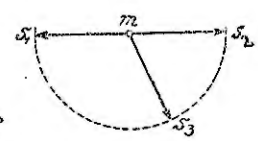
Способ Кульмана и Циммермана может быть применен в сложных случаях побочно при определении усилий некоторых стержней. Преимущественно эти способы применимы при подвижной нагрузке для определения наибольших усилий при различных способах загружения фермы: например, если по нижнему поясу стропильной фермы перемещается лебедка; в этом случае удобно пользоваться способом Кульмана в связи с построением многоугольника опорных сопротивлений.

Определение усилия стержня путем *разложения внешней силы.* Пусть в узле m (фиг. 98), в котором сходятся три стержня, из которых два лежат на одной прямой, приложена внешняя сила P.

Усилие стержня S_3 может быть определено из условия равновесия узла. Усилия S_1 и S_2 имеют равнодействующую, направленную по той же прямой; пусть ее величина $= L$. Для равновесия необходимо, чтобы равнодействующая сил P и S_3 была равна L и прямо противоположна ей по направлению. Направления сил L и S_3 известны, поэтому, построив треугольник сил, находим величину и направление усилия S_3. Если в узле m (фиг. 99) не приложена внешняя сила, то узел будет находиться в равновесии в том случае, если усилие S_1 равно по величине усилию S_2 и прямо противоположно по направлению; усилие S_3 должно быть равно нулю.



Фиг. 98.



Фиг. 99.

c) Общие замечания к построению диаграмм Кремоны.

1. Прежде всего по заданным внешним силам определяют реакции опор; полученный многоугольник сил является основой для построения диаграммы.

Если внешние нагрузки приложены к верхнему поясу фермы, то при построении многоугольника сил их надо откладывать последовательно в том же порядке, как они расположены по периметру фермы (фиг. 93, 94, 95, 100 и 101).

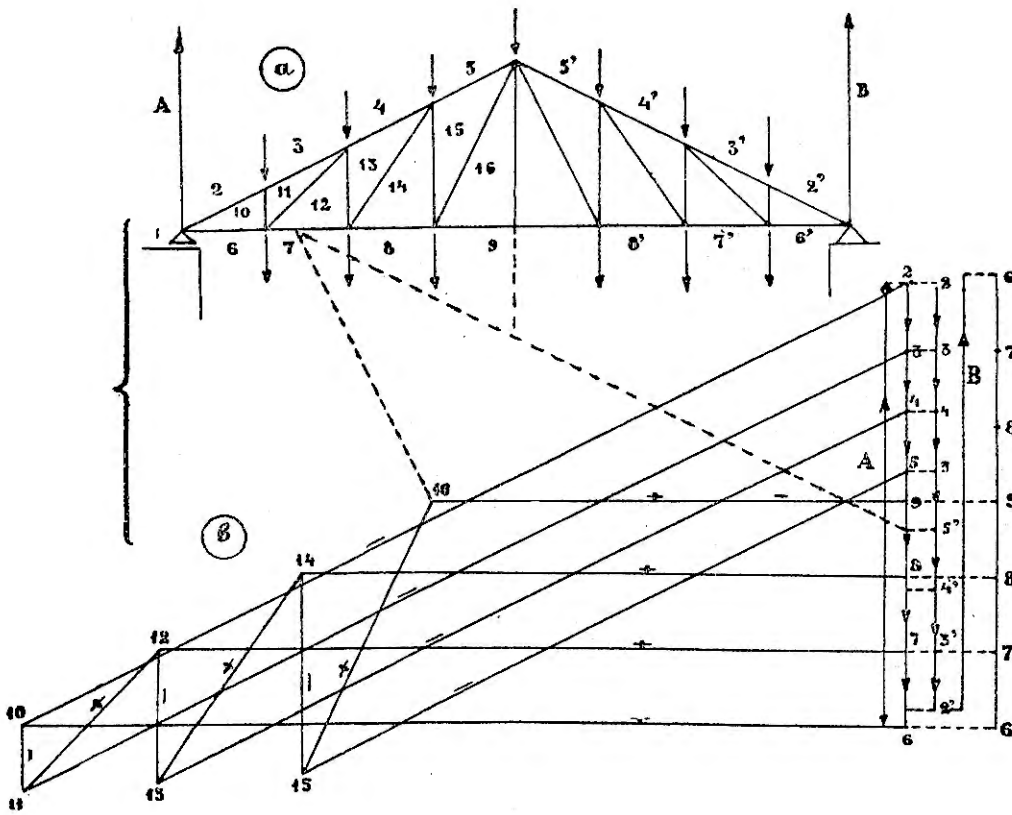
Если вертикальные нагрузки приложены также к нижнему поясу и ферма и нагрузки симметричны (фиг. 100, 101), то сначала при построении плана сил откладывают последовательно внешние нагрузки и опорные реакции в том порядке, как они следуют по периметру фермы: например, на фиг. 100 последовательно отложены (сбоку) все силы верхнего пояса: 2—3, 3—4, 4—5, 5—5′, 5′—4′, 4′—3′, 3′—2′, затем реакция B и по порядку нагрузки нижнего пояса: 6′—7′, 7′—8′, 8—9, 9—8, 8—7, 7—6 и реакция A. План сил должен сомкнуться.

На линию сил 2—6 (реакцию A) выносят нагрузки верхнего и нижнего узла *половины* фермы, т. е. силы 2—3, 3—4, 4—5, $\frac{1}{2}$ от 5—5′ и 9—8, 8—7, 7—6. Если нагрузка приложена к нижнему поясу на одной

вертикали с коньковым узлом (фиг. 101), то на указанной линии должна быть также отложена $\frac{1}{2}$ этой нагрузки.

В обоих случаях (фиг. 100, 101) нагрузки поясов должны быть симметричны по отношеню к *середине плана* сил, и реакции A и B совпадают на протяжении величин нагрузок нижнего пояса.

При несимметричном положении нагрузок нижнего пояса, как представлено на фиг. 102, указано в плане сил расположение внешних сил

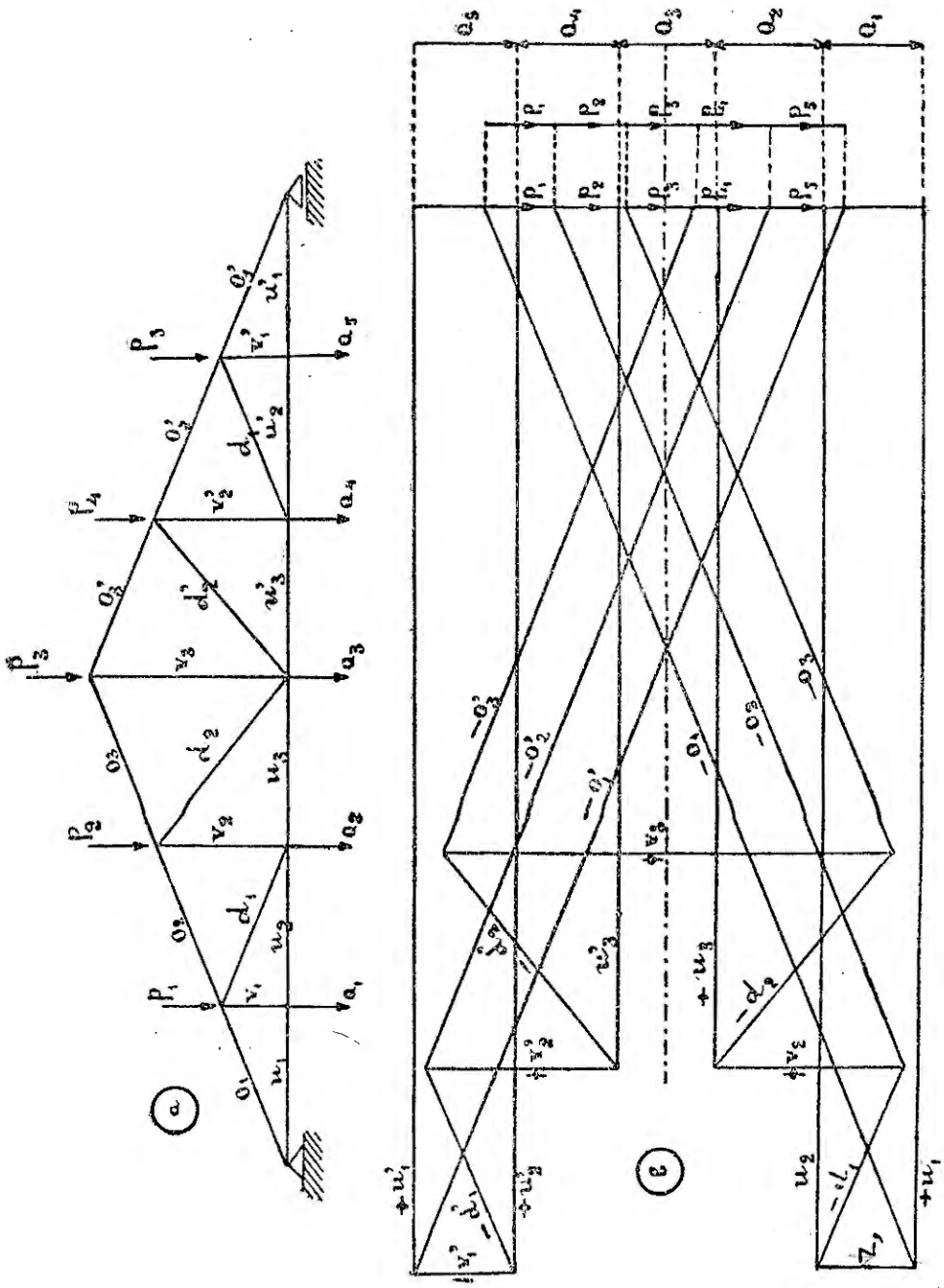


Фиг. 100.

и реакций, при чем реакции также совпадают одна с другой на протяжении величин нагрузок нижнего пояса.

2. Для упрощения построения диаграмм обычно принимают собственный вес фермы приложенным только в верхних узлах, при этом величины усилий в стержнях изменяются в большинстве случаев незначительно.

3. В треугольной ферме с прямолинейными поясами нагрузка, действующая на одну ее половину, например левую на фиг. 103, не вызывает в раскосах и стойках другой половины — правой — никаких усилий;

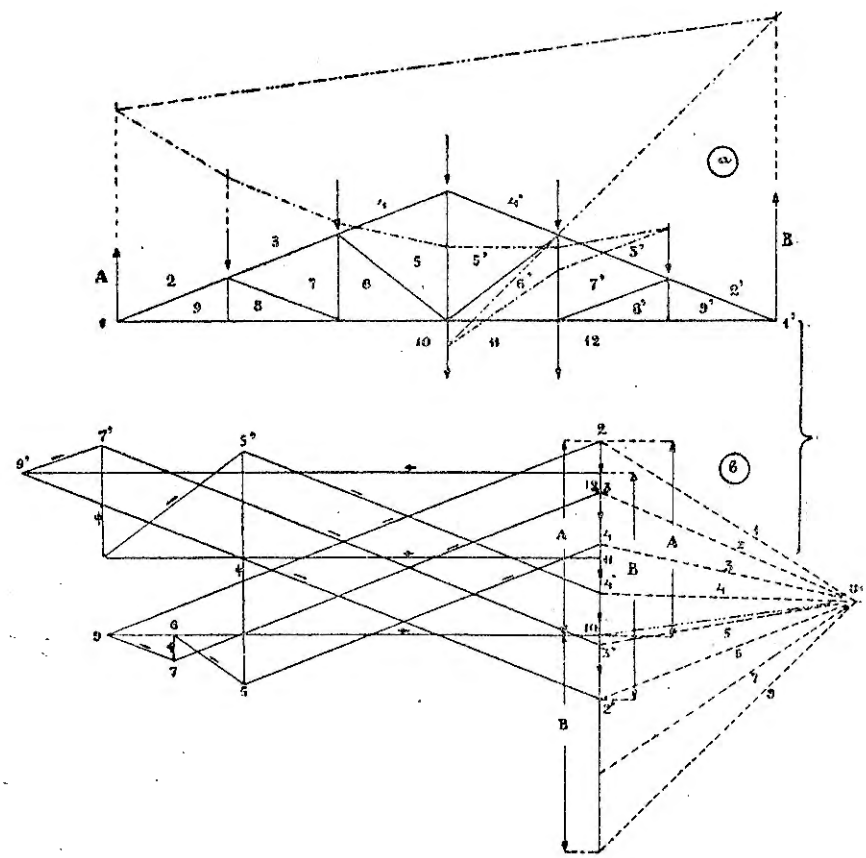


Фиг. 101.

в поясах этой половины величина усилия не меняется на всем протяжении от правой опоры к коньку.

Это свойство вытекает из того, что в правой части действует одна внешняя сила — реакция правой опоры.

Определим по способу Риттера усилие какого-нибудь раскоса правой половины, например d'_3, если к левой половине приложена вертикальная сила P (фиг. 103-a) или нагрузка от давления ветра ΣW (фиг. 103-b).



Фиг. 102.

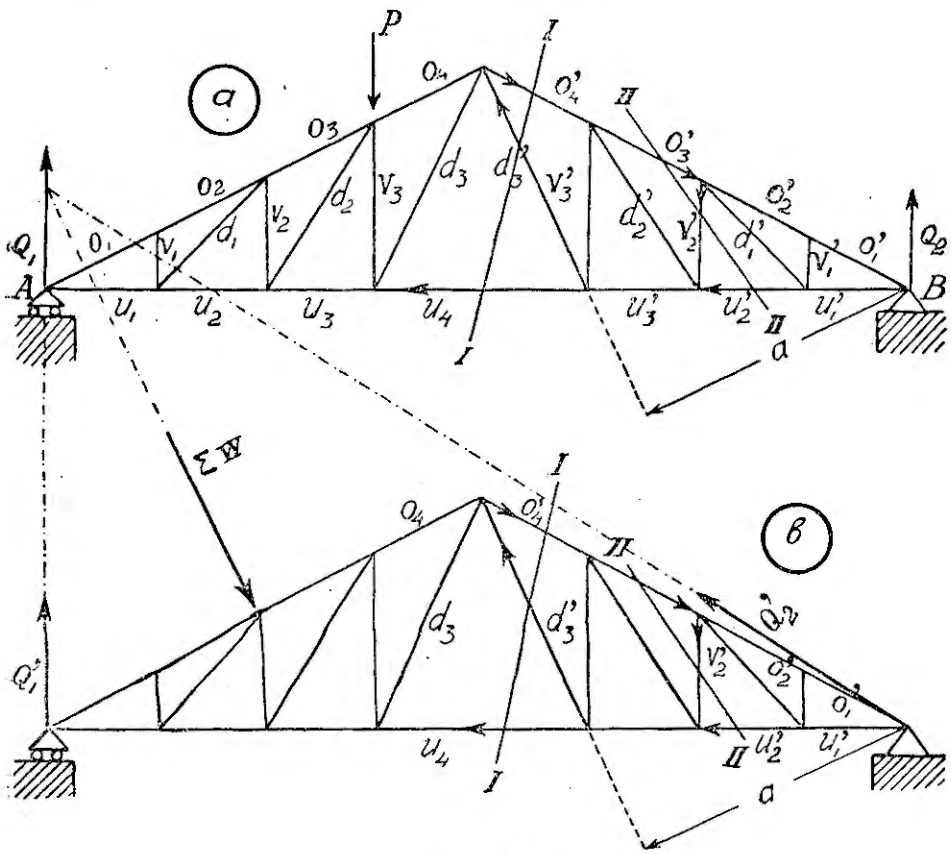
Сечением I — I перезаны три стержня: O'_4, U_4 и d'_3. Взяв момент всех приложенных сил относительно точки опоры B — точки пересечения направления усилий O'_4 и U_4, имеем $d'_3 . a = 0$, так как момент реакции Q_2 или Q'_2 относительно точки ее приложения B равен нулю, откуда $d'_3 = 0$, т. е. усилие в раскосе $d'_3 = 0$, как и в любом другом раскосе ненагруженной половины. Применяя тот же прием для любой вертикали, например V'_2, получаем, что ее усилие равно 0.

Разлагая реакцию Q_2 или Q'_2 на направления поясов, получаем усилия в стержнях O'_1 и U'_1; усилие O'_1 испытывают и все остальные стержни верхнего пояса

$$O'_2 = O'_3 = O'_4 = O'_1,$$

также

$$U'_2 = U'_3 = U'_4 = U'_1.$$



Фиг. 103.

4. Снег может загрузить всю ферму или одну ее половину, предполагая, что с другой снег сдут ветром.

Чтоб узнать, при каком из этих 2-х случаев получается в стержнях бо̀льшее усилие, нет надобности для симметричных ферм определять эти усилия для обоих случаев нагрузки — полной и односторонней.

Достаточно определить усилия стержней при односторонней нагрузке снегом, тогда можно знать также усилия, вызываемые полной нагрузкой на всю ферму.

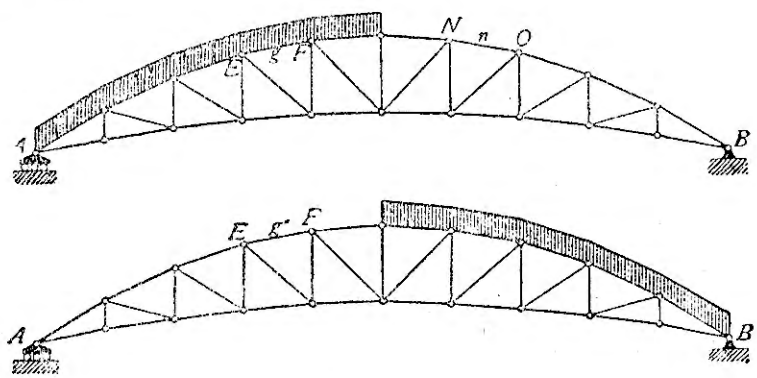
Пусть односторонняя нагрузка снегом левой половины фермы (фиг. 104) вызывает в стержне EF этой половины усилие g', а в симметричном

стержне NO другой половины — усилие n'. При односторонней такой же нагрузке правой половины, вследствие симметричности фермы, усилие в стержне EF будет $g'' = n'$, а в стержне NO равно g'.

Таким образом в случае нагрузки снега обеих половин усилие стержня $EF = S = g' + n'$, т. е. *усилие это равняется сумме тех усилий, которые вызывает односторонняя нагрузка в рассматриваемом стержне и ему симметричном в другой половине.*

Если усилия g' и n' одного знака, т. е. оба сжимающие или растягивающие, то сумма их больше каждого из этих слагаемых, и нагрузка снегом всей фермы более опасна для данного стержня: она вызывает бо̀льшее усилие, чем односторонняя нагрузка.

Если g' и n' разных знаков, то сумма их меньше бо̀льшего из этих усилий; в этом случае односторонняя нагрузка более опасна, чем полная — при первой получается бо̀льшее усилие.



Фиг. 104.

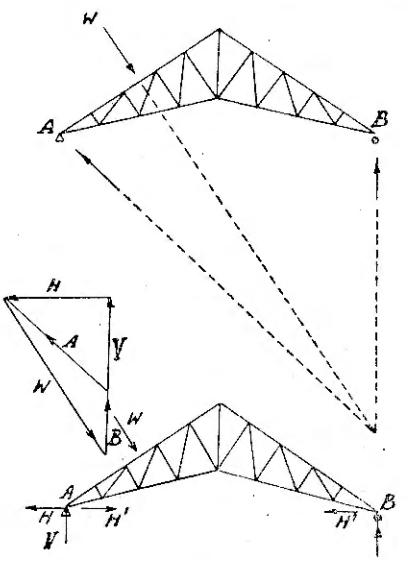
В треугольной ферме с прямолинейными поясами (фиг. 103) при односторонней нагрузке работают те стержни решетки, которые принадлежат к загруженной половине, в другой — усилия равны нулю.

5. Для симметричных ферм — при симметричной вертикальной нагрузке — достаточно построить диаграмму усилий для одной половины, приняв нагрузку всех верхних узлов $P = 1$ тонна. Усилие в любом стержне пропорционально узловой нагрузке. Если усилие при узловой нагрузке в 1 тонне равно S_1, то при узловой нагрузке P тонн усилие $S = P . S_1$.

6. Для определения усилий от действия ветра вычерчивают две диаграммы: одну — в случае действия ветра со стороны неподвижной опоры, другую — со стороны подвижной опоры. В последнем случае решение вопроса может быть упрощено тем, что, построив диаграмму от действия ветра со стороны *неподвижной* опоры, строят дополнительную несложную диаграмму усилий от действия горизонтальной составляющей H реакции неподвижной опоры, приложив H к опорам в обратно-противоположном направлении, как показано на фиг. 105.

Усилие стержня от действия ветра со стороны подвижной опоры получается просто путем алгебраического сложения соответственных усилий от действия ветра со стороны неподвижной опоры и горизонтальных сил H.

Пусть на ферму (фиг. 105) со стороны неподвижной опоры действует ветер, равнодействующая давлений которого $= W$; реакция B подвижной опоры — вертикальна, реакция A неподвижной опоры — наклонна к горизонтальному направлению. Разложим эту реакцию на 2 составляющие: вертикальную V и горизонтальную H.



Фиг. 105.

Приложим к подвижной опоре горизонтальную силу $H' = H$, как показано на фиг. 105, в направлении действия H; эта сила вызывает со стороны неподвижной опоры реакцию $H' = H$. В узле A силы H и H', как равные и прямо-противоположные, взаимно уравновешиваются; остается одна вертикальная сила V — реакция, указывающая, что опора A может быть рассматриваема, как подвижная, тогда как другая опора B превращена в неподвижную, имеет вертикальную и горизонтальную составляющие. На ферму действует следующая система сил: W—равнодействующая давлений ветра со стороны опоры, ставшей подвижной, V, H, H', B и H'. По принципу независимости действия сил рассматриваем отдельно группу сил W, V, H и B и отдельно H' и H'. Первая группа сил дает усилия стержней от действия ветра со стороны неподвижной опоры. Обе группы сил при совместном действии дают усилия стержней от давления ветра со стороны подвижной опоры. Если усилие некоторого стержня при действии ветра со стороны неподвижной опоры S_H, а при действии 2-х горизонтальных H равно S_2, то усилие при ветре со стороны подвижной опоры

$$S = S_H + S_2.$$

Если обе диаграммы вычерчены в одном масштабе, то усилия S легко определяются. Ниже даны примеры упрощенного определения усилий от давления ветра.

III. Стропильные фермы.

Основные понятия и определения.

Стропильные фермы (фиг. 106, 107) назначаются для поддержания кровли, предохраняющей внутреннюю часть сооружения от перемен атмосферы, главным образом от действия дождя и снега, и для восприятия нагрузок, действующих на поверхность кровли.

Эта поверхность бывает более или менее наклонной, так как на ней не должна задерживаться вода. Сообразно назначению, в зависимости от различных условий, сопровождающих задания перекрытия, и согласно требованию архитектурного стиля применяются разнообразные системы стропильных ферм, в которых расположение частей различно.

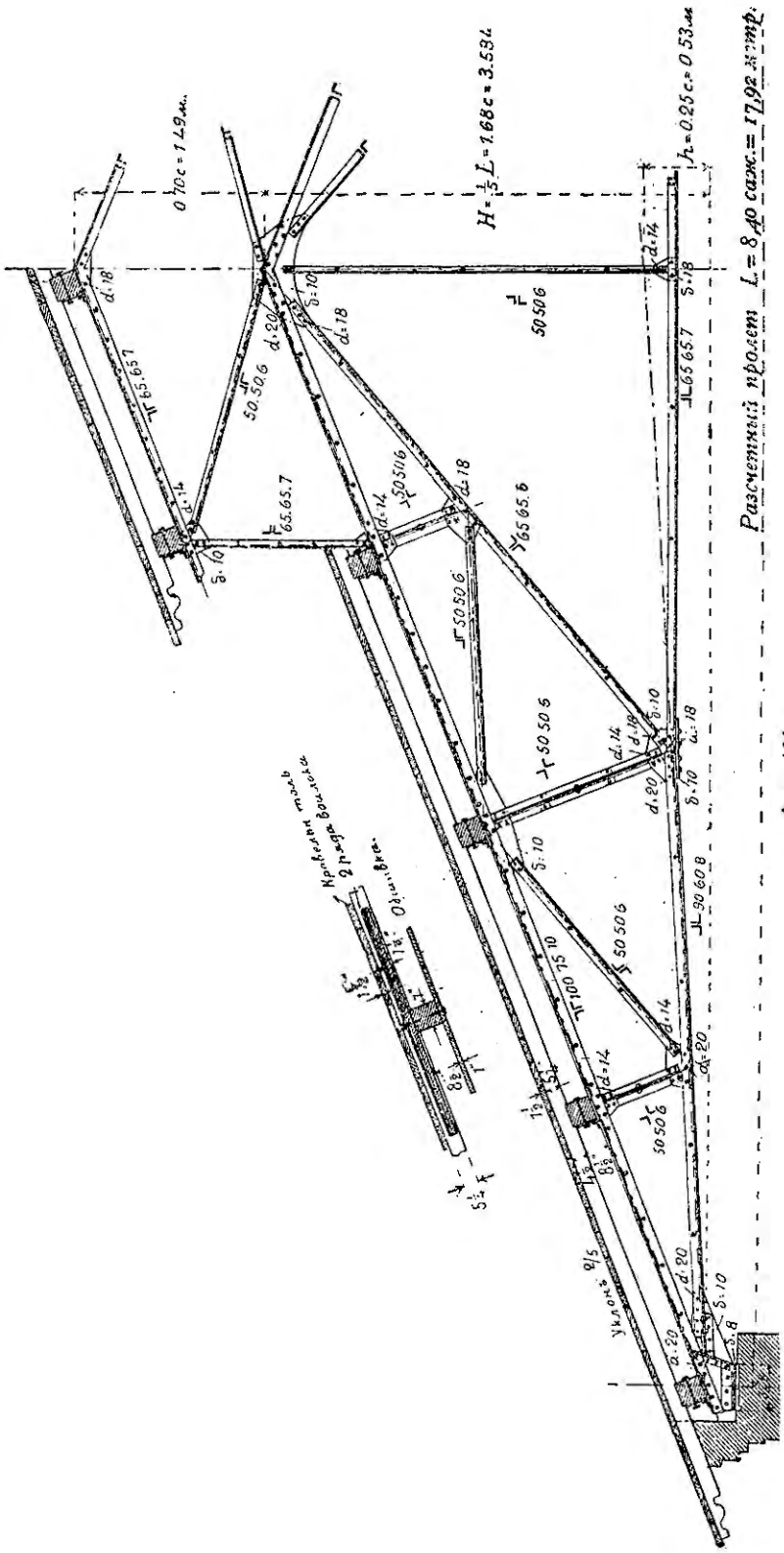
Составными частями перекрытия являются: 1) кровля, 2) обрешетины (верхние и нижние), 3) стропильные фермы, 4) их опоры, 5) связи — ветровые и поперечные и 6) желоба.

Рассчитать перекрытие—значит определить размеры каждой составной части в зависимости от действия тех внешних сил, которым эта часть подвержена. Части и элементы их должны быть сконструированы из соответствующего материала, удовлетворять своему назначению и должны быть прочны при наименьшей затрате материала. Расчет перекрытия производят в постепенности и последовательности действия нагрузок и расположения частей, начиная с кровли, настила и переходя к расчету обрешетин, стропильной фермы и опор.

Кровля. Кровля устраивается из различных материалов, от которых главным образом зависит уклон ее к горизонту. Чем глаже и плотнее поверхность, чем лучше соединены между собою отдельные части кровли, тем меньше может быть уклон. Для каждого рода кровельного материала установлены уклоны, приведенные в таблице 1.

Кровля настилается на обрешетке, состоящей из брусков или досок, и передает действующую на нее нагрузку ферме посредством обрешетин.

Выбор того или иного рода кровли зависит от различных требований, находится в зависимости от прочности, долговечности, водонепроницаемости, безопасности в пожарном отношении, легкости, стоимости. Ни один кровельный материал не удовлетворяет вполне всем поставлен-


Разсчетный пролет L = 8 до саж. = 17,92 метр.
H = 1/5 L = 1.68 с = 3.584
h = 0.25 с = 0.53 м
0.70 с = 1.49 м.
Уклонъ 2/5
Кривелый тэль 2 ряда воилока
Одинаковка

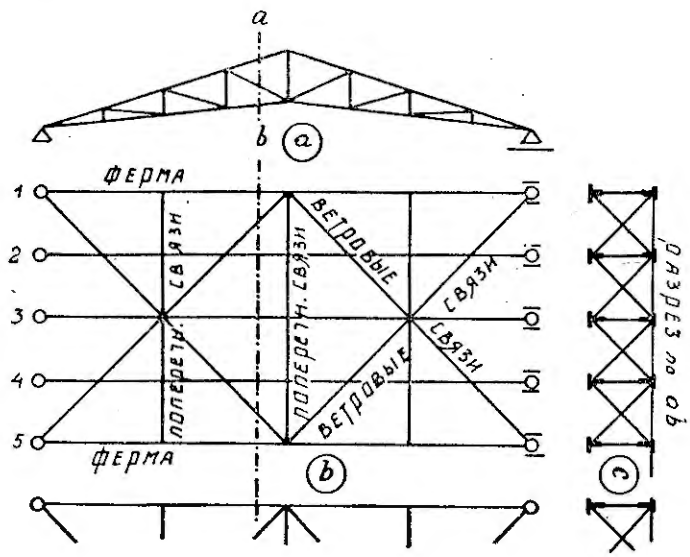
Фиг. 106.

ным рациональным требованиям — руководствуются наиболее существенными условиями и требованиями применительно к месту.

В некоторых случаях, как, например, фабриках и заводах, надо учесть влияние паров и газов.

Верхние обрешетины (фиг. 106). Они укладываются параллельно скату и служат для восприятия нагрузки, действующей на кровлю (см. ниже).

Нижние обрешетины, или прогоны (фиг. 106), располагаются по верхнему поясу над узлами фермы параллельно коньку крыши и передают в узлы внешние силы (см. ниже).



Фиг. 107.

Стропильные фермы. Они являются основной частью перекрытия, воспринимают внешнюю нагрузку и передают ее на фундамент через посредство стен или колонн.

Теоретически, как уже было выше указано, предполагается, что стержни соединены между собою шарнирно; такое предположение необходимо для определения тех внутренних усилий, которые возникают в стержнях при действии внешних сил.

В конструктивном отношении шарнирное соединение обходится дорого, так как требует обработки материала, и не всегда выполнимо, поэтому на практике соединения стержней производятся посредством заклепок; таким образом получаются жесткие сопряжения, влекущие дополнительные напряжения стержней, которые однако незначительны по своей величине и потому незначительно влияют на результат рассчета. Стержни

как поясов, так и решетки делаются обыкновенно из 2-х парных уголков (фиг. 106); применяют также сечение, состоящее из 2-х швеллеров. Все сходящиеся в узлах стержни приклепываются к одному между ними вставному соединительному листу (фиг. 106). Обычно $\frac{h}{l} \geq \frac{1}{7}$, где h — наибольшее расстояние между поясами, l — пролет фермы.

Длина стержней верхнего пояса берется 2—3 *м*.

Размещение стропильных ферм производится в соответствии с планом и устройством перекрываемого помещения. При прямоугольном плане здания фермы размещают по ширине здания.

При параллельном расположении ферм расстояние между ними делается от 2 до 6 *м*; при больших пролетах принимаются и бо́льшие расстояния между ними, так как при малых расстояниях увеличится число отдельных ферм и все сооружение окажется невыгодным в экономическом отношении.

В практическом отношении, во избежание изготовления различных ферм с различными сечениями их стержней и различными другими частями, стремятся делать расстояние между фермами одинаковым — при этом получаются одинаковые по конструкции фермы, изготовление и сборка которых обходятся значительно дешевле.

Опоры. Опоры служат для передачи действия внешних сил фундаменту стен или колонн. Опора воспринимает усилия стержней опорного узла и вызывает противодействие — реакцию со стороны стены, подферменного камня или колонны, на которых она бывает установлена. Опоры бывают различной конструкции и изготовляются по преимуществу из чугуна. Одна опора делается подвижной, другая — неподвижной (см. ниже).

Связи. Связи бывают двух родов: *поперечные* (фиг. 107), расположенные между фермами в вертикальных или наклонных плоскостях, и *ветровые*, устанавливаемые между фермами в плоскости кровли.

Поперечные связи обеспечивают положение узлов в вертикальной плоскости и вместе с ветровыми связями обуславливают устойчивость всего сооружения.

Нагрузки.

Нагрузки, которым подвергаются эти элементы, слагаются из нагрузок *постоянных* и *временных*. К постоянным относятся — собственный вес самого элемента и вес выше расположенных элементов и частей крыши. К временным относятся: давление *снега* и давление *ветра*.

Постоянная нагрузка. Величина ее определяется постепенно по мере рассчета частей.

Для расчета — при ее исчислении — принимается *вес 1 кв. метра*:

Железной кровли (из 12-фунтового железа)		7 *кг.*
Кровельного толя, в зависимости от толщины	от	3— $4^1/_2$ „
Руберонда двойной толщины		$2^1/_2$ „
Аспидной кровли		25 „
Черепичной кровли, в зависимости от вида черепицы (из плоской черепицы 80—90 *кг*, из голландской черепицы — 55 *кг*)		50—90 „
Войлока		1— 2 „
Гладкого стекла при толщине 4 *мм*		11 „
„ „ „ „ 5 „		14 „
„ „ „ „ 6 „		17 „

На проволочное стекло надо прибавить 5 *кг*

Вес *1 куб. метра* стекла	2600 *кг*
„ „ „ „ елового дерева	600 „
„ „ „ „ соснового дерева	700 „
„ „ „ „ пробковых плит	250—300 „
„ „ „ „ литого железа	7850 „
„ „ „ „ чугуна	7200 „

Собственный вес — p_1 — стропильных ферм при хорошей конструкции редко превосходит 25 *кг* на 1 *кв. м* горизонтальной проекции крыши.

При малых пролетах и легких конструкциях можно принять: $p_1 = 15 - 20$ *кг/м*², при больших пролетах и тяжелых конструкциях — 20 — 30 *кг/м*².

Кроме этих данных, лучше при предварительном рассчете пользоваться эмпирической формулой:

$$p_1 = (1{,}5 - 2)\, l,$$

где p_1 — вес на 1 *кв. м* горизонтальной проекции, l — пролет фермы в метрах.

Имеется и другая эмпирическая формула:

$$p_1 = l\,\frac{b+1}{b} + 0{,}125\, p_2, \text{ где}$$

l — пролет в метрах,

b — расстояние между фермами в метрах,

p_2 — собственный вес кровли, обрешетин и связей на 1 *кв. м* горизонтальной проекции крыши.

Принимают также по Тетмайеру собственный вес английской фермы и Полонсо (сложной):

$l = 10 - 20$ *м*, $l = 20 - 30$ *м*, $l = 30 - 40$ *м*,

$p_1 = 25$ *кг/м*²; $p_1 = 37$ *кг/м*² 50 *кг/м*².

ТАБЛИЦА 1.

Собственный вес кровли, обрешетин и связей — p_2

на квадр. метр горизонтальной проекции крыши при различных уклонах ее в *кг* [1]).

Уклон крыши $\alpha =$	45°	30°41′	26°34′	21°48′	18°26′	16°	14°2′	12°32′	11°18′
Система кровли: $\frac{h}{s}$:	1/1	1/1,5	1/2	1/2,5	1/3	1/3,5	1/4	1/4,5	1/5
	Килограммы.								
1. Одиночная черепичная	144	122	114	—	—	—	—	—	—
2. Двойная или шведская черепичная .	180	152	142	157	129	—	—	—	—
3. Обыкновенная аспидная	108	91	85	82	—	—	—	—	—
4. Аспидная на железных уголках . . .	64	54	50	48	—	—	—	—	—
5. Толевая	42	36	34	32	32	31	31	31	30
6. Древесноцементная	Так как уклон такой крыши обыкновенно = 1/10, то на 1 кв. метр горизонтальной проекции вес ее можно принимать равным 164 *кг*								
7. Из цинковых и железных листов на деревянном настиле	58	49	46	44	43	42	42	42	42
8. Из цинковых листов на настиле или на железных обрешетинах	68	58	54	52	51	50	49	49	49
9. Из листового железа на железных уголках	35	30	28	27	26	26	26	26	26
10. Из волнистого цинка на железных уголках	28	24	23	22	21	21	21	21	20
11. Из волнистого железа на железных уголках	21	18	17	16	16	16	15	15	15
12. Стеклянная на железных уголках или горбылях . .	57	48	45	43	—	—	—	—	—

[1]) К постоянным нагрузкам относятся также: вес потолков, люстр, нагрузки от трансмиссии и др. подъемных приспособлений, если они поддерживаются стропильными фермами.

Вес фермы G для каждой системы определяется более точно и немногим отличается от действительной величины по нижеследующей общей формуле, выведенной автором:

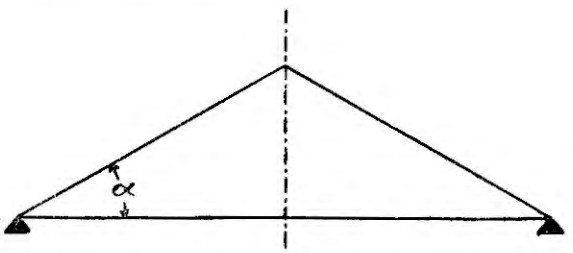
$$G = b\,l^2 \left(mp + n + k\frac{l}{b}\right),$$

где b — расстояние между фермами, m, n и k — определенные данные для каждого типа ферм G (см. О. Ривош. «Быстрый и точный расчет стропильных ферм». Издание 2-ое, Транспечать, 1927 г.).

$$p = p_1 + p_2,$$

Временная нагрузка. К временной нагрузке относятся давление снега и давление ветра (см. в приложении нормы УМГИ).

Давление снега принимают у нас в 100 *кг* на 1 *кв. метр* горизонтальной проекции крыши [1]).



Фиг. 108.

В виду разнообразия климата обширного пространства СССР и различного наибольшего количества снега, выпадающего в различных местностях, однообразная норма в 100 *кг/м²* не является рациональной; она может быть принята для севера Европейской России, для Сибири. Для южной России давление снега должно быть понижено до 75 *кг/м²*.

---

[1]) В Германии по нормам 1919 г. приняты: давление снега $S = 75 \cos\alpha$ (фиг. 108) на 1 кв. метр горизонтальной проекции перекрытия, при чем предусматривается еще случай действия снега на одной половине фермы, предполагая, что с другой снег сдут ветром.

В следующей таблице представлены значения S в зависимости от угла.

α	S	α	S	α	S	α	S	α	S
до 20°	75	25°	70	30°	65	35°	60	40°	55
„ 21°	74	26°	69	31°	64	36°	59	41°	54
„ 22°	73	27°	68	32°	63	37°	58	42°	53
„ 23°	72	28°	67	33°	62	38°	57	43°	52
„ 24°	71	29°	66	34°	61	39°	56	44°	51
при угле более			45°	$S = 0$	—	—	—	45°	50

Давление ветра. Давление ветра W на *кв. метр* поверхности, перпендикулярной к его направлению, при скорости v *м/сек.*, составляет:

1) по Вольтману . . . . $W = 0{,}116\, v^2 \frac{кг}{м^2}$

2) „ Морису Леви. . . $W = 0{,}114\, v^2 \frac{кг}{м^2}$

по новейшим данным . . $W = 0{,}1\, v^2 \frac{кг}{м^2}$

Если принять последнюю формулу, то

1) для сильной бури при $v = 30 \frac{м}{сек.}$ значение $W = 90 \frac{кг}{м^2}$

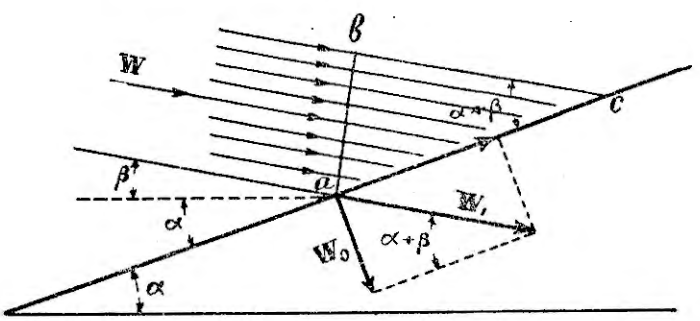
2) „ урагана „ $v = 36 \frac{м}{сек.}$ „ $W = 130 \frac{кг}{м^2}$

3) „ большого урагана „ $v = 46 \frac{м}{сек.}$ „ $W = 210 \frac{кг}{м^2}$

и наша старая существующая норма $W = 180$ *кг/м*^{2} [1]) соответствует скорости $v = 42{,}4$ *м/сек.*

Угол β (фиг. 109), образуемый направлением ветра с горизонтом, принимают в 10°; по нормам УМГИ угол $\beta = 3°$.

Пусть W — давление ветра на 1 *кв. м* плоскости *ab* (фиг. 109), перпендикулярной к направлению ветра.



Фиг. 109.

Ветер, распределяясь на соответствующую бо́льшую часть кровли *ac*, производит на 1 *кв. м* этой наклонной плоскости меньшее давление.

Давление ветра W_1 на 1 *кв. м* плоскости *ac* кровли выражается величиной:

$$W_1 = W \sin(\alpha + \beta).$$

Разложим это давление на нормальное и касательное к кровле. Касательное давление ветра будет скользить по поверхности кровли и не

[1]) В Германии давление ветра W для крыш зданий высотой до 25 метров, принимается $= 125 \frac{кг}{м^2}$; при высоте здания, превышающей 25 *м*, $W = 150 \frac{кг}{м^2}$.

окажет давления. Нормальное давление ветра W_0, принимаемое при рассчете, равняется $W_1 \sin(\alpha+\beta)$ или

$$W \sin^2(\alpha+\beta).$$

$$W_0 = W \sin^2(\alpha+\beta).$$

Согласно новейшим данным, принимают W_0 прямо пропорциональным *первой степени* $\sin(\alpha+\beta)$, а не его квадрату, т. е.

$$W_0 = W \sin(\alpha+\beta) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

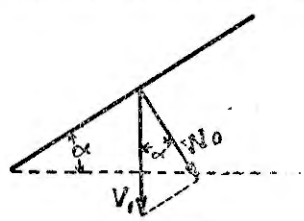
где

$$W = 180 \frac{кг}{м^2},$$

или

$$W = 120\frac{кг}{м^2} - 150\frac{кг}{м^2}$$

в зависимости от высоты здания и расположения его по отношению к другим строениям, зыщищающим его от давления ветра.



Фиг. 110.

Вертикальная составляющая этого давления

$$V_1 = \frac{W_0}{\cos\alpha}$$

(фиг. 110) в *кг* на 1 *кв. м* площади крыши. *Кв. м* площади крыши равен квадратному метру горизонтальной проекции, деленному на $\cos\alpha$, поэтому *вертикальная* составляющая V на 1 кв. *м горизонтальной* проекции крыши равна

$$\frac{V_0}{\cos^2\alpha}; \quad V = \frac{V_0}{\cos^2\alpha}.$$

В приведенной ниже таблице 2 даны значения W_0 и V для различных уклонов крыши.

Кровли открытых зданий рассчитываются, кроме вышеуказанного давления ветра W_0, еще на давление ветра снизу вверх $= 0{,}75\ W_0$.

Нагрузка от веса человека. При рассчете досок опалубки и обрешетин принимается сосредоточенный груз в 100 *кг*, представляющий собой вес человека с инструментом; в этой нагрузке учтено динамическое действие при ходьбе и работе; вместо 100 *кг* принимают также 80 *кг*.

Присутствие человека на крыше при указанных выше давлениях ветра исключается ($W = 180$ *кг/м²* соответствует урагану, $W = 120$ *кг/м²* соответствует очень сильной буре).

ТАБЛИЦА 2.

Угол наклона крыши α.	45°	33°41′	25°40′	21°50′	18°25′	16°	14°	12°30′	11°20′
Уклон крыши $\frac{h}{s}=$	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{1,5}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2,5}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3,5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4,5}$	$\frac{1}{5}$
Нормальное давление									
$W_0 = 120 \sin(\alpha+10°) =$	98	83	72	63	57	53	49	46	41
$W_0 = 180 \sin(\alpha+10°) =$	147	125	108	95	86	80	74	69	66
Вертикальные составляющие давления ветра на 1 кв. метр гориз. проекции									
$V = \frac{120 \sin(\alpha+10°)}{\cos^2 \alpha} =$	196	120	90	73	64	57	52	48	46
$V = \frac{180 \sin(\alpha+10°)}{\cos^2 \alpha} =$	294	180	135	110	96	86	78	72	69

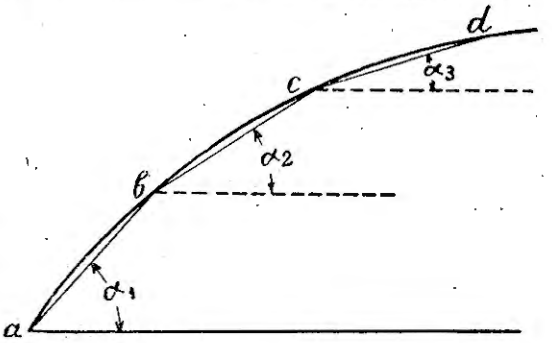
При временном угле α, когда поверхность крыши имеет образующей некоторую кривую, определение W_0 проще достигается графическим путем:

$$W_0 = W \sin(\alpha^0 + 10^0),$$

где

$W = 120$ *кг* или 180 *кг*.

Пусть узлы a, b, c, d (фиг. 111) расположены на кризолинейном поясе фермы, хорды вписанного многоугольника, как ab, bc, cd — панели пояса.



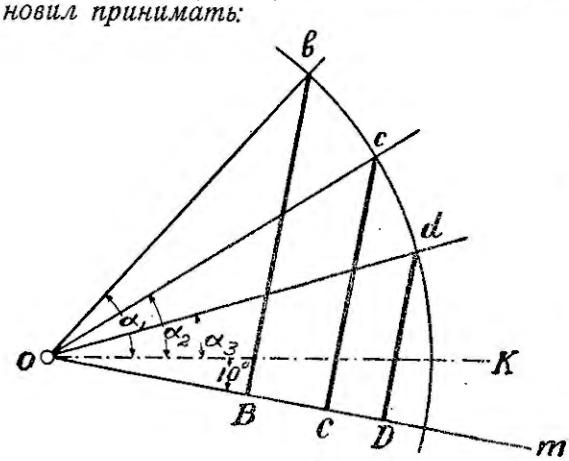
Фиг. 111.

Для определения W_0, нормального давления, к каждой панели проводим линию mO (фиг. 112) под углом β, принятым равным 10°, к горизонтали OK. Через точку O проводим линии Ob, Oc, Od, соответственно параллельные панелям ab, bc, cd. Отложив отрезок Ob, представляющий величину W в соответствующем масштабе, описываем из точки O радиусом Ob дугу, которая пересекает проведенные линии в точках b, c, d. Из этих точек, как указано на фиг. 112, опускаем перпендикуляры на линию Om. Длины этих перпендикуляров выражают значения W_0 для отдельных панелей под углами α_1, α_2, α_3 к горизонту.

Из построения следует:

$$bB = Ob \sin(\alpha_1^\circ + 10^\circ) = W_0 \sin(\alpha_1^\circ + 10^\circ);\ cC = Ob \sin(\alpha_2^\circ + 10^\circ) = W_0 \sin(\alpha_2^\circ + 10^\circ);\ dD = W_0 \sin(\alpha_3^\circ + 10^\circ).$$

Для России съезд инженеров службы пути в 1896 году постановил принимать:



Фиг. 112.

1) либо полное давление снега в 10 *кг* на 1 *кв. м* горизонтальной проекции крыши,

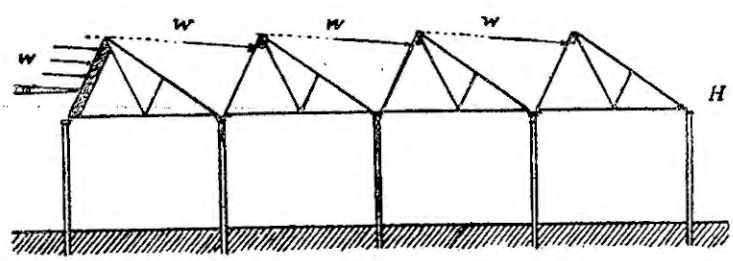
2) либо давление ветра, перпендикулярное к скату крыши,

$$W_0 = 180 \operatorname{Sin}^2(\alpha^\circ + 10^\circ)$$

3) либо, при совместном действии ветра и снега, давление ветра $= \frac{2}{3}$ максимального и давление снега $= \frac{3}{4}$ максимального.

Выбор величины переменных нагрузок зависит вообще от климатических условий местности, где возводится сооружение; главным образом от наибольшего количества выпадающего снега и от интенсивности действия господствующих ветров.

Положение крыши постройки имеет также немаловажное значение; в местности открытой, как, например, на берегу моря, на вершине горы, крыша будет подвергаться наиболее сильному давлению ветра, тогда как в городах, среди других построек, действие того же ветра оказывается не столь интенсивным.



Фиг. 113.

Для стропил временных сооружений могут быть приняты меньшие величины переменных нагрузок, чем для стропил постоянных сооружений.

В случае расположения нескольких покрытий параллельно одно другому, как, например, для ферм пильчатой формы, давление ветра для них представится, как указано на фиг. 113.

Системы стропильных ферм.

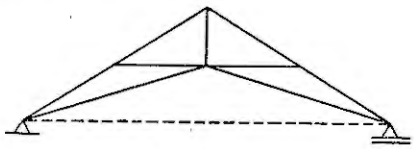
Наиболее часто применяются следующие системы для железных ферм:

1. *Простая треугольная* (фиг. 114), применяется для малых пролетов 4—6 *м*.

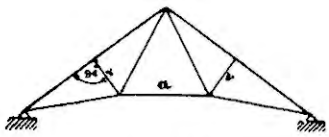
Фиг. 114.

Фиг. 115.

2. *Немецкая* (фиг. 115, 116) применяется для малых пролетов 6—10 *м*.

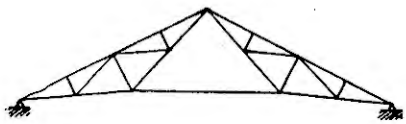


Фиг. 116.

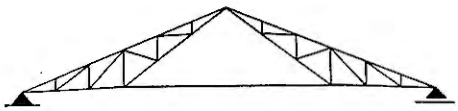


Фиг. 117.

3. *Простая Полонсо* (фиг. 117) представляет две друг на друга опирающиеся в коньке фермы, соединенные затяжкой *a*; стойки *v* перпендикулярны к верхнему поясу; применяется для пролетов до 10—12 *м*.

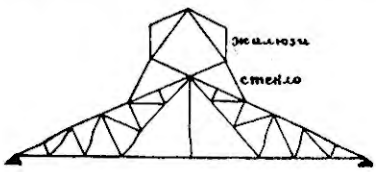


Фиг. 118.

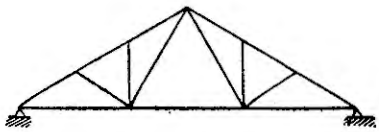


Фиг. 119.

4. *Сложная Полонсо* (фиг. 118) применяется от 17 до 24 *м* (преимущественно). На фиг. 119, 120, 121, 122, 124 показаны разновидности фермы Полонсо. На фиг. 119 представлена ферма Полонсо с вертикаль-



Фиг. 120.



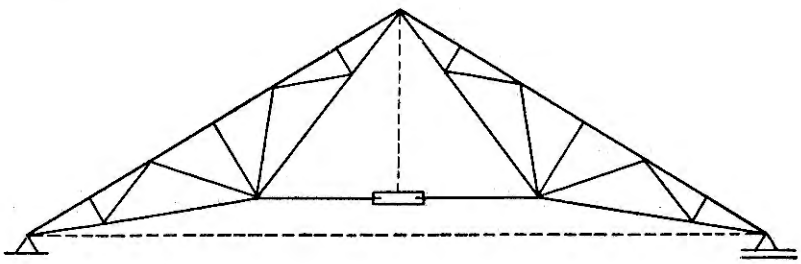
Фиг. 122.

ными стойками. Ферма, представленная на фиг. 123, пролетом $l = 24$ *м* поддерживает потолок концертного зала.

Фермы с ломаным верхним поясом (фиг. 126 и 127).

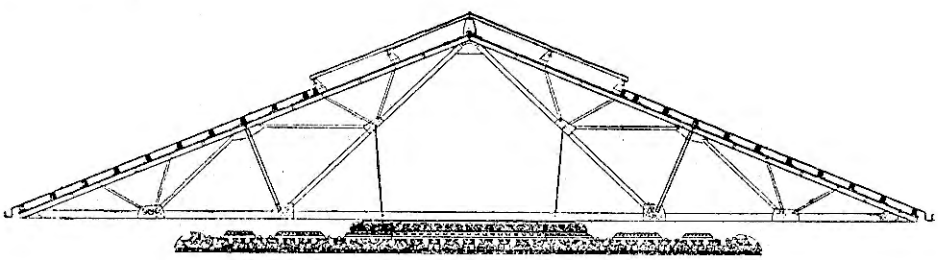
На фиг. 125 представлена простая ферма Полонсо, у которой панели верхнего пояса заменены решетчатыми балками (см. сложные фермы, стр. 151).

Фермы Полонсо сконструированы рационально в отношении экономии материала; стойки, подверженные сжатию, коротки, а растянутые раскосы — длиннее.



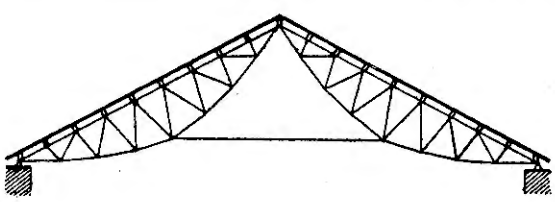
Фиг. 121.

5. *Английская с вертикальными стойками* (фиг. 128*a*) *и американская* (фиг. 128*b*).



Фиг, 123.

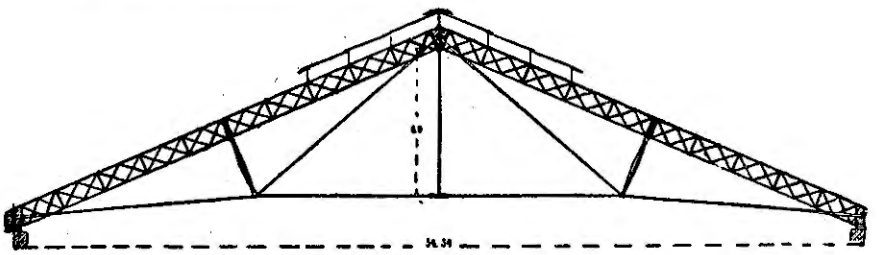
В американской системе диагонали (раскосы) восходят к середине фермы; стойки — сжаты, раскосы — растянуты; в английской системе расположение раскосов обратное: стойки — растянуты, а раскосы — сжаты.



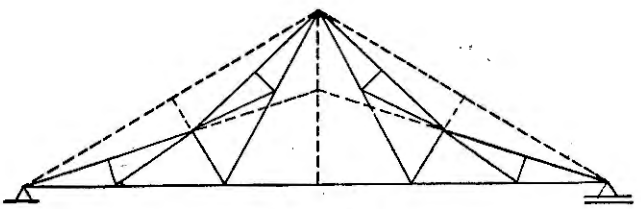
Фиг. 124.

В усилиях поясов обеих систем получается небольшая разница, вследствие чего сечения одинаковы, тогда как сжатые стойки американской системы, имеющие меньшую длину сжатых раскосов английской системы, получают меньшее сечение, чем раскосы, поэтому американская система выгоднее английской.

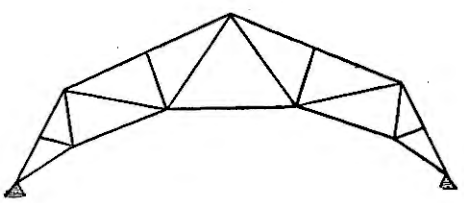
Применяются для различных пролетов в зависимости от числа панелей; при 6 панелях верхнего пояса целесообразны для пролетов от 15—16 *м*; при 8 панелях — 18—22 *м*.



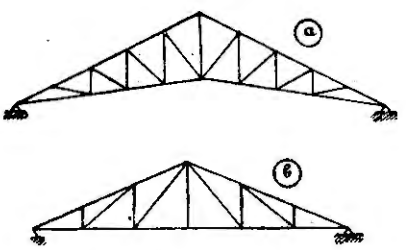
Фиг. 125.



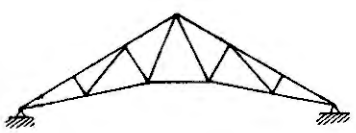
Фиг. 126.



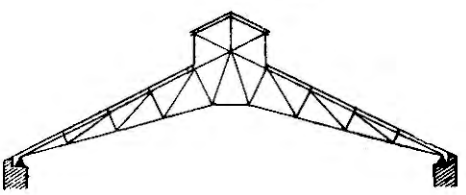
Фиг. 127.



Фиг. 128.



Фиг. 129.

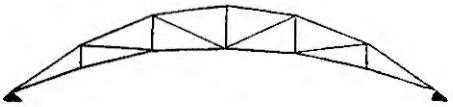


Фиг. 130.

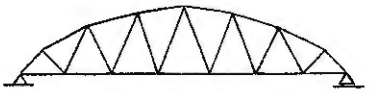
6. *Бельгийская*, или английская со стойками, *нормальными* к скату (фиг. 129, 130), целесообразнее предыдущей системы в отношении экономии материала.

7. *Серповидная*. В этой системе или оба пояса — верхний и нижний — составляют стороны многоугольника, вписанного в кривые (фиг. 131), или один верхний пояс состоит из таких сторон (фиг. 132). Решетки делаются со стойками (фиг. 131) или без стоек (фиг. 132).

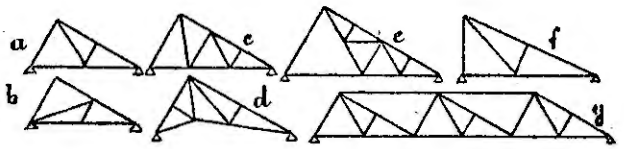
Серповидные фермы часто применяются для перекрытия заводских зданий, путевых дворов.



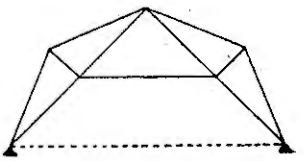
Фиг. 131.



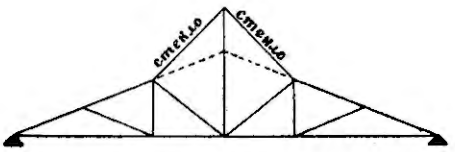
Фиг. 132.



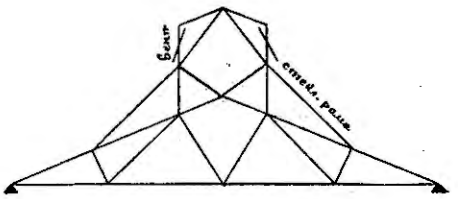
Фиг. 133.



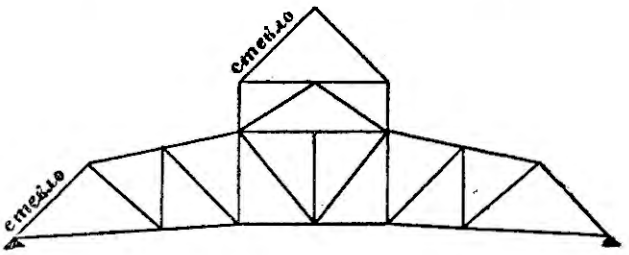
Фиг. 135.



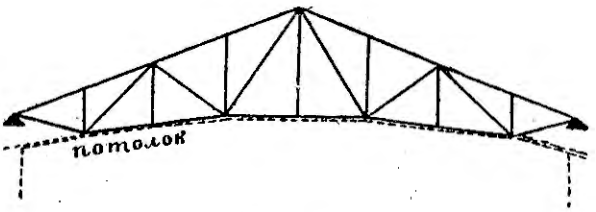
Фиг. 134.



Фиг. 136.



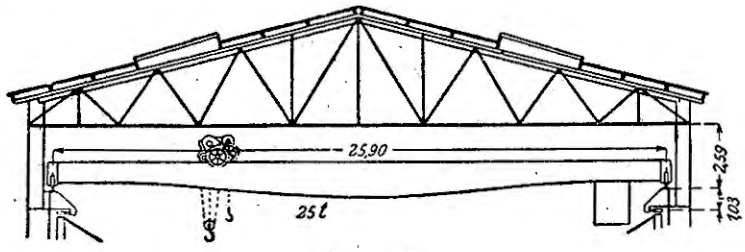
Фиг. 137.



Фиг. 138.

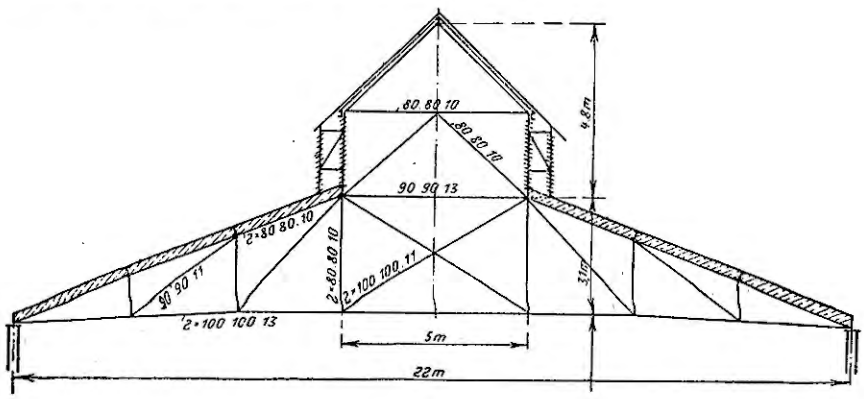
8. *Параболическая* — разновидность серповидной системы (фиг. 131): верхний и нижний пояса состоят из сторон многоугольника, вписанного в параболу, или один верхний пояс состоит из таких сторон. Система

обладает тем свойством, что при равномерной нагрузке всего пролета горизонтальные составляющие усилий верхнего и нижнего пояса одинаковы, а усилия во всех раскосах равны нулю.



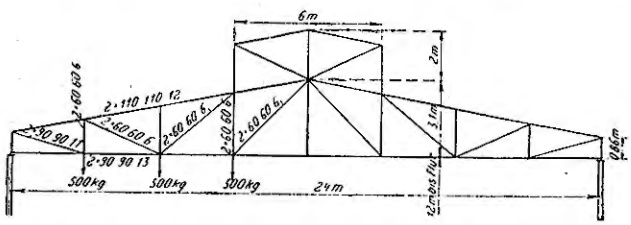
Фиг. 139.

Для красоты заменяют параболы дугами окружностей, при чем увеличение веса фермы бывает незначительным.



Фиг. 140.

9. *Зубчатая* или шедовая (фиг. 133) состоит из 2-х скатов с различными уклонами; более крутой скат имеет обычно уклон 60—70° и

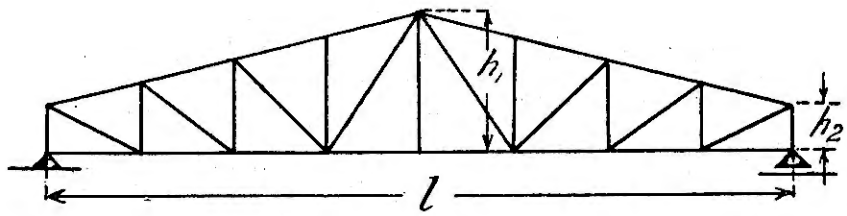


Фиг. 141.

снабжается стеклянной кровлей; его ставят также вертикально. Фермы этой системы, устанавливаемые параллельно друг другу в большом числе, служат для покрытия больших заводских зданий.

Фермы располагаются на колоннах или, чтобы меньше стеснить рабочее пространство, на балках, укладываемых на колоннах.

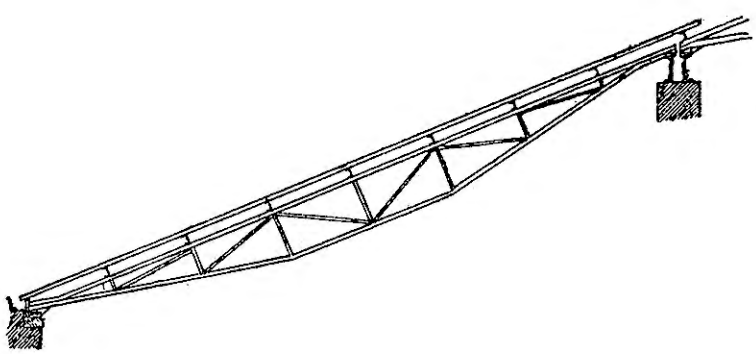
Пролет делают от 5 до 10 метров.



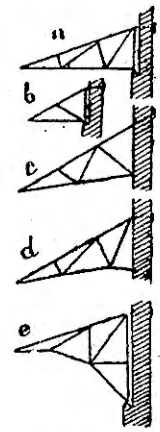
Фиг. 142.

10. *Разные типы* и вышеуказанные с фонарями для вентиляции и верхнего освещения (фиг. 42, 120—142).

Фермы со скатами в одну сторону; некоторые системы представлены на фиг. 143, 144, 69.

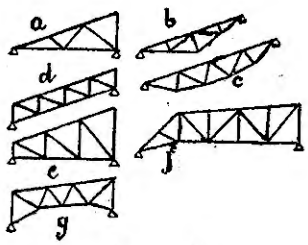


Фиг. 143.



Фиг. 145.

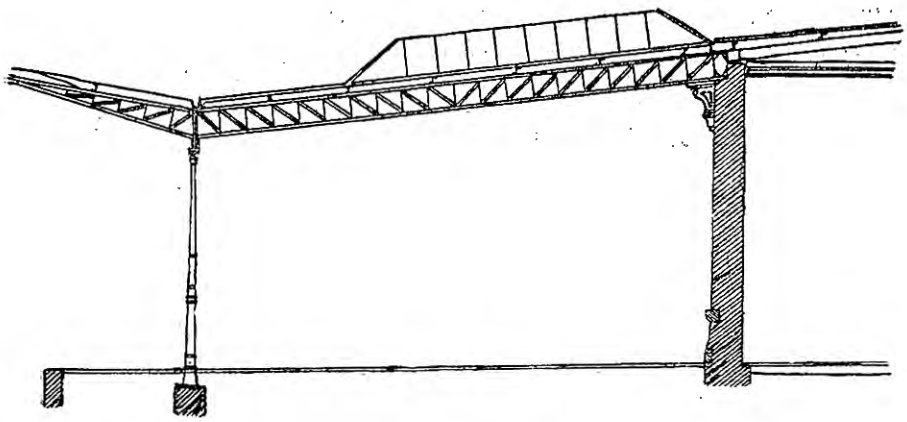
Консольные фермы (фиг. 145, 146, 147, 148) имеют один или два свешивающихся конца.



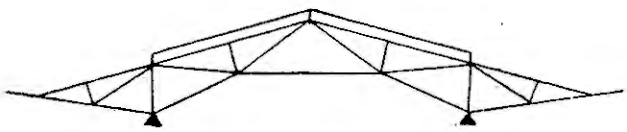
Фиг. 144.

Пролет балочных ферм редко превосходит 35—40 метров, так как давление от ветра, приходящееся на неподвижную опору, может опрокинуть стену или колонну, на которых помещается эта опора, и в видах устойчивости и прочности должны быть приняты во внимание меры усиления этих частей, что является неэкономичным.

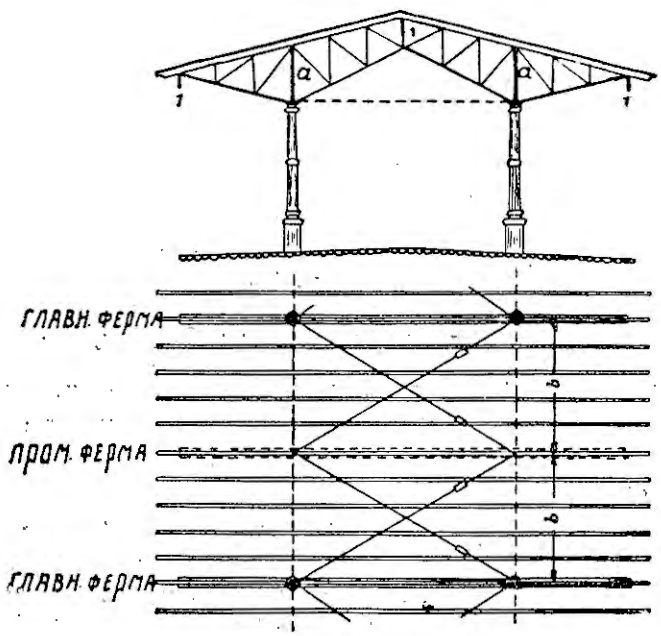
Поэтому, если возможно и целесообразно, устраивают в перекрываемом помещении для уменьшения пролета внутренние опоры в виде стен или колонн. На фиг. 149, 150, 75 представлены такие устройства; на фиг. 72.



Фиг. 146.

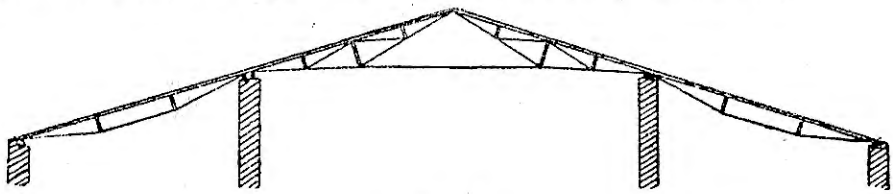


Фиг. 147.



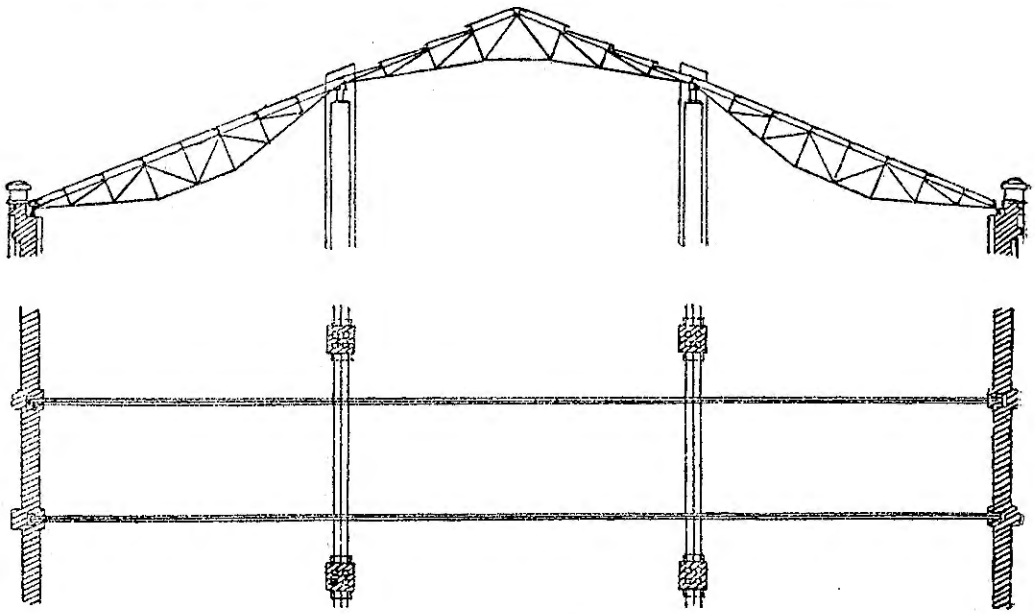
Фиг. 148.

представлена уравновешенная стропильная ферма, состоящая из 2-х консольных ферм, соединенных между собою в середине трехшарнирным фонарем. Подвижная опора находится на колонне (качающейся).



Фиг. 149.

На фиг. 73 представлено перекрытие фабричного здания, состоящее из средней фермы Полонсо и 2-х боковых ферм зубчатой формы.



Фиг. 150.

Передача нагрузок на ферму.

Нагрузка передается фермам, как было выше рассмотрено, или непосредственно, когда обрешетины, воспринимающие эти нагрузки, располагаются на панелях верхнего пояса (прямая нагрузка), или посредством прогонов нагрузка передается только в *узлах* (узловая нагрузка). В первом случае стержни верхнего пояса, кроме основных усилий — сжатия или растяжения, возникающих в них, как элементах фермы, подвержены еще изгибу, во втором случае — только основным усилиям.

Устанавливаемые в практике стропильные фермы бывают бо́льшей частью симметричны по отношению к их середине и имеют равные панели

в верхнем поясе (горизонтальное расстояние между узлами верхнего пояса одинаковое).

Для простоты и удобства вертикальные нагрузки, как указано выше в отделе «Нагрузки», даются в определенных величинах на 1 *кв. м* горизонтальной проекции крыши.

Расположение ферм параллельное (фиг. 151).

I. Пусть нагрузка от веса самой фермы, веса кровли с обрешетинами и связями $= p$ *кг/м*^{2},

l — пролет фермы в метрах,

b — расстояние между фермами в метрах.

Нагрузка на всю ферму

$$Q = pF,$$

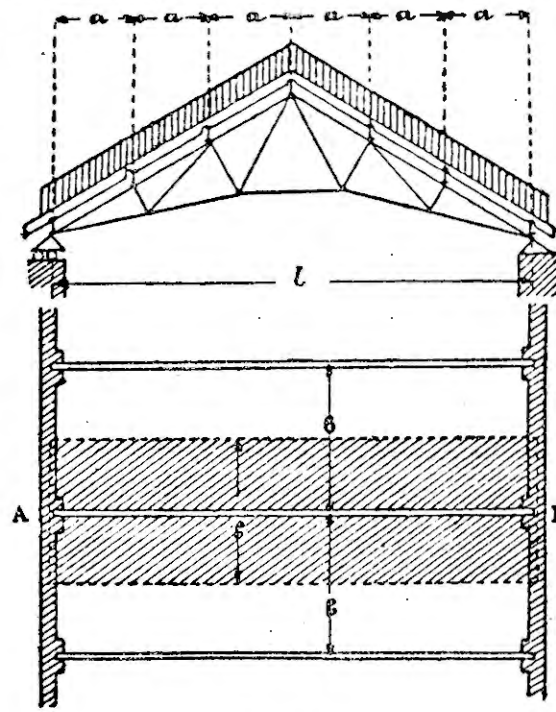
где $F = b \cdot l$ — (заштрихованная) площадь перекрытия фермы.

Если горизонтальное расстояние между узлами $= a$, то узловая нагрузка (в узлах, кроме крайних):

$$P = p \cdot b \cdot a = p \cdot b \frac{l}{n} = \frac{Q}{n}$$

В крайних узлах:

$$P_1 = p \cdot b \cdot \frac{a}{2} = \frac{1}{2} P.$$



Фиг. 151.

Обозначив $b \cdot a$ — величину узловой площади — через f, — получаем величину узловой нагрузки, умножая f на величину нагрузки p, приходящейся на 1 кв. единицу площади:

$$P = p \cdot f$$

II. Давление от снега (полного — 1-й случай действия временной нагрузки).

Нагрузка в узлах, кроме крайних:

$$S = 100 \cdot b \cdot a$$

В крайних:

$$S_1 = \frac{1}{2} S.$$

III. Давление ветра — max. (2-й случай действия временной нагрузки).

Нагрузка в узлах, кроме крайних:

$$W = W_0 \cdot b \cdot \frac{a}{\cos \alpha},$$

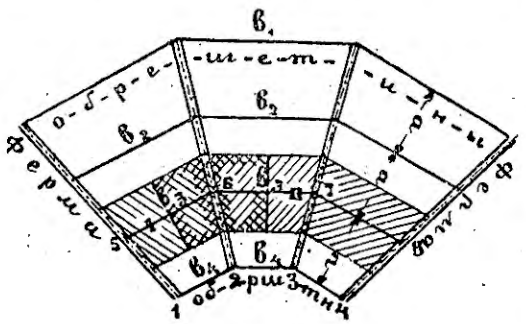
где α — угол уклона, W_0 — нормальное к скату давление ветра в *кг* на 1 *кв. м* поверхности крыши.

(В главе о нагрузках даны значения W_0 для различных уклонов).

В крайних узлах: $$W_0 = \frac{1}{2} W.$$

Если фермы расположены не параллельно, то необходимо для определения узловых нагрузок знать величину соответствующих площадей нагрузок.

Для нагрузок от давления ветра надо определить действительную величину площади крыши, приходящейся на рассматриваемый узел, а для вертикальных нагрузок — горизонтальную проекцию этой площади.



Фиг. 152.

На фиг. 152 представлены фермы, расположенные веерообразно, расстояние между обрешетинами одинаковое и равно a, расстояние между узлами ферм — длина обрешетин — изменяется и равно b_1, b_2, b_3 и b_4.

При симметричном расположении обрешетин проекция площади нагрузки, приходящаяся на каждый узел, слагается из площадей 2-х смежных трапеций (фиг. 152), ограниченных линиями, проведенными по середине между фермами и соседними обрешетинами.

На 6 и 7, например, приходится $\frac{1}{2}$ заштрихованной площади трапеции I и $\frac{1}{2}$ площади II.

Вертикальная нагрузка на эти узлы $P_3 = p \cdot a \cdot b_3$.

Если сосредоточенные силы лежат между узлами, то, рассматривая стержень, как простую балку, определяем давления в узлах.

Определение максимальных (рассчетных) усилий.

Рассчет сводится к 2-м операциям:

1) нахождению *максимальных усилий* стержней и 2) определению их *прочных размеров* в зависимости от найденных максимальных усилий.

По вышеуказанному находят величину *узловых* нагрузок.

Определив узловые нагрузки, находят величины реакций и приступают к построению диаграмм Кремоны.

Ветер может действовать одновременно или на одну половину фермы — со стороны неподвижной опоры, или на другую половину — со стороны подвижной опоры. Давление ветра представляет одностороннюю нагрузку и вызывает различные реакции при действии его на разные половины фермы, потому для определения усилий от ветра надо построить 2 диаграммы.

Вычертив диаграммы, составляют *таблицу усилий*, внося отдельно — в отдельную графу — усилия, вызываемые весом фермы, давлением (полным) снега и максимальным давлением ветра отдельно, когда он производит давление на правую и на левую часть фермы. Усилия выписываются в таблицу с соответствующими знаками; принято обозначать знаком + растягивающее усилие и знаком — сжимающее усилие. Вписав таким образом полученные усилия из диаграмм, вычисляют по усилиям от снега и ветра те усилия стержней, которые могут получиться в 3-м случае действия временных нагрузок, т. е. когда при одновременном действии снега и ветра нагрузка от снега составляет $\frac{3}{4}$ его полного давления, а нагрузка от ветра $\frac{2}{3}$ его max. нагрузки.

Часть такой примерной таблицы приведена ниже (см. табл. 3).

Из всех вписанных усилий составляются, на основании невыгоднейших комбинаций давления снега и ветра *наибольшие рассчетные усилия*, которые вписываются в отдельную графу.

ТАБЛИЦА 3

Усилия стержней в кг.

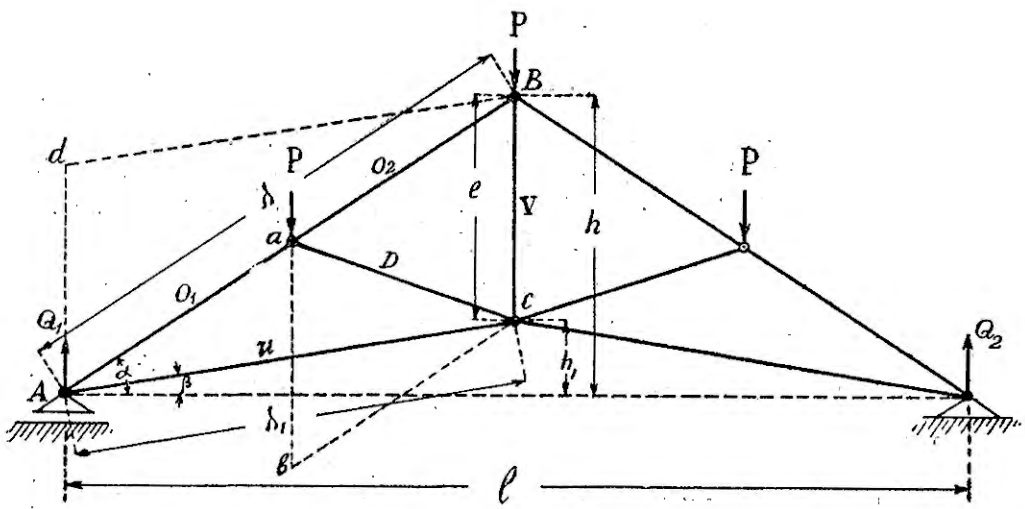
Стержни.	От веса.	От полного давления снега.	От максимального давления ветра со стороны		При одновременном действии снега и ветра.		Рассчетные (max) усилия.
			подвижной опоры.	неподвижной опоры.	$\frac{3}{4}$ снега.	$\frac{2}{3}$ ветра.	
O_1 . . .	— 10.020	— 8.290	— 5.260	+ 3.837	— 6.215	+ 2.556 — 3.500	— 19.735
O_2 . . .	— 20.430	— 16.900	— 10.610	+ 7.090	— 12.670	+ 4.720 — 7.200	— 40.300
O_3 . . .	— 25.550	— 21.130	— 11.710	+ 7.800	— 15.860	+ 5.190 — 7.800	— 49.210
U_3 . . .	+ 20.150	+ 16.700	+ 15.720	— 14.480	+ 12.530	+ 10.470 — 9.650	+ 43.150

IV. Системы ферм и их рассчет.

Немецкая ферма.

1) Определение усилий аналитически (фиг. 153).

Из треугольника сил ABd получаем усилие O_1 и U (проводим через точку B линию, параллельную Ac (U) до пересечения с направлением



Фиг. 153.

реакции Q_1 в точке d); разлагаем реакцию Q_1; приняв $Ad = Q_1$, имеем ее составляющие: $AB = O_1$ (сжимает стержень Aa) и $Bd = U$ (растягивает стержень Ac). $\triangle ABd$ подобен $\triangle ABc$. Из подобия их имеем:

1) $O_1 : Q_1 = \lambda : e$; $O_1 = Q_1 \frac{\lambda}{e}$; $\left(Q_1 = \frac{3P}{2}\right)$

$$O_1 = -\frac{3P}{2} \frac{\cos\beta}{\sin(\alpha - \beta)}$$

2) $U : Q_1 = \lambda_1 : e$; $U = Q_1 \frac{\lambda_1}{e}$;

$$U = \frac{3P}{2} \frac{\cos\alpha}{\sin(\alpha - \beta)}$$

$$O_1 = -\frac{3P\lambda}{2e}; \quad U = \frac{3P\lambda_1}{2e}.$$

Из треугольника сил abc получаем напряжение D и разность напряжений $O_1 - O_2$; $\triangle abc$ подобен $\triangle aBc$; из подобия их следует:

1) $P : D = e : d$; где d — длина диагонали ac.

$$D = -P\frac{d}{e}$$

2) $$O_1 - O_2 : P = \frac{\lambda}{2} : e; \; O_1 - O_2 = -\frac{P\lambda}{2e}$$

$$O_2 = -\frac{3P\lambda}{2e} + \frac{P\lambda}{2e};$$

$$O_2 = -\frac{P\lambda}{e}.$$

Из условия равновесия узла $B : (\Sigma Y = 0)$ получаем напряжение вертикали V:

$$-2O_2 \sin\alpha + P + V = 0$$

$$V = 2\frac{P\lambda}{e}\sin\alpha - P; \; \lambda\sin\alpha = h$$

$$V = 2P\frac{h}{e} - P = P\left(\frac{2h}{e} - 1\right) = P\frac{h + h - e}{e} = P\frac{h + h_1}{e}$$

$$V = P\frac{h + h_1}{e}.$$

Если нижний пояс горизонтален, т. е. угол $\beta = 0$, то напряжения представятся следующими величинами:

$$O_1 = -\frac{3P\lambda}{2h}; \quad O_2 = -\frac{P\lambda}{h};$$

$$U = \frac{3}{4}P\frac{l}{h}; \quad D = -\frac{P\lambda}{2h};$$

$$V = P.$$

2) Определение усилий графически (фиг. 154).

Ниже даны диаграммы усилий стержней:

1) от вертикальной нагрузки,

2) » давления ветра со стороны неподвижной опоры,

3) » » » » » подвижной опоры,

4) » горизонтальных составляющих H реакции Q_1 при действии ветра со стороны неподвижной опоры.

Для получения рассчетных усилий стержней нужно иметь:

1) усилия от постоянной нагрузки — веса конструкции,

2) » » полного давления снега,

3) » » » » ветра со стороны неподвижной опоры

4) » » » » » » » подвижной »

Для получения этих усилий в данном случае, когда ферма симметрична, надо построить 3 диаграммы:

1) Для вертикальной нагрузки — № 1; приняв узловую нагрузку $P = 1m$ и построив диаграмму, можно получить из нее усилия от постоянной нагрузки и давления снега.

Усилия стержней прямо пропорциональны узловой нагрузке P; пусть усилие какого-либо стержня при $P=1$ тонне, полученное из диаграммы, равно m;

пусть узловая нагрузка от собственного веса $= P'$
(собственный вес фермы приложен в узлах верхнего пояса)

и узловая нагрузка от давления снега $= S$, тогда

усилие стержня от собственного веса $= m \cdot P'$

» » » давления снега $= m \cdot S$.

2) Для давления ветра со стороны неподвижной опоры — № 2.

и 3) для давления ветра со стороны подвижной опоры — № 3.

Вместо построения последней диаграммы для упрощения можно построить диаграмму от горизонтальных составляющих H реакции Q_1 неподвижной опоры, когда с ее стороны дует ветер — № 4.

Построив такую диаграмму, можно получить усилия стержней со стороны подвижной опоры (см. стр. 64) путем алгебраического сложения одноименных усилий из диаграмм № 2 и № 4.

Так, например, усилие стержня O'_1 равно алгебраической сумме усилий ему симметрического стержня O_1 из диаграмм № 2 и № 4.

Пусть для них масштаб сил : 30 *кг* — 1 *мм*.

Из диаграммы № 2 усилие $O_1 = -62.30$ (длина $O_1 = 62$ *мм*).

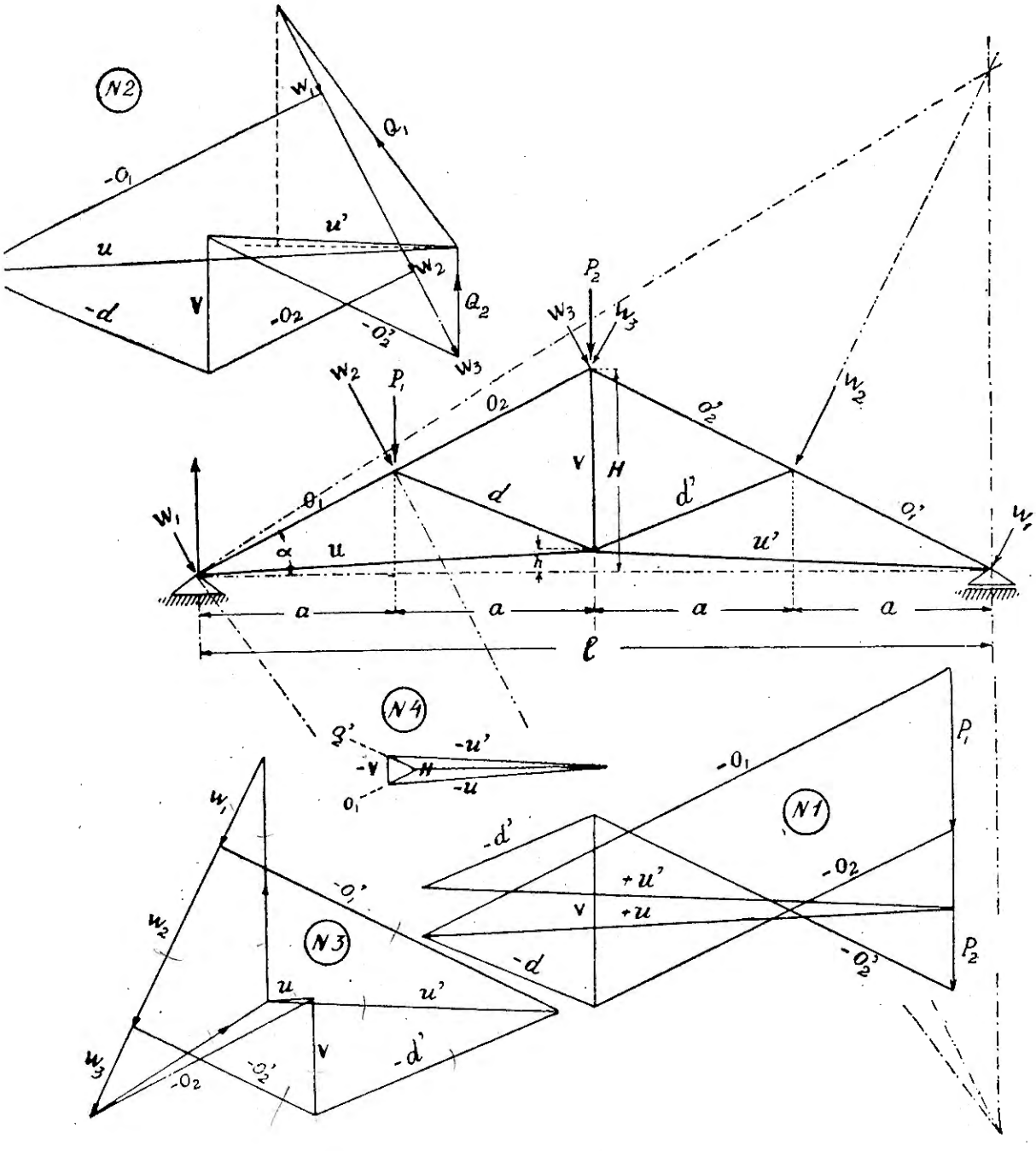
» » № 4 » $O_1 = +5.30$.

Усилие стержня $O' = (-62 + 5).\ 30 = -57.30 = -1710$ *кг*.

Усилие этого же стержня из диаграммы № 3 $= -57.30$.

Усилие стержня U' из диаграмм № 2 и № 4 $= (+77 - 32)\ 30 = +45.30 = +1\,350$ *кг*.

Усилие стержня U' из диаграммы № 3 $= +45.30$.



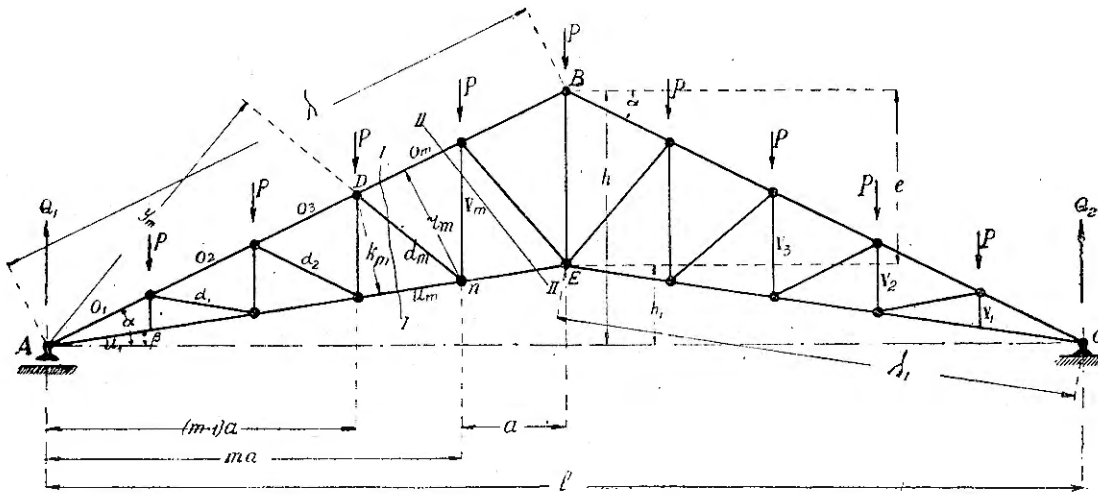
Фиг. 154.

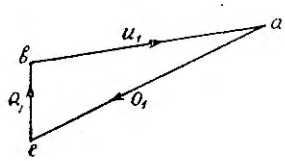
Английская ферма.

1) Аналитическое определение усилий.

На фиг. 155 изображена английская ферма, у которой вершины диагоналей наклонены к середине.

Пусть горизонтальное расстояние между узлами верхнего пояса одинаково и равно a, число панелей $= 2n$; тогда пролет $l = 2na$ и величина реакций $Q_1 = Q_2 = \frac{(2n-1)P}{2}$, где P — вертикальная узловая нагрузка.





Фиг. 155.

Определим усилия. Проводим сечение $I-I$ чрез m-ую панель и составляем уравнения статических моментов по способу Риттера:

$$O_m r_m + Q_1 ma - (m-1)\, P\frac{ma}{2} = 0 \text{ [1]}.$$

$$O_m r_m = -\frac{(2a-1)\, Pma}{2} + (m-1)\, P\frac{ma}{2} = -(2n-m)\,\frac{Pma}{2}$$

$$r_m = \overline{An}\sin(\alpha-\beta), \text{ но } \overline{An} = \frac{ma}{\cos\beta},$$

[1]) $P(ma-a) - P(ma-2a) - P(ma-3a) - \ldots - P[ma-(m-2)a] - P[ma - (m-1)\,a] = -Pma\,(m-1) + Pa\,[1+2+3+\ldots+(m-2)+(m-1)] =$

$$= -Pma\,(m-1) + Pa\frac{m(m-1)}{2} = -P\,\frac{ma}{2}\,(m-1)$$

потому:

$$r_m = ma\frac{\sin(\alpha-\beta)}{\cos\beta} = ma\cos\alpha(\mathrm{tg}\alpha - \mathrm{tg}\beta)$$

Усилие:

$$O_m = -\frac{(2n-m)P}{2\cos\alpha(\mathrm{tg}\,\alpha - \mathrm{tg}\beta)}$$

Представим это значение в зависимости от длин элементов фермы, что проще для вычисления:

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{2h}{l};\ \mathrm{tg}\beta = \frac{2h_1}{l};\ h - h_1 = e;\ \cos\alpha = \frac{l}{2\lambda}.$$

Вставив эти значения в выражение усилия O_m, получаем по приведении:

$$O_m = -\frac{P\lambda(2n-m)}{2e}.$$

Для усилия U_m нижнего пояса имеем уравнение моментов:

$$-U_m k_m + Q_1(m-1)a - P(m-2)\frac{(m-1)a}{2} = 0$$

$$U_m k_m = \frac{(2n-1)P(m-1)a}{2} - P(m-2)\frac{(m-1)a}{2} = (2n-m+1)\frac{P(m-1)a}{2}$$

$$k_m = \overline{AD}\sin(\alpha-\beta);\ \overline{AD} = \frac{(m-1)a}{\cos\alpha}$$

$$k_m = \frac{(m-1)a\sin(\alpha-\beta)}{\cos} = (m-1)a\cos\beta(\mathrm{tg}\alpha - \mathrm{tg}\beta)$$

$$U_m = \frac{(2n-m+1)P}{2\cos\beta(\mathrm{tg}\alpha - \mathrm{tg}\beta)}$$

$$\cos\beta = \frac{l}{2\lambda_1};\ \mathrm{tg}\alpha = \frac{2h}{l};\ \mathrm{tg}\beta = \frac{2h_1}{l}.$$

Вставив эти значения в выражение усилия U_m, получаем по приведении:

$$U_m = \frac{P\lambda_1(2n-m+1)}{2e}.$$

Последнее выражение не может служить для определения усилия U_1 — первой панели нижнего пояса; по характеру составления общей формулы в данном случае центром вращения был бы опорный узел A и статический момент был бы нулем.

Определяем U_1 из треугольника сил abe; $\triangle abe \backsim \triangle ABE$; из подобия их имеем:

$$Q_1 : e = U_1 : \lambda_1,$$

отсюда:

$$U_1 = Q_1 \frac{\lambda_1}{e} = \frac{(2n-1)P\lambda_1}{2e};$$

вставляя:

$$e = h - h_1;\ h = \frac{l}{2}\operatorname{tg}\alpha$$

$$\alpha_1 = \frac{l}{2\cos\beta};\ h_1 = \frac{l}{2}\operatorname{tg}\beta$$

получаем:

$$U_1 = \frac{(2n-1)P}{2\cos\beta\,(\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta)}.$$

Для определения напряжения m-ой диагонали D_m составляем уравнение моментов относительно опорного узла A — точки пересечения поясов:

$$D_m y_m + (m-1)P\frac{ma}{2} = 0,$$

отсюда:

$$D_m = \frac{(m-1)maP}{2y_m},$$

где y_m — перпендикуляр, опущенный из узла A на направление диагонали.

$y_m = \overline{An}\sin\gamma$, где γ — угол AnD.

$$\overline{An} = \frac{ma}{\cos\beta}$$

$$y_m = \frac{ma\sin\gamma}{\cos\beta}.$$

$$D_m = -\frac{P(m-1)}{2}\,\frac{\cos\beta}{\sin\gamma};\ D_m = -\frac{P}{4e}\sqrt{l^2 + 4(me-h)^2}\ ^{1)}.$$

---

[1]) $\operatorname{Sin}\gamma = \frac{k_m}{d_m}$;

$$k_m \text{ (см. выше)} = (m-1)\ a\ \cos\beta\,(\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta);$$

$$\operatorname{Cos}\beta = \frac{l}{2\lambda_1};\ \operatorname{tg}\alpha = \frac{2h}{l};\ \operatorname{tg}\beta = \frac{2h_1}{l}$$

Подставляя эти значения в выражение k_m, получаем:

$$k_m = \frac{(m-1)\,a\,.\,e}{\lambda}.$$

Выражаем длину d_m в зависимости от вертикали v_{m-1}. Опустив из точки n перпендикуляр на вертикаль v_{m-1}, имеем:

$$d_m = \sqrt{(v_{m-1} - a\operatorname{tg}\beta)^2 + a^2}$$

Вертикали. Для определения напряжения m-ой вертикали V_m проведено сечение $II-II$. Уравнение моментов относительно A:

$$-V_m ma + (m-1)P\frac{ma}{2} = 0.$$

$$V_m = \frac{(m-1)P}{2}.$$

При $m=1$, что имеет место для первой стойки, $V=0$, поэтому можно ее не ставить.

Общая формула для определения усилий вертикалей неприменима к средней (сечение $II-II$ перерезало бы в этом случае 4 стержня и узловая точка A не была бы центром вращения, как для всех прочих случаев).

Находим усилие средней вертикали V_n из условия равновесия узла B:

$$\Sigma Y = 0$$

$$V_n + P + 2O_n \sin = 0$$

$$O_n = -\frac{Pn}{2\cos\alpha(\operatorname{tg}-\operatorname{tg}\beta)};\quad V_n = \frac{Pn\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\alpha-\operatorname{tg}\beta} - P;$$

$$V_n = P\left(\frac{n\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\alpha-\operatorname{tg}\beta} - 1\right) = P\cdot n\frac{h}{l}.$$

ФИЗИКО-МЕХАНИЧ. ИНСТИТУТ
№
ТЕХНИЧЕСКАЯ БИБЛИОТЕКА

Рассмотрение формул, служащих для определения усилий стержней фермы, приводит к заключению:

1) В случае вертикальной нагрузки на всю ферму верхний пояс подвержен сжатию, нижний — растяжению, все диагонали — сжаты, вертикали — растянуты.

2) С увеличением угла β убывает $(\operatorname{tg}\alpha-\operatorname{tg}\beta)$; знаменатель $\cos\alpha(\operatorname{tg}\alpha-\operatorname{tg}\beta)$, входящий в состав выражения O_m, убывает; потому напря-

---

$$v_{m-1} : e = \frac{(m-1)a}{\cos\beta} : \frac{na}{\cos\beta} \text{ (из подобия треугольников)}$$

$$v_{m-1} = \frac{(m-1)e}{n};$$

$$d_m = \sqrt{\left(\frac{(m-1)e}{n} - a\frac{2h_1}{l}\right)^2 + a^2};\quad \left(an = \frac{l}{2};\ e = h - h_1\right);$$

$$d_m = \frac{\sqrt{l^2+4(me-h)^2}}{2n};\quad \sin\gamma = \frac{k_m}{d_m} = \frac{(m-1)a\cdot e\cdot 2n}{\lambda_1\sqrt{l^2+4(me-h)^2}} = \frac{(m-1)e\,l}{\lambda_1\sqrt{l^2+4(me-h}}$$

Усилие диагонали

$$D_m = -\frac{P(m-1)\cos\beta}{2\sin\lambda} = -\frac{P(m-1)}{2}\cdot\frac{l}{2\lambda_1}\gamma_1\frac{\sqrt{l^2+4(me-h)^2}}{(m-1)e\,l} =$$

$$= -\frac{P}{4e}\sqrt{l^2+4(me-h)^2}$$

жения стержней O_m верхнего пояса возрастают; также возрастают напряжения стержней нижнего пояса [знаменатель $\cos\alpha\,(\mathrm{tg}\alpha - \mathrm{tg}\,\beta)$ убывает].

При $\beta < 0$, когда нижний пояс располагается ниже горизонтали AC, выражения усилий поясов:

$$O_m = -\frac{P(2n-m)}{2\cos\alpha\,(\mathrm{tg}\alpha + \mathrm{tg}\,\beta)} \text{ и } U_m = \frac{P(2n-m+1)}{2\cos\beta\,(\mathrm{tg}\alpha - \mathrm{tg}\alpha)}.$$

Чем больше абсолютно угол β в этом случае, тем меньше будут усилия стержней поясов.

При $\beta = 0$, когда нижний пояс горизонтален, имеем следующие выражения усилий:

$$O_m = -\frac{P(2n-m)}{2\sin\alpha} \text{ и } U_m = \frac{P(2n-m+1)}{2\,\mathrm{tg}\,\alpha}.$$

3) Усилия в стержнях поясов возрастают с приближением их к опорному узлу.

Разность усилий в смежных стержнях верхнего пояса постоянна и равна:

$$-\frac{P}{2\cos\alpha\,(\mathrm{tg}\alpha - \mathrm{tg}\beta)}$$

$$\left[O_{m-1} = -\frac{P(2n-m+1)}{2\cos\alpha\,(\mathrm{tg}\alpha - \mathrm{tg}\,\beta)};\ O_m = -\frac{P(2n-m)}{2\cos\alpha\,(\mathrm{tg}\alpha - \mathrm{tg}\beta)}\right.$$

$$\left.\text{и } O_{m-1} - O_m = -\frac{P}{2\cos\alpha(\mathrm{tg}\alpha - \mathrm{tg}\beta)}\right].$$

Разность усилий в смежных стержнях нижнего пояса, исключая первый, прилегающий к опорному узлу, постоянна и равна:

$$\frac{P}{2\cos\beta\,(\mathrm{tg}\alpha - \mathrm{tg}\beta)}$$

$$\left[U_{m-1} = \frac{P(2n-m+2)}{2\cos\beta\,(\mathrm{tg}\alpha - \mathrm{tg}\,\beta)};\ U_m = \frac{P(2n-m+1)}{2\cos\beta\,(\mathrm{tg}\alpha - \mathrm{tg}\beta)}\right.$$

$$\left.\text{и } U_{m-1} - U_m = \frac{P}{2\cos\beta\,(\mathrm{tg}\alpha - \mathrm{tg}\beta)}\right].$$

Наивыгоднейшая вертикальная нагрузка.

Пусть на ферму действует какая-либо вертикальная нагрузка, моменты которой относительно точек n и D обозначим через M_m и M_{m-1}.

Тогда

$$O_m = -\frac{M_m}{r_m};\ U_m = \frac{M_{m-1}}{k_m}.$$

Напряжения O_m и U_m достигают наибольшей величины при max. M_m и max. M_{m-1}, т. е. при полной нагрузке на всю ферму.

Когда $\beta = 0$, *т. е. нижний пояс горизонтален,* усилия стержней выражаются следующими формулами, полученными из предыдущих:

Верхний пояс:

$$O_m = -\frac{P(2n-m)}{2\sin\alpha};\quad O_m = -\frac{P(2n-m)\lambda}{2h}.$$

Нижний пояс:

$$U_m = \frac{P(2n-m+1)}{2\operatorname{tg}\alpha};\quad U_m = \frac{P(2n-m+1)l}{4h}.$$

$$U_1 = U_2 = \frac{P(2n-1)}{2\operatorname{tg}\alpha};\quad U_1 = U_2 = \frac{P(2n-1)l}{4h}.$$

Раскосы (диагонали):

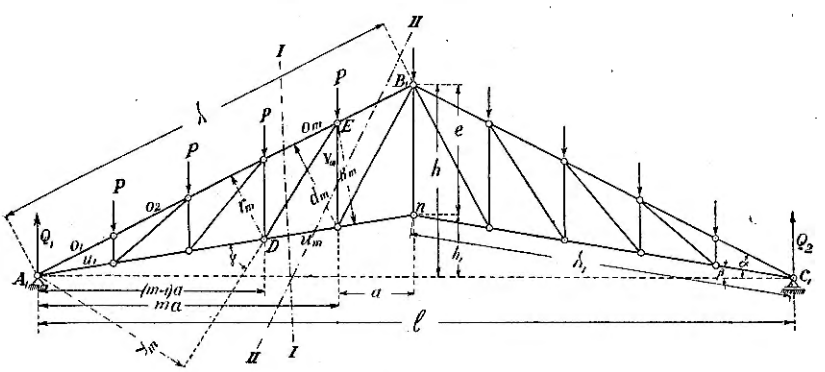
$$D_m = -\frac{P(m-1)}{2}\cdot\frac{1}{\sin\gamma}$$

$$\left(\operatorname{tg}\gamma = \frac{V_{m-1}}{a} = \frac{(m-1)a\operatorname{tg}\alpha}{a} = (m-1)\operatorname{tg}\alpha;\quad \sin\gamma = \frac{\operatorname{tg}\gamma}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\gamma}}\right)$$

$$D_m = -\frac{P\sqrt{1+(m-1)^2\operatorname{tg}^2\alpha}}{2\operatorname{tg}\alpha};\quad D_m = -\frac{P\sqrt{l^2+4h^2(m-1)^2}}{4h}.$$

Стойки (вертикали):

$$V_m = \frac{P(m-1)}{2}.$$



Фиг. 156.

На фиг. 156 представлена английская ферма с раскосами, восходящими к середине. Такая ферма также называется американской.

Пролет $l = 2na$; величина реакций $Q_1 = Q_2 = \frac{(2n-1)P}{2}$.

Верхний пояс (сечение $I-I$):

$$O_m \cdot r_m + O_1 \cdot (m-1)a - P(m-2)\frac{(m-1)a}{2} = 0$$

$$O_m \cdot r_m = -\frac{(2n-1)P}{2}(m-1)a + P(m-2)\frac{(m-1)a}{2}$$

$$O_m = -\frac{P(m-1)a\,(2n-m+1)}{2r_m};$$

$$r_m = \overline{A_1D}\sin(\alpha-\beta);\ \overline{A_1D} = \frac{(m-1)a}{\cos\beta}$$

$$r_m = \frac{(m-1)a\ \sin(\alpha-\beta)}{\cos\beta} = (m-1)a\cos\alpha\,(\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta).$$

$$O_m = -\frac{P(2n-m+1)}{2\cos\alpha\,(\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta)}.$$

Выразим величину O_m в зависимости от заданных длин элементов фермы:

$$\left(\operatorname{tg}\alpha = \frac{2h}{l};\ \operatorname{tg}\beta = \frac{2h_1}{l};\ h - h_1 = e;\ \cos\alpha = \frac{l}{2\lambda}\right):$$

$$O_m = -\frac{P(2n-m+1)\lambda}{2e}.$$

$$O_1 = O_2 = -\frac{P(2n-1)\lambda}{2e}.$$

Нижний пояс (сечение $I-I$, центр вращения узел E):

$$-U_m k_m + Q_1\,ma - (m-1)P\frac{ma}{2} = 0$$

$$k_m = \overline{A_1E}\ \sin(\alpha-\beta);\ \overline{A_1E} = \frac{ma}{\cos\alpha};$$

$$k_m = \frac{ma\sin(\alpha-\beta)}{\cos\alpha} = ma\cos\beta\,(\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta)$$

$$U_m = \frac{P(2n-m)}{2\cos\alpha\,(\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta)}$$

$$U_m = \frac{P(2n-m)\lambda_1}{2e};\ U_1 = \frac{(2n-1)P\lambda_1}{2e}.$$

Раскосы:

$$-D_m \cdot y_m + (m-1)P\frac{ma}{2} = 0$$

$$D_m = \frac{P\,ma\,(m-1)}{2y_m};\ y_m = \overline{AD}\ \sin\gamma;\ \overline{AD} = \frac{(m-1)a}{\cos\beta}$$

$$D_m = \frac{Pm\cos\beta}{2\sin\gamma}; \quad \left[k_m = d_m \sin\gamma;\ k_m = v_m \cos\beta;\ v_m = e\frac{m}{n};\ \frac{\cos\beta}{\sin\gamma} = \frac{d_m \cdot n}{m \cdot e}\right]$$

$$D_m = \frac{P \cdot n \cdot d_m}{2e},$$

где D_m — усилие,

d_m — длина m-ой диагонали.

Стойки (сечение $II - II$):

$$V_m \cdot ma + Pm\frac{(m+1)a}{2} = 0.$$

$$V_m = -\frac{P(m+1)}{2}; \quad V_1 = -P.$$

Усилие средней стойки V_n (из равновесия узла n):

$$V_n + 2U_n \sin\beta = 0;$$

$$U_n = \frac{P(2n-n)}{2\cos\beta\,(\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta)}; \quad V_n = -\frac{Pn\operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta}.$$

Ферма на фиг. 155 отличается от предыдущей (фиг. 156) тем, что раскосы в ней растянуты, а вертикали сжаты и усилия в стержнях имеют иное выражение [1]).

Если нижний пояс горизонтален, т. е. угол $\beta = 0$, то напряжения стержней представятся следующими формулами, полученными из предыдущих:

$$O_m = -\frac{P(2n-m+1)}{2\sin\alpha}; \quad O_m = -\frac{P(2n-m+1)\lambda}{2h}$$

$$O_1 = O_2 = \frac{P(n-1)\lambda}{2h}$$

$$U_m = \frac{P(2n-m)}{2\operatorname{tg}\alpha}; \quad U_m = \frac{(2n-m)Pl}{4h}; \quad P_1 = \frac{P(2n-1)}{2\operatorname{tg}\alpha};$$

$$D_m = \frac{Pnd_m}{2h}.$$

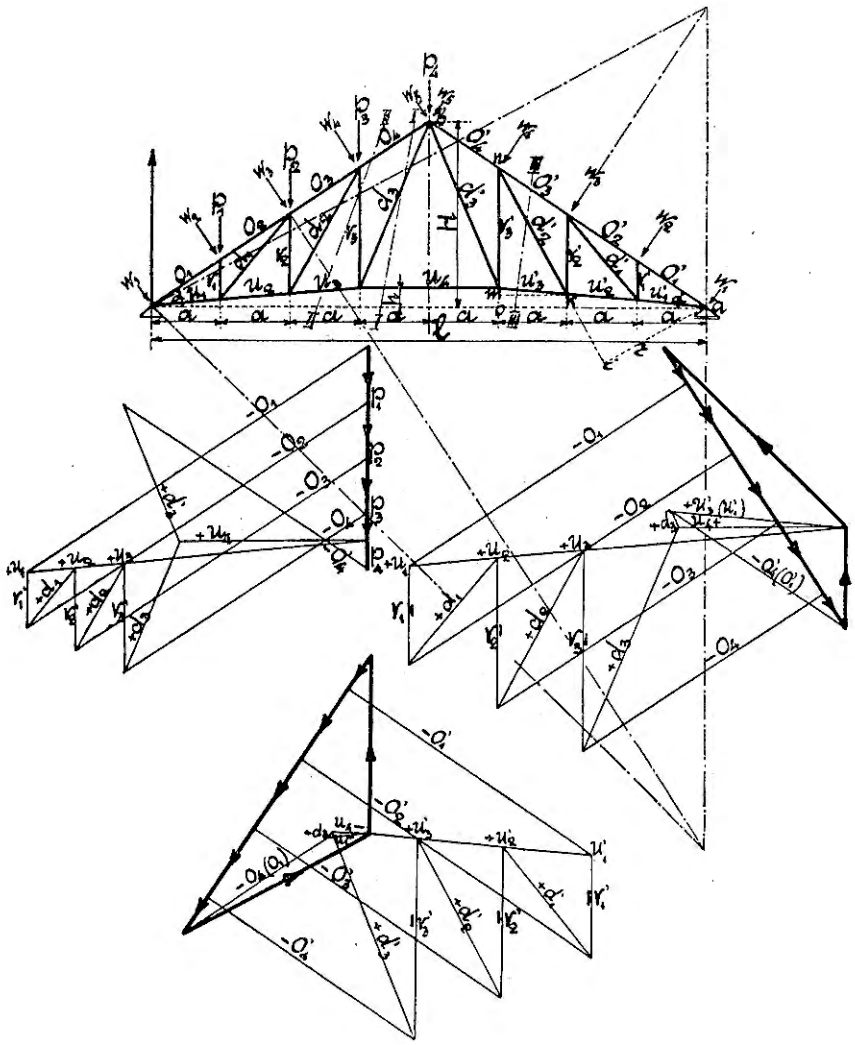
$$V_m = -\frac{P(m+1)}{2}; \quad V_n = 0; \quad \left(V_1 = -P;\ V_2 = -\frac{3P}{2}\right).$$

---

[1]) При рассчете на продольный изгиб сжатых стержней (см. ниже) длина стержня оказывает более значительное влияние, чем усилие, сжимающее стержень. В виду этого фермы с восходящими к середине раскосами предпочтительнее, так как более длинные стержни решетки — раскосы — растянуты, менее длинные — стойки — сжаты.

2) Графическое определение усилий.

На фиг. 157 представлена ферма, для которой построены диаграммы усилий от вертикальной нагрузки и от давления ветра справа и слева фермы. Построение диаграмм не встречает затруднений.



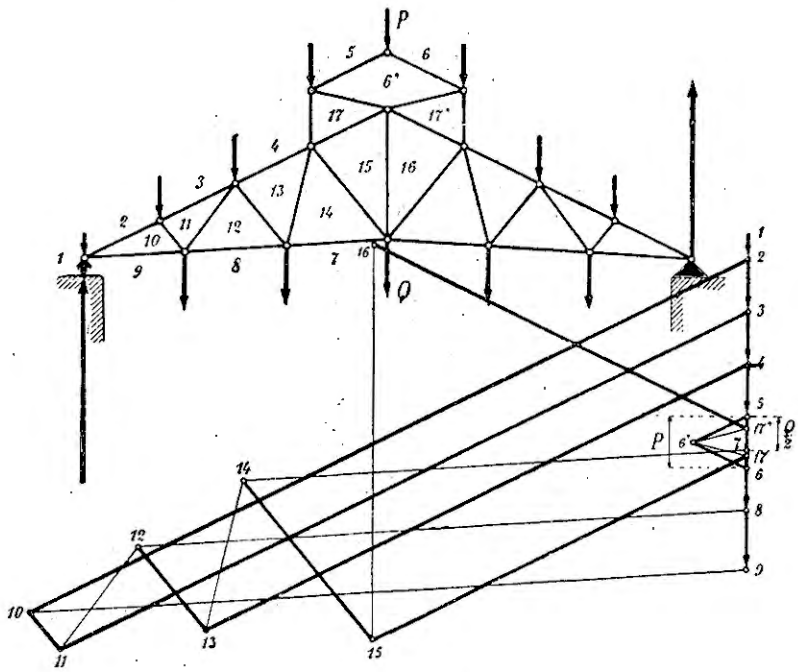
Фиг. 157.

На фиг. 100, 101, 102, 158 представлены фермы с подвешенным потолком, для которых построена диаграмма от вертикальной нагрузки.

Английские фермы применяются для пролетов до 20 метров; при больших пролетах получаются значительные длины сжатых элементов

решетки, которые для прочности должны иметь сильные сечения, что связано с излишней затратой материала.

Более выгодными будут сложные фермы Полонсо и фермы с верхним криволинейным поясом.



Фиг. 158.

Бельгийская ферма.

Эта система отличается от английской тем, что в ней вертикали V располагаются перпендикулярно к верхнему поясу; применяется она для пролетов до 20 метров и выгоднее английской, так как требует меньше материала.

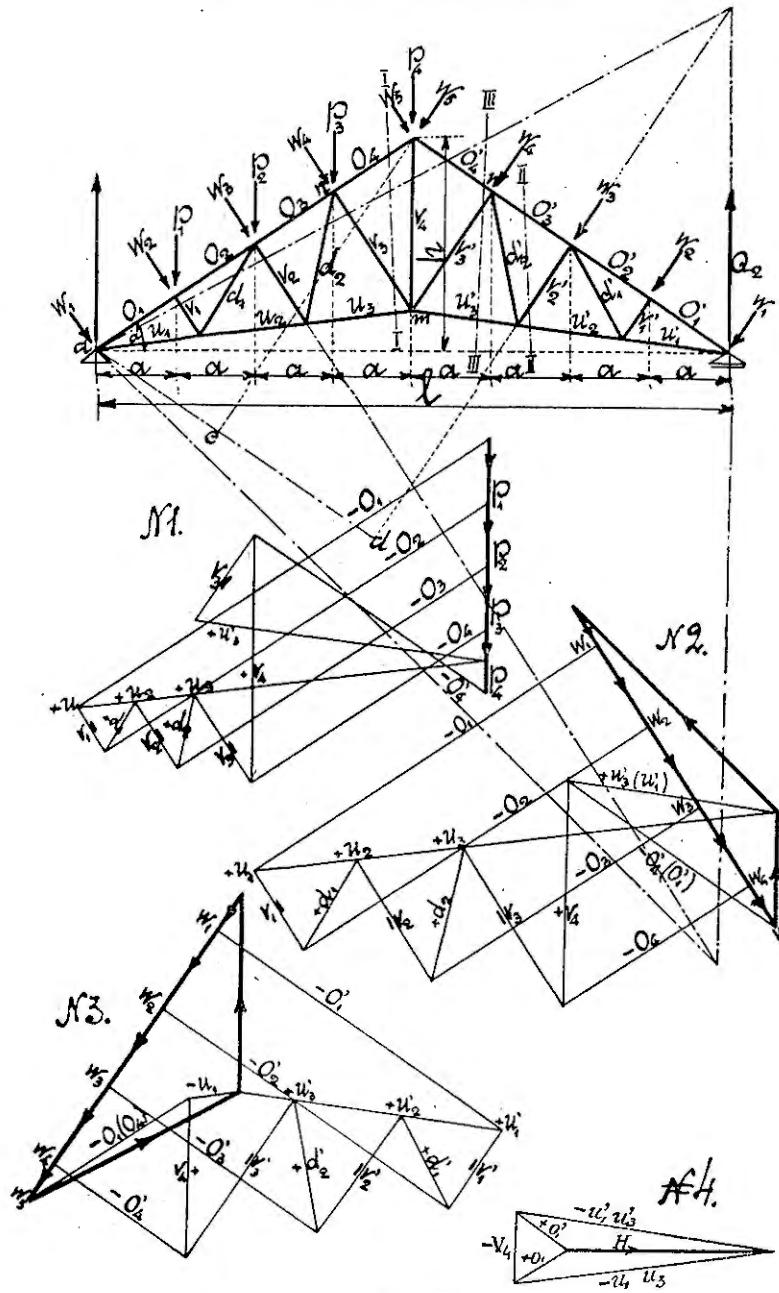
Рассчет производится, как для английской фермы.

На фиг. 159 построены диаграммы: № 1 — от вертикальной нагрузки, № 2 и № 3 — от давления ветра со стороны неподвижной и подвижной опоры и № 4 — от горизонтальной составляющей реакции Q неподвижной опоры, когда с ее стороны дует ветер (см. стр. 87).

На фиг. 160 изображена бельгийская ферма, снабженная фонарем, для которой вычерчены диаграммы усилий от вертикальной нагрузки и давления ветра со стороны подвижной опоры.

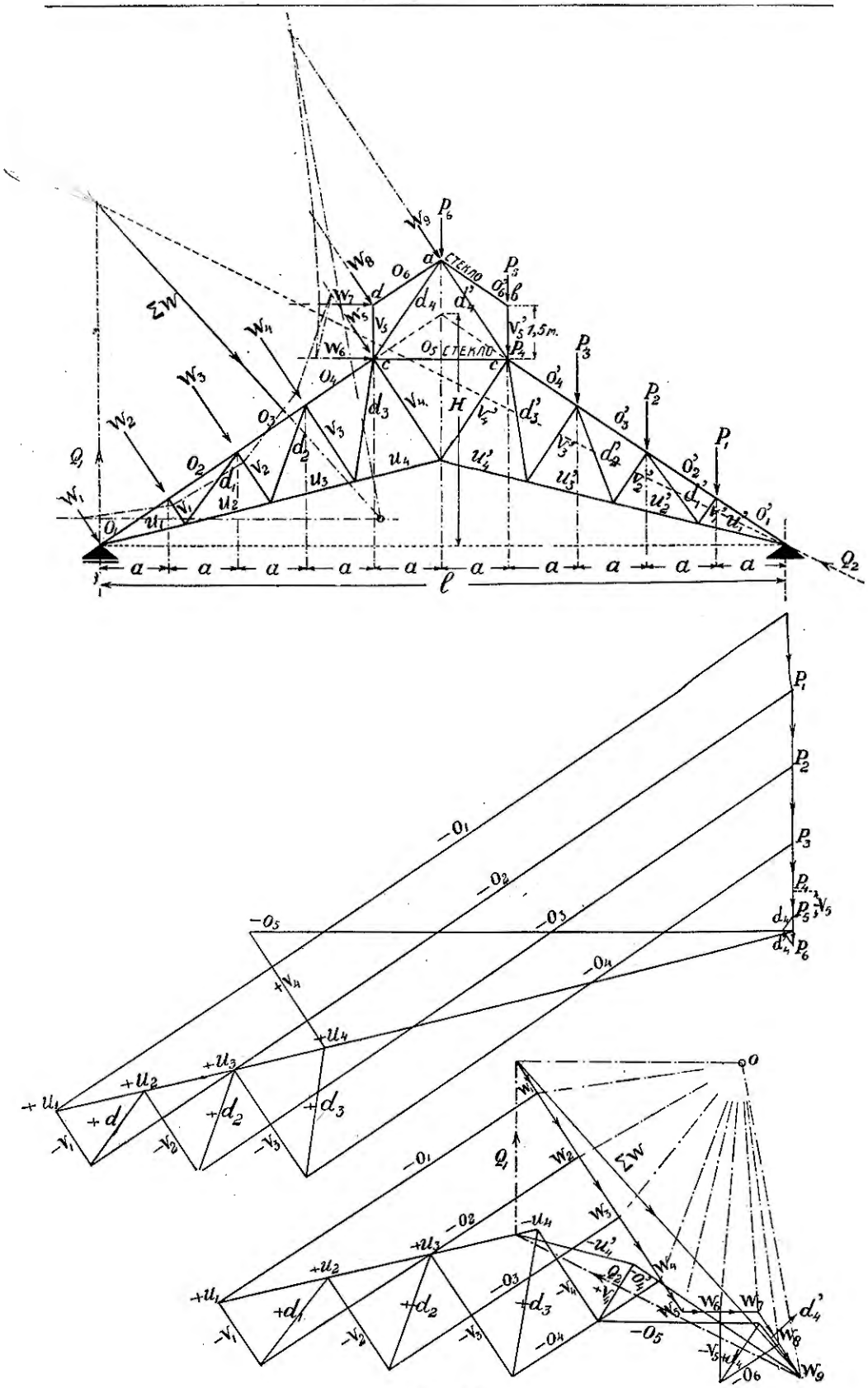
Диаграмма усилий от вертикальной нагрузки.

Начиная построение с опорного узла, определяем без затруднений усилия стержней O_1, O_2, O_3, O_4, U_1, U_2, U_3, U_4, V_1, V_2, V_3, d_1, d_2, d_3.



Фиг. 159.

В узле c, в котором сходятся 6 стержней, встречаемся с 4-мя неизвестными (V_5, d_4, O_5 и V_4); известны — узловая нагрузка P_4 и усилия O_4 и d_3. Определяем усилия V_5 и d_4 следующим путем: действующая в узле b нагрузка P_5 воспринимается вертикальным стержнем V_5, поэтому уси-



Фиг. 160.

лие в стержне O_6 равно нулю (усилие стержня $V_5 = P_5$); нагрузку P_6 узла a разлагаем по направлениям стержней d_4 и d_4', как показано на диаграмме, и находим усилие d_4; зная V_5 и d^4, имеем в узле c только 2 неизвестных — усилия O_5 и V_4, которые определяются по общему приему.

Диаграмма усилий от давления ветра со стороны подвижной опоры.

Для определения положения равнодействующей ΣW давления ветра построен веревочный многоугольник; направление реакции подвижной опоры — вертикальное; продолжая это направление до пересечения с направлением равнодействующей и соединяя точку пересечения с узловой точкой неподвижной опоры, находим положение реакции последней.

Из многоугольника сил находим величины реакций (см. стр. 64).

Начиная построение диаграммы с узла подвижной опоры, находим без затруднения усилия стержней O_1, O_2, O_3, O_4, U_1, U_2, U_3, U_4, V_1, V_2, V_3, d_1, d_2, d_3. Дойдя до узла c, приходится прервать построение, так как 4 усилия — V_5, d_4, V_4 и O_5 — неизвестны. Определяем сначала усилия V_5 и d_4. Нагрузку узла d (равнодействующую W_7 и W_8) разлагаем на 2 направления — стержней O_6 и V_5. Переходим к узлу a и находим усилия d_4 и d_4'. Определив V_5 и d_4, переходим к узлу c и находим 2 неизвестных усилия O_5 и V_4.

Ферма Полонсо.

1. Простая ферма Полонсо (фиг. 161 и 162).

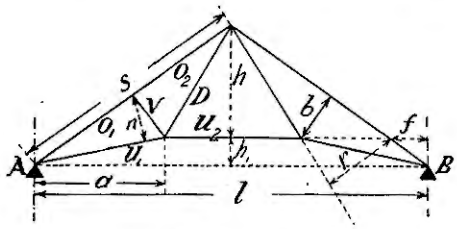
Применяется для пролетов до 10 — 12 метр. От *вертикальной* нагрузки P *на всю* ферму при равных панелях усилия стержней представляются следующими величинами:

$$O_1 = -\frac{3Pa}{8b}; \quad O_2 = -\frac{3Pa}{8b} + \frac{P(h+h_1)}{4s};$$

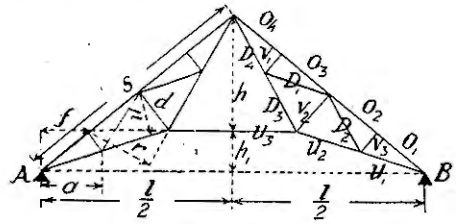
$$U_1 = +\frac{3Pl}{32n}; \quad U_2 = +\frac{P(l+2f)}{16r}; \quad U_3 = +\frac{Pl}{8h};$$

$$V = -\frac{Pl}{8s}.$$

На фиг. 162 представлены диаграммы усилий стержней: 1) от собственного веса (№ 1); 2) от давления ветра со стороны неподвижной опоры (№ 2); 3) от давления ветра со стороны подвижной опоры (№ 3) S и от горизонтальной составляющей реакции неподвижной опоры (№ 4).



Фиг. 161.



Фиг. 163.

Фиг. 162.

2. Сложная ферма Полонсо (фиг. 163 и 164).

Применяется для пролетов до 25 метров.

1. Аналитическое выражение усилий стержней в зависимости от *вертикальной нагрузки P на всю ферму* и от линейных размеров фермы:

$$O_1 = -\frac{7Pa}{8d};\ O_2 = O_1 + \frac{P(h+h_1)}{8s};$$

$$O_3 = O_2 + \frac{P(h+h_1)}{8s};\ O_4 = O_3 + \frac{P(h+h_1)}{8s};$$

$$N_1 = N_2 = +\frac{Pl}{64n};$$

$$U_1 = +7N_1;\ U_2 = +6N_1;\ U_5 = \frac{Pl}{8h};$$

$$U_3 = \frac{N_1(2n+r)}{r} + \frac{3Pf}{16r};\ U_4 = \frac{P(3l+2f)}{32r};$$

$$V_1 = V_3 = -\frac{Pl}{16s};\ V_2 = 2V_1.$$

(P — вертикальная нагрузка на всю ферму $= qF$).

3. Определение усилий стержней графическим путем (фиг. 164).

Пусть горизонтальное расстояние между узлами верхнего пояса — одинаковое и потому вертикальные узловые нагрузки

$$P_1 = P_2 = P_3 = P_4 = P.$$

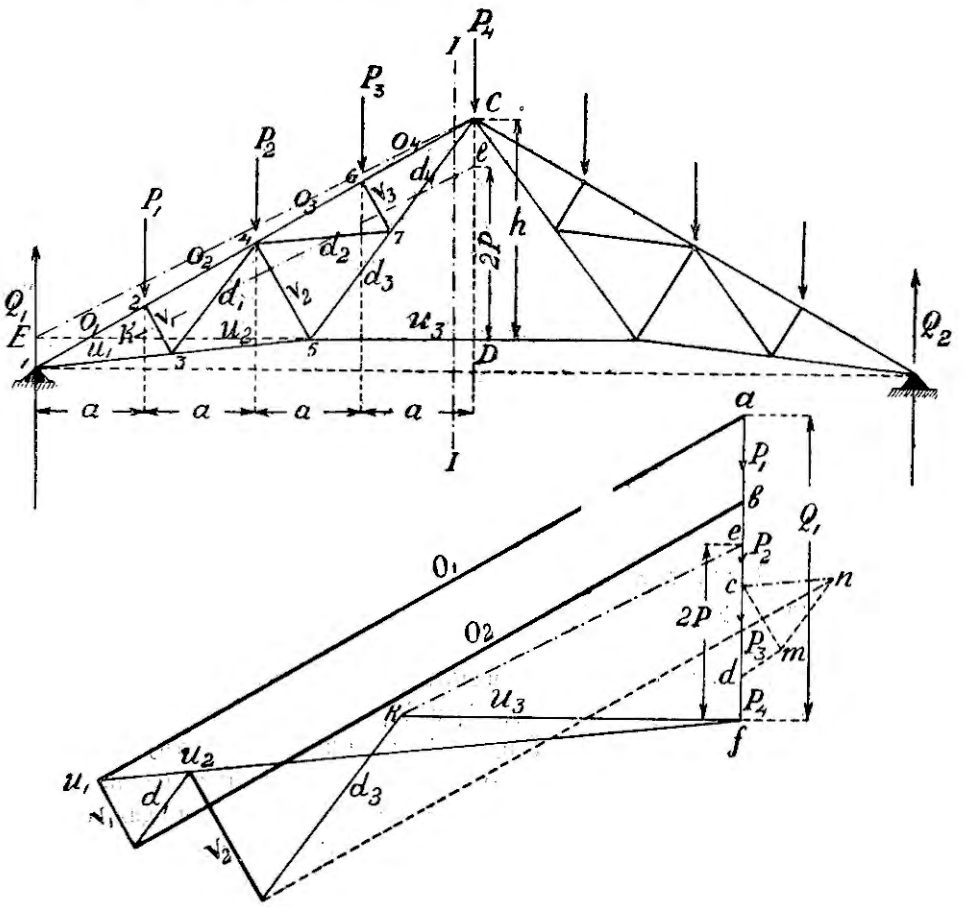
Реакции равны:

$$Q_1 = Q_2 = 3{,}5\,P.$$

Построение диаграммы Кремоны начнем с опорного узла, в котором сходятся 2 стержня; неизвестные их усилия O_1 и U_1 определяются из сомкнутого треугольника (см. диаграмму); переходя затем ко 2-му узлу, в котором известными являются сила P_1 и усилие O_1, определяем усилия O_2 и V_1; переходя далее к узлу 3-му, в котором усилия U_1 и V_1 известны, находим 2 других неизвестных усилия U_2 и d_1. В узлах 4-м и 5-м мы встречаем более 2-х неизвестных усилий, которые не могут быть определены из сомкнутого многоугольника. В узле 4-м неизвестны усилия: O_3, V_2 и d_2; в узле 5-м неизвестны: V_2, d_3 и U_3. Приходится прервать построение диаграммы и определить дополнительно одно из этих неизвестных усилий, после чего является возможность продолжать построение диаграммы по общему приему без затруднений.

Определение одного неизвестного усилия U_3 может быть произведено несколькими способами:

1. По способу Риттера. Пусть сечением I—I перерезываются три стержня O_4, d_4 и U_3 (фиг. 164).



Фиг. 164.

Составляем уравнение моментов для левой оставшейся части фермы относительно конькового узла c — точки пересечения стержней O_4 и d_4 (пролет $l = 8a$):

$$Q_1 \frac{l}{2} - P_3 \cdot a - P_2 \cdot 2a - P_1 \cdot 3a - U_3 \cdot h = 0.$$

В нашем случае:

$$P_1 = P_2 = P_3 = P; \; Q_1 = 3{,}5\,P; \; \frac{l}{2} = 4a;$$

по подстановке указанных значений в уравнение моментов получаем:

$$U_3 = \frac{8Pa}{h}$$

(стержень U_3 растянут).

Из последнего выражения можно найти величину U_3 графическим путем, как 4-ую пропорциональную:

$$U_3 \cdot h = 8Pa \text{ или } U_3 \cdot h = 2P \cdot 4a;\ 2P : U_3 = h : 4a.$$

Продолжаем направление U_3 до пересечения с вертикалью Q_1 (фиг. 164) в точке E и, соединяя E с C линией EC, получаем $\triangle DCE$, в котором $CD = h$, $DE = 4a$. Отложим в плане сил (фиг. 164) от точки f до точки e силу $= 2P$ и проведем через точку f линию, параллельную U_3, и через точку e линию, параллельную стороне CE $\triangle CDE$; отрезок fk $\triangle ekf$ представляет искомое усилие U_3:

$$\triangle CDE \backsim \triangle efk,$$

потому:

$$\frac{fk}{DE} = \frac{ef}{DC} \text{ или } \frac{U_3}{4a} = \frac{2P}{h};$$

$$U_3 \cdot h = 2P \cdot 4a.$$

2. *Определение усилия* V_2.

Можно из условия равновесия узла 4 определить другим способом усилие V_2.

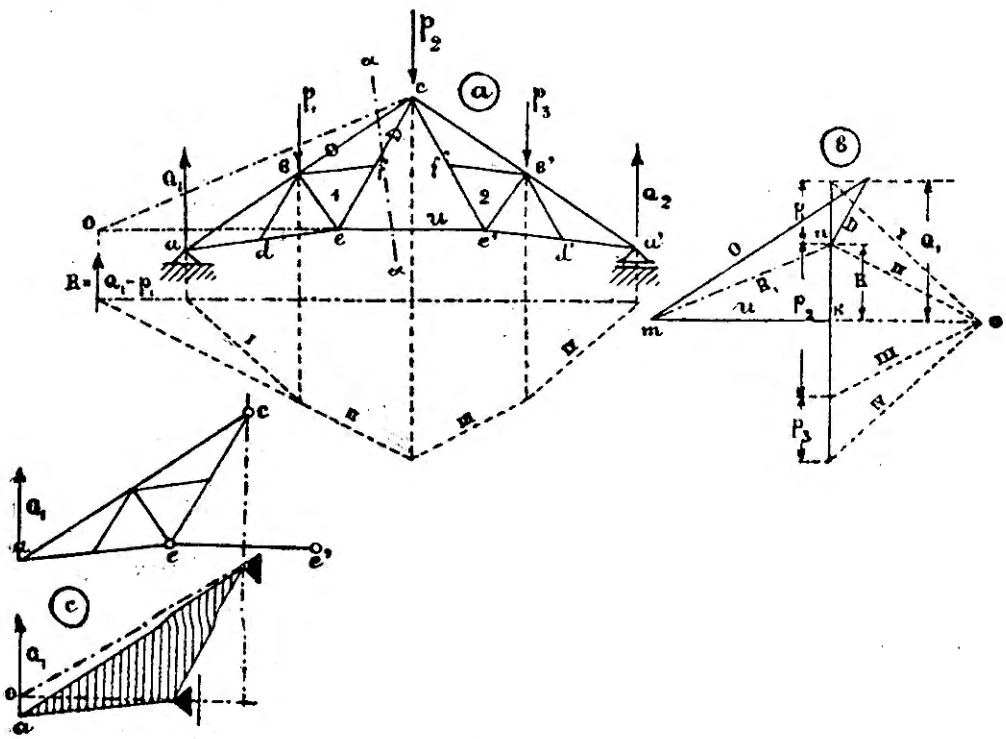
Выделим мысленно узел 6, в котором действует внешняя сила P_3 и три неизвестных усилия: O_4, O_3 и V_3 (фиг. 164). Так как усилия O_3 и O_4 действуют по одной прямой, то их равнодействующая направлена по той же прямой; таким образом подлежат определению 2 неизвестных — эта равнодействующая и усилие V_3. Строим для силы P_3 в диаграмме сомкнутый $\triangle cdm$ (см. диаграмму), в котором md представляет равнодействующую усилий O_4 и O_3 (равна их разности) и cm — усилие V_3. Переходим к противоположному узлу 7, в котором действуют определенное уже усилие V_3 и три неизвестных усилия: d_3, d_4 и d_2.

Равнодействующая усилий d_3 и d_4 имеет направление, одинаковое с направлением этих усилий; имеем для этого узла 2 неизвестных — равнодействующую усилий d_3 и d_4 и усилие d_2, которое определяется из $\triangle cnm$; $cn = d_2$.

Равнодействующую сил d_1, O_2, P_2 и d_2, сходящихся в узле 4, разлагаем по направлениям неизвестных усилий O_3 и V_2, для чего через одну концевую точку n этой равнодействующей проводим пунктирную линию — вспомогательную, параллельную O_3, и через другую концевую точку линию, параллельную V_2. Определив V_2, продолжаем построение диаграммы без затруднений.

3. *По способу Кульмана.* Проводим сечение $\alpha - \alpha$ (фиг. 165), которым перерезываются 3 стержня U, D и O измененной фермы Полонсо; отделяем правую часть.

По вышеуказанному (стр. 79) разлагаем равнодействующую $R = Q_1 - P_1$ на 2 составляющие U и R_1, для чего проводим (фиг. 165*b*) через k — одну концевую точку равнодействующей R — линию, параллельную стержню $e - e'$ (усилию U), и через другую концевую точку n линию, параллельную $o - c$; из $\triangle mnk$ получаем величину и направление искомого усилия U.

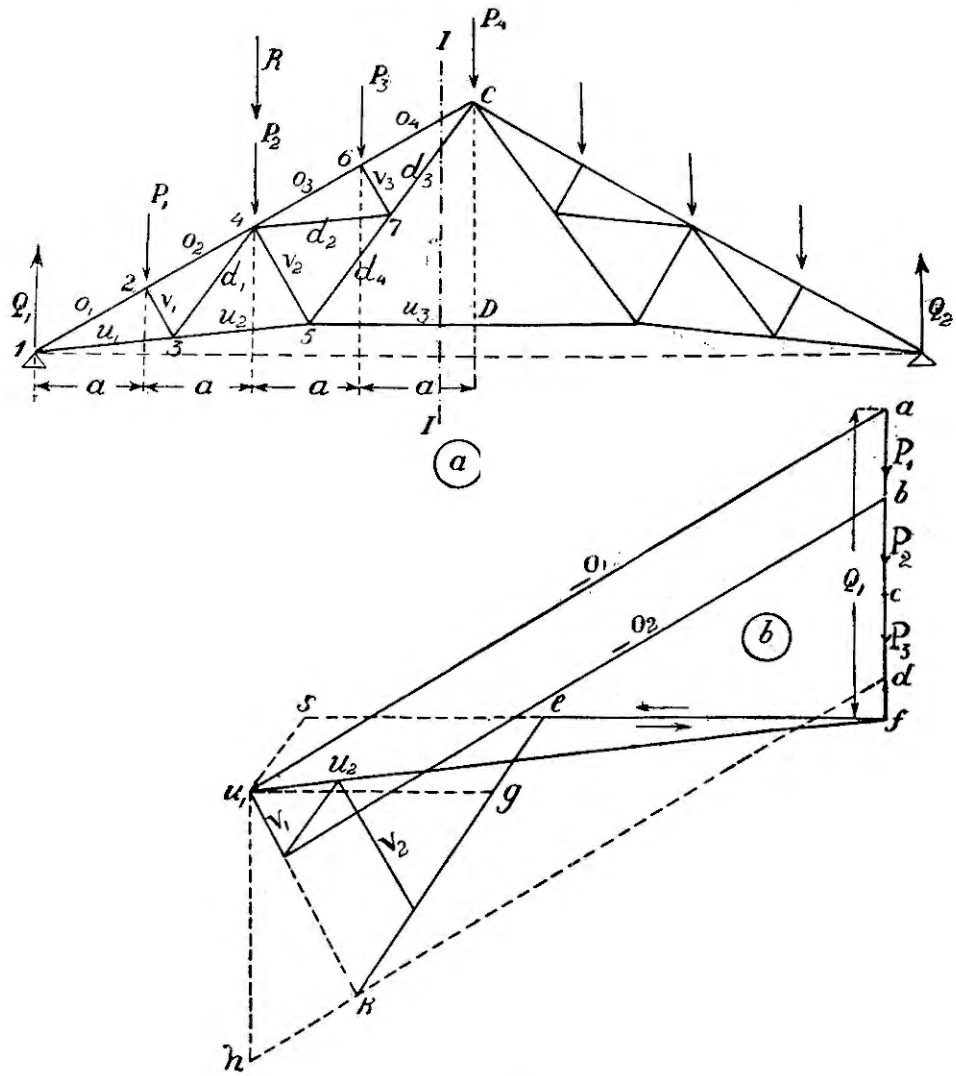


Фиг. 165.

Мы можем (фиг. 165*c*) левую отдельную часть принять опертой на правую часть фермы в 2-х точках c и e: в точке c — опора неподвижная (шарнир), а в точке e — опора подвижная, так как затяжка ee' представляет как бы качающуюся колонну. При таком представлении могут быть легко определены реакции опор, главным образом реакция подвижной опоры e; эта реакция вызвана силой, заменяющей действие затяжки до ее отсечения, и приложена в точке; таким образом искомое усилие затяжки равно по величине реакции и противоположно по направлению. Такое представление наглядно и дает возможность скорее ориентироваться

и упрощает вопрос, сводя к разложению силы на 2 составляющие заданного направления.

Для фермы, представленной на фиг. 166*a*, при равных узловых нагрузках нет надобности для определения U_8 — усилия затяжки — строить



Фиг. 166.

веревочный многоугольник: проще отдельно найти величину усилия затяжки от реакции Q и равнодействующей R внешних узловых нагрузок; алгебраическая сумма найденных усилий — при совместном действии всех внешних сил Q и R — даст искомое усилие U_8.

На фиг. 164*b* показано определение U_3; fs — представляет усилие U_3' от одной реакции. Реакцию Q_1 разлагаем на три направления U_3, O_4 и d_3; равнодействующая U_3' и d_3 должна пройти через узел 5; она также проходит через узел 1, потому направлена по линии 1 — 5; разлагаем Q_1 на 2 составляющие u_1f и au_1 по указанным направлениям (1 — *c* и 1 — 5); проведя линию $u_1s \parallel d_3$ и $fs \parallel u_3$, получаем величину усилия $U_3' = fs$. Переходим к определению усилия U_3'' от равнодействующей внешних сил R. Равнодействующая усилий U_3'' и d_3 (фиг. 164*a*) должна пройти через узел 5; она должна также пройти через узел 4, потому ее направление определяется линией 4 — 5. Проводим через точку u_1 (фиг. 166*b*) линию u_1n, параллельную равнодействующей внешних сил R, и откладываем ее величину из плана сил; эту равнодействующую разлагаем на 2 составляющие: одну u_1k параллельно направлению 4 — 5, и другую uk параллельно усилию O_4; составляющую u_1k разлагаем, как частную равнодействующую, на ее составляющие: одну kg параллельно усилию d_3 и другую u_1g по направлению усилия U_3, получаем $u_1g = se = U_3''$ — усилию в затяжке от R.

При совместном действии Q и R искомое усилие $U_3 = U_3' - U_3'' = fe$, имеет направление, указанное верхней стрелкой. Найдя U_3 и заменяя стержень U_3 силой $ef = -U_3$, усилию U_3, но противоположного направления, можно построить диаграмму без затруднений.

Способ Кульмана является удобным при односторонней нагрузке снега или ветра (фиг. 167).

При нагрузке, например, правой половины имеем слева от сечения 1—1 *одну внешнюю силу* — реакцию Q_1, которая вместе с усилиями O_4, d_4 и U_3 должна находиться в равновесии.

Продолжаем направление усилия U_3 до пересечения с направлением реакции Q_1 в точке k и соединяем эту точку с узлом c.

Построив многоугольник Кульмана, находим усилие U_3, как показано на фиг. 166*b*; через одну точку отрезка, представляющего Q_1, проводим линию, параллельную U_3, через другую точку — линию, параллельную ck.

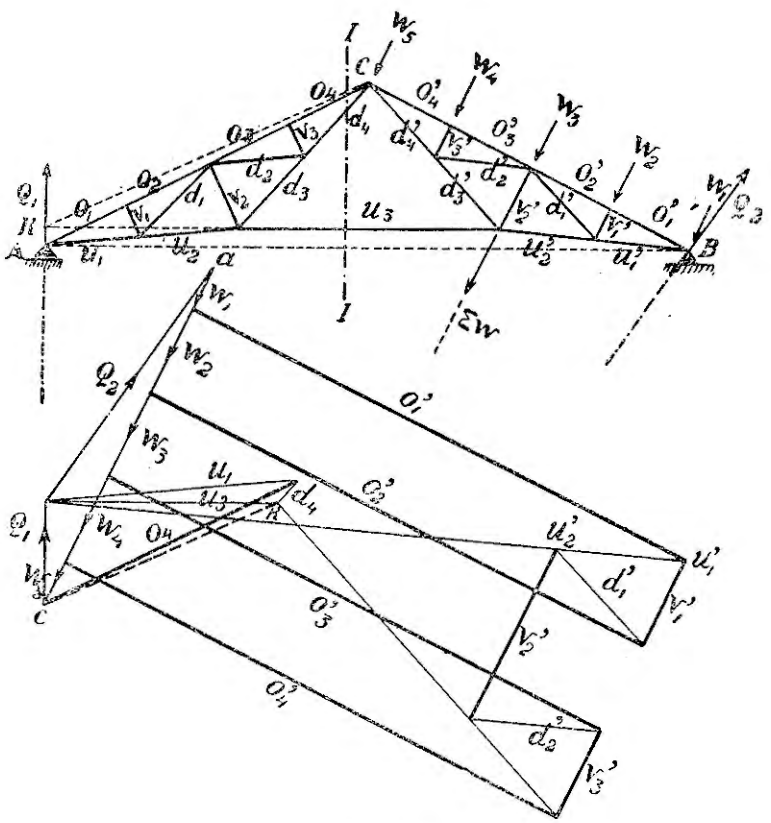
4. Ферма Полонсо с ломанным верхним поясом.

Для достижения лучшего освещения применяются измененные фермы Полонсо с ломанным верхним поясом, часть которого покрывается стеклом (фиг. 168).

На фиг. 168 представлена ферма, средняя часть которой покрыта стеклом и имеет уклон $\frac{1}{1}$; остальная часть покрыта другим кровельным материалом и имеет уклон $\frac{1}{2,5}$. Узловые нагрузки определяются по общему приему.

Для фермы построены 2 диаграммы: от вертикальной нагрузки и от давления ветра справа фермы.

Диаграмма усилий от вертикальной нагрузки. Начав построение с опорного узла, определяем последовательным переходом от узла к узлу усилия стержней O_1, U_1, O_2, V_1, d_1 и U_2 [1]). Для узла, в котором сходятся стержни V_2, d_3, U_3 и U_2, надлежит определить три неизвестных усилия: V_2, d_3 и U_3. Переходя к противоположному узлу, в котором сходятся

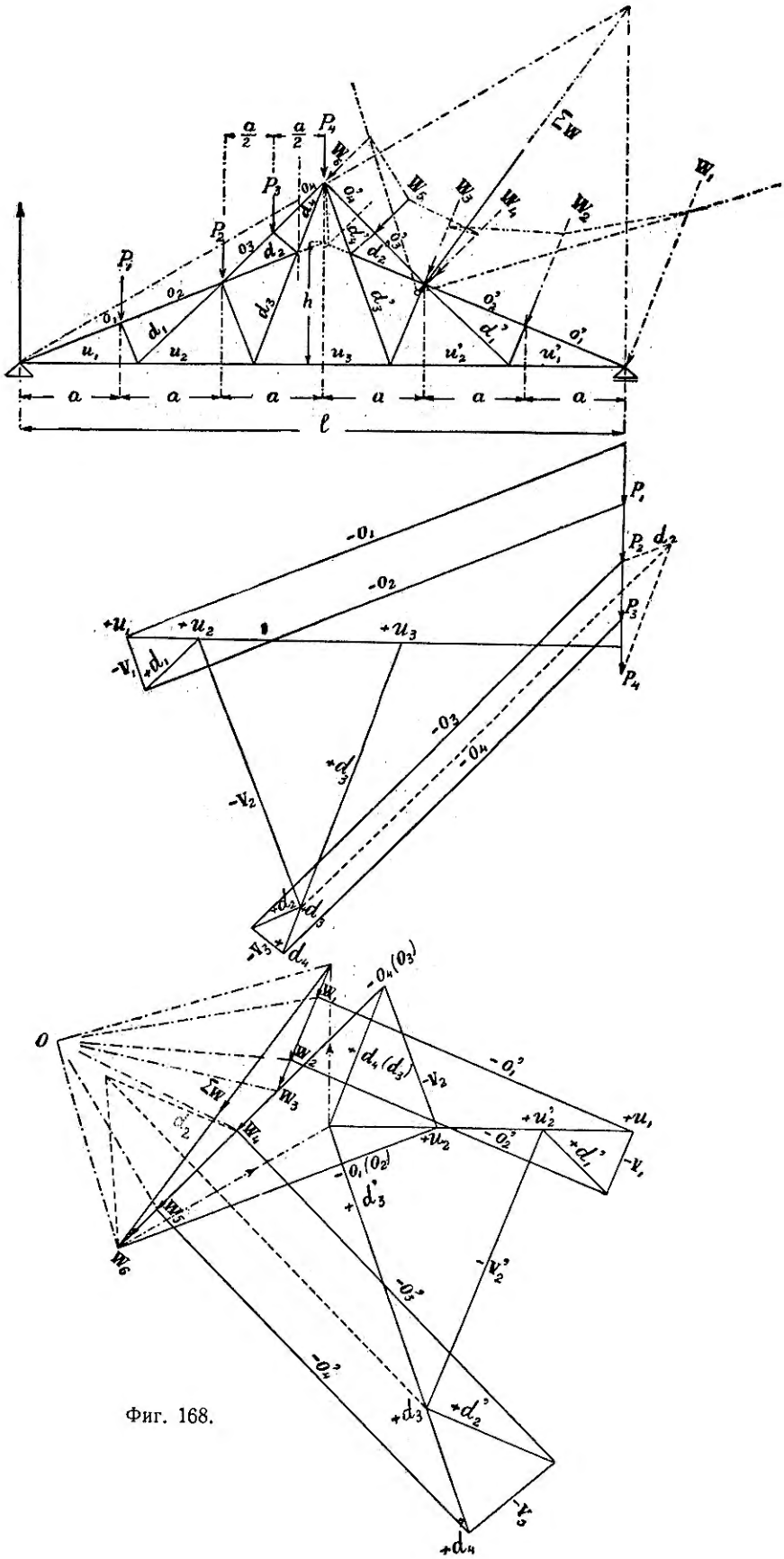


Фиг. 167.

стержни O_2, d_1, V_2, O_3 и d_2, надлежит также определить три неизвестных усилия: O_3, d_2 и V_2; известна внешняя сила P_2 и усилия O_2 и d_1. Прерываем построение и переходим к определению одного из неизвестных усилий d_2 другим путем; тогда можно найти 2 остальных неизвестных усилия O_3 и V_2.

Определение d_2. Представим себе сечение, перерезывающее стержни O_3, d_2, d_4' и O_4' (фиг. 168), и выделим верхнюю часть фермы от

[1]) Обозначения стоек V_1 и V_2 на чертеже опущены.

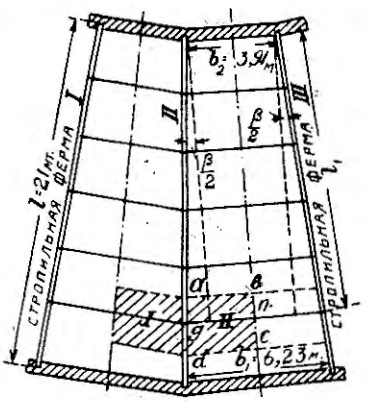


a/2
a/2
P4
P3
P2
P1
W6
W5
W4
W3
W2
W1
ΣW
h
a
a
a
a
a
a
l
-O1
-O2
-O3
-O4
+u1
+u2
+u3
-V1
+d1
-V2
+d3
+d2
+d4
-V3
O
-O4(O3)
-O1'
+d4(d3)
-O1(O2)
+d3'
-O3'
-O4'
+d2'
-V2'
-V3
+d4

Фиг. 168.

сечения с приложенными к ней внешними силами P_3 и P_4, отбросив нижнюю часть: действие ее заменяется силами, направленными по осям перерезанных частей (эти силы вызывают усилия стержней). Равнодействующая R внешних сил P_3 и P_4 равна их сумме и проходит по середине между ними, как показано на чертеже пунктиром ($P_3 = P_4$). Заменяем силы, направленные по O_3, d_3, d_4' и O_4' и сходящиеся в коньковом узле, их равнодействующей, которую назовем R_1.

Выделенная часть фермы находится в равновесии под влиянием сил R, R_1 и d_2, которые должны поэтому пересекаться в общей точке. Продолжая d_2 до пересечения с направлением R, находим эту точку; через эту точку должна пройти равнодействующая R_1. Она также должна пройти через узел конька, а потому положение ее известно (направление R_1 почти совпадает с направлением d_4; при действии ветра справа направление R_1 — отличное, как это видно из чертежа). Разлагаем R — равнодействующую внешних сил P_3 и P_4 — по 2-м направлениям: d_2 и R_1 (см. диаграмму) и находим усилие d_2.



Фиг. 169.

Дальнейшее построение диаграммы не встречает затруднений.

Диаграмма усилий от давления ветра (фиг. 168) строится, как предыдущая.

Для определения положения равнодействующей давлений ветра ΣW построен веревочный многоугольник.

Фермы для веерного паровозного здания.

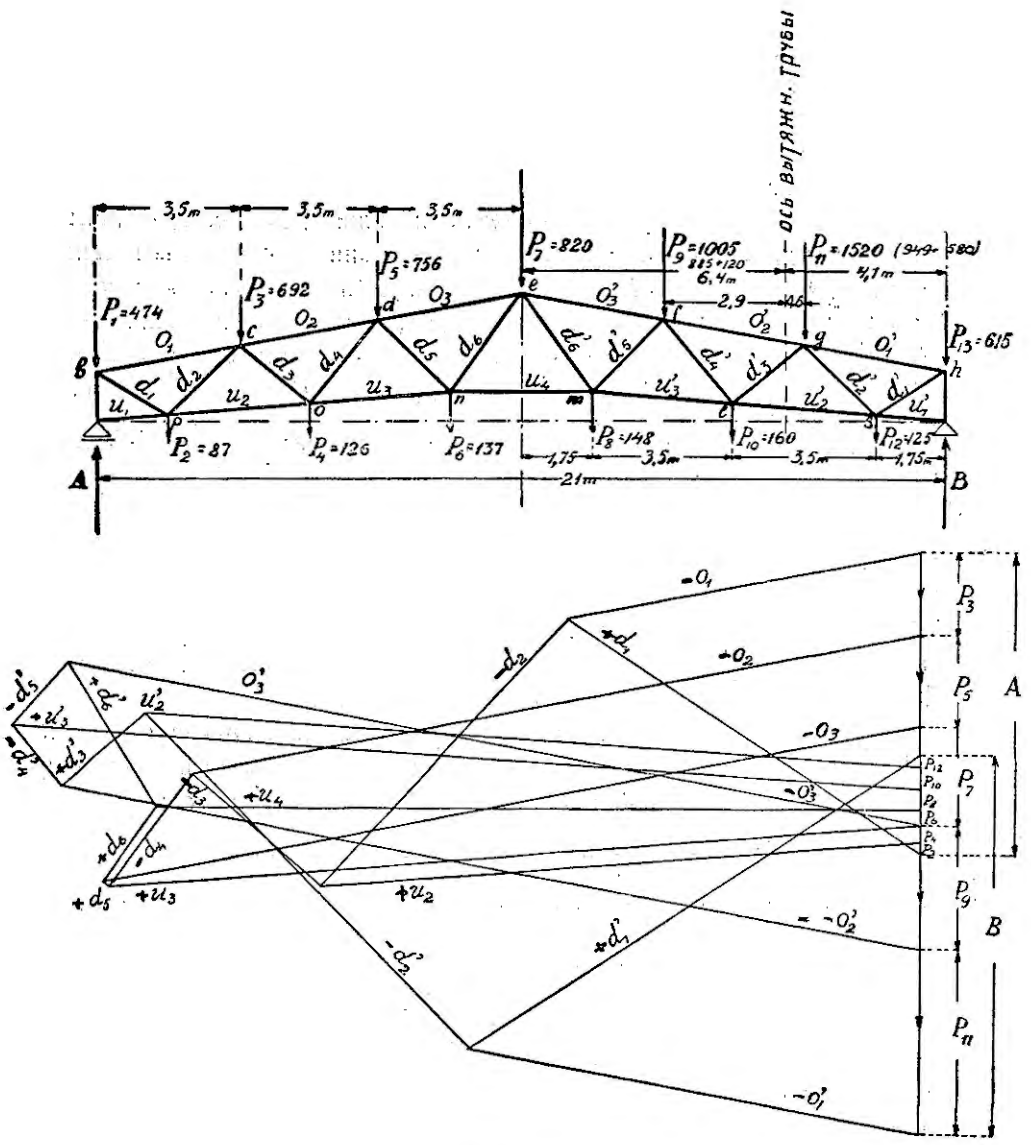
Особенностью этих ферм является несимметричность узловых нагрузок при вполне симметричном расположении прогонов.

Фермы устанавливаются параллельно рельсовым путям, пересекающимся под определенным углом, и площади нагрузки, соответствующие узлам, возрастают от вогнутой стены здания к выпуклой (фиг. 169).

Для определения узловой нагрузки надо вычислить площади, соответствующие каждому узлу. Ниже на примере эти площади определены.

Близ предпоследнего узла верхнего пояса (g, фиг. 170) прикреплена вытяжная труба, вес которой передается прогонами и распределяется по закону рычага на соседние узлы.

Собственный вес фермы распределяют по верхнему и нижнему поясам, считая $\frac{2}{3}$ веса для верхнего пояса и $\frac{1}{3}$ — для нижнего.



Фиг. 170.

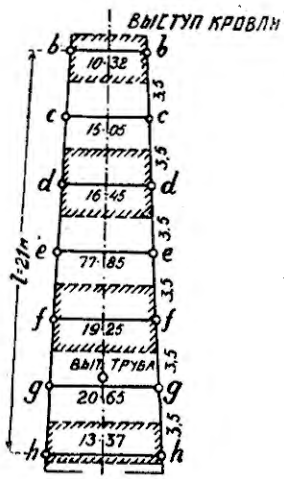
Определение площадей нагрузок. Пример.

Пусть дана ферма (фиг. 170), предназначенная для паровозного здания (фиг. 169). Рельсовые пути пересекаются под углом, *tg* которого равен $\frac{1}{9}$.

Расстояние между фермами со стороны вогнутой стены здания = = 3,91 *м*.

Обрешетины верхнего пояса расположены параллельно вогнутой (выпуклой) стене здания; горизонтальное расстояние между ними — 3,5 *м*. Со стороны ворот кровля возвышается на 0,85 *м*.

По этим данным определяем проекции площадей узловых нагрузок. Как видно из фиг. 169, 171, площадь нагрузки, соответствующая каждому узлу, слагается из площадей 2-х трапеций: *I* и *II*; стороны трапеции *II* составляют линии *ab* и *cd*, проходящие по середине между соседними прогонами (параллельными), линия *bc* — отрезок прямой, проведенной по середине между фермами. Площадь трапеции $= gn \cdot bc$; $bc = 3{,}5$ *м*; gn = средняя линия трапеции; $gn = \frac{3{,}91}{2} + l_1 \sin\frac{\beta}{2}$; l_1 — расстояние узла от вогнутой стены — для узла g, например, $= 5 \cdot 3{,}5 = 17{,}5$ *м*; β — угол, под которым пересекаются фермы; $\operatorname{arctg}\frac{1}{9} = \operatorname{arctg} 0{,}1111 = \beta$; $\beta = 6°21'$ — угол, под которым пересекаются рельсовые пути; $gn = 1{,}955 + 17{,}5 \sin 3°10{,}5' = 2{,}95$ *м*.



Фиг. 171.

Если фермы установлены на одинаковых друг от друга расстояниях, то площадь нагрузки, соответствующая узлу g, выражается:

$$f = 2gn \cdot bc = 2 \cdot 2{,}95 \cdot 3{,}5 = 20{,}65 \text{ кв. м.}$$

Расстояние между фермами на выпуклой стороне здания:

$$d = 3{,}91 + 2 \cdot 21 \cdot \sin\frac{\beta}{2} = 6{,}233 \text{ м.}$$

На фиг. 171 представлена схема проекций площадей нагрузок; вычертив таковую по основным данным, определяют соответствующие узлам площади из чертежа.

Если угол α — угол наклона кровли, то действительная площадь нагрузки $F = \frac{f}{\cos\alpha}$, где f — ее проекция, определенная выше.

Определение узловых нагрузок.

Собственный вес фермы p_1 принимают в 24 *кг* на 1 *кв. м* горизонтальной проекции крыши.

На верхний пояс приходится $\frac{2}{3} \cdot 24 = 16$ *кг*.

» нижний » » 8 »

Принимаем вес толевой кровли, устроенной на деревянном настиле, в 30 *кг* на 1 *кв. м* горизонтальной проекции крыши.

От общего собственного веса приходится на верхний пояс $16 + 30 = 46$ *кг/м²*.

Имея значения площадей, соответствующие узлам, находят их узловые нагрузки:

Узлы верхнего пояса.	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*	*h*
Площади нагрузки в *м²* . .	10,32	15,05	16,45	17,85	19,25	20,65	13,37
Узловые нагрузки в *кг* . .	474	692	756	820	885	949	615
Узлы нижнего пояса.	*a*	*p*	*o*	*n*	*m*	*t*	*k*	*i*
Площадь нагрузки в *м²* . .	3,48	10,89	15,75	17,15	18,55	19,95	15,65	5,4
Угловые нагрузки в *кг* . . .	28	87	126	137	148	160	125	43

К нагрузкам узлов *g* и *f* надо прибавить соответствующие части от веса вытяжной трубы.

Приняв вес ее = 700 *кг*, имеем следующие его части, приходящиеся:

$$\text{на узел } g = \frac{2,9}{3,5} \cdot 700 = 580 \text{ кг}$$

$$\text{» » } f \qquad 120 \text{ »}$$

Эти нагрузки от собственного веса внесены в узлах фермы (фиг. 170), и для них построена диаграмма Кремоны.

По указанному способу определяются также узловые нагрузки от давления снега.

Для определения узловых нагрузок от давления ветра (справа и слева фермы) вычисляют по проекциям площадей действительные площади нагрузок.

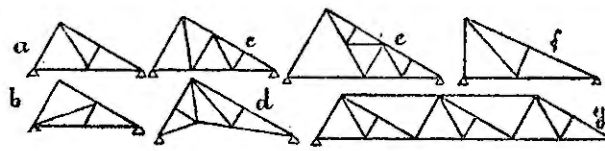
К давлению ветра в узле *g* надо добавить давление его на вытяжную трубу.

Фермы пильчатой формы (шедовые).

Покрытие (фиг. 171, 172, 173, 176) состоит из одной или ряда балочных ферм с неравными скатами; крутой скат имеет обыкновенно угол наклона в 60° — 70° и покрывается стеклом, пологий скат — другим кровельным материалом.

Угол между скатами делают также в 90°.

Эти фермы, устанавливаемые параллельно друг другу, служат преимущественно для покрытия больших заводских зданий. Вследствие большой остекленной поверхности получается хорошее равномерно-распределенное освещение; с этой целью устанавливают фермы с крутыми скатами на север, а если это невозможно, то — на северо-восток или северо-запад.

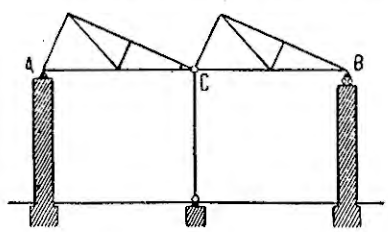


Фиг. 172.

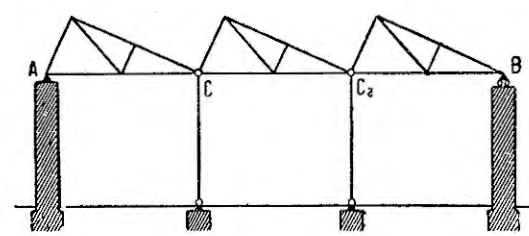
Фермы располагаются на колоннах или на балках, чтобы меньше стеснить пространство (фиг. 173, 175, 176). Пролет фермы делают от 5 — 10 *м*.

Для пролетов до 6 *м* применяются системы, представленные на фиг. 172 *a*, *b*, *f*; для бо́льших пролетов — до 10 *м* — системы, указанные на фиг. 172, 170 *c*, *d*, *e*.

Горизонтальная составляющая давления ветра воспринимается или колоннами, или неподвижной опорой стены. В первом случае фермы должны быть соединены с колоннами, которые анкерами прикрепляются



Фиг. 173.



Фиг. 174.

к фундаменту. Вследствие изгибающего момента появляются в кладке напряжения от изгиба, получается неравномерное сжатие. Во втором случае применяются качающиеся колонны, передающие на фундамент вертикальную нагрузку, а сумма всех горизонтальных сил ветра переносится на неподвижную опору. Второй случай — предпочтителен.

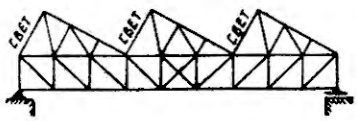
Вся система ферм статически определима.

На фиг. 173 покрытие состоит из 2-х балочных ферм; опора *A* на стене—неподвижна, опора *B*—подвижна; в *C* фермы соединены шарнирно.

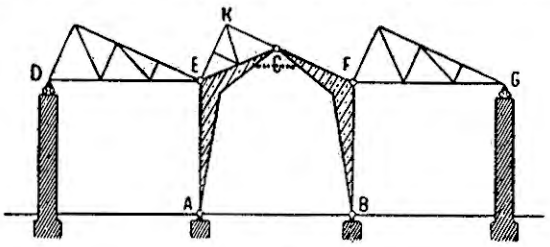
Неподвижная опора имеет 2 неизвестных, 2 подвижные опоры — 2 неизвестных и шарнир *C* — 2 неизвестных; для этих 6 неизвестных имеется 6 уравнений равновесия. На фиг. 174 представлено перекрытие из 3-х балочных ферм.

Сумма горизонтальных давлений ветра передается на опору A, и стена при этом подвергается опрокидывающему моменту, тем бо́льшему, чем выше стена.

Стена должна быть соответствующей прочности, и выбранная конструкция целесообразна, если не приходится значительно усиливать стену.



Фиг. 175.

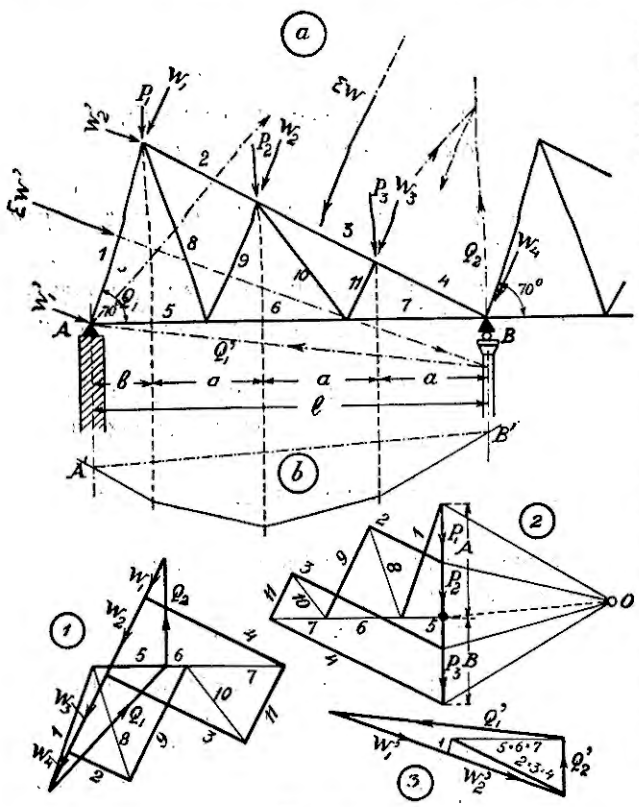


Фиг. 176.

Для устранения действия горизонтальных сил на стену профессор Ландсберг предложил ввести в систему арочные фермы, которые, соединяясь с балочными, могут воспринимать горизонтальные давления и передать их своим фундаментам. Неподвижная опора балочных ферм находится на арочной ферме, подвижная — на стенах. Чтобы вся система была статически определимой, устраивают трехшарнирные арочные фермы.

На фиг. 176 показано такое устройство. В среднем пролете помещена трехшарнирная арка, на которую опираются 2 боковые балочные фермы; в E и F — их неподвижные опоры, D и G — их подвижные опоры.

Расчет балочных ферм производится на общих основаниях.



Фиг. 177.

На фиг. 177 представлена ферма, для которой вычерчена диаграмма усилий от вертикальной нагрузки и от давления ветра.

Давление ветра.

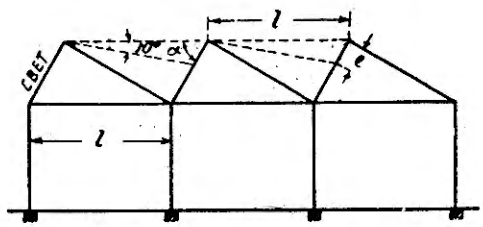
Более неблагоприятный случай — действие ветра на крутой скат. Первый скат весь открыт давлению ветра, последние же — лишь в верхней их части, как видно на фиг. 178.

Давление ветра на первый скат:

$$W_1 = F_1\ W \sin(\alpha + 10^\circ),\ \text{где}\ F_1 = \text{площадь нагрузки} = ab,$$

$$a = \text{длина ската},\ b = \text{расстояние между фермами}.$$

$$W = 180\ кг/м^2\ \text{или}\ W = 125\ кг/м^2\ S;\ [W_1 = FW \sin\ (\alpha^\circ + 10^\circ)].$$



Фиг. 178.

Давление ветра на 2-й скат и последующие:

$$W_2 = F_2\ W \sin(\alpha^\circ + 10^\circ);$$

F_2 — площадь нагрузки $(= eb)$

$$e = \frac{l \sin 10^\circ}{\sin(\alpha^\circ + 10^\circ)};\quad l = \frac{a}{\cos\alpha},$$

$$e = \frac{a \sin 10^\circ}{\cos\alpha\ \sin(\alpha^\circ + 10^\circ)}.$$

На фиг. 179 представлено перекрытие шедовыми фермами, расположенными на решетчатых балках, чтобы меньше стеснить рабочую площадь колоннами.

Пролет фермы (фиг. 179,$_3$) $l = 5{,}5$ *м*, высота $h = 2$ *м*, высота вертикальной остекленной поверхности $h_1 = 1{,}7$ *м*.

Фермы устанавливаются между решетчатыми балками *I* пролетом $l_1 = 12$ *м* и высотой $h = 2$ *м* (фиг. 179,$_5$), служащими для остекления поверхности высотою h_1.

Балки *I* помещаются на решетчатых балках *II* (фиг. 179,$_4$) пролетом $l_2 = 11$ *м* и высотой $h_2 = 0{,}75$ *м*, которые лежат на колоннах в расстоянии $l_1 = 12$ *м* друг от друга.

На фиг. 179,$_{3,4,5}$ указаны вертикальные узловые нагрузки для фермы и решетчатых балок.

Для балки *I* (фиг. 179) узловая нагрузка Q от веса стекла и собственного веса распределена по верхнему поясу;

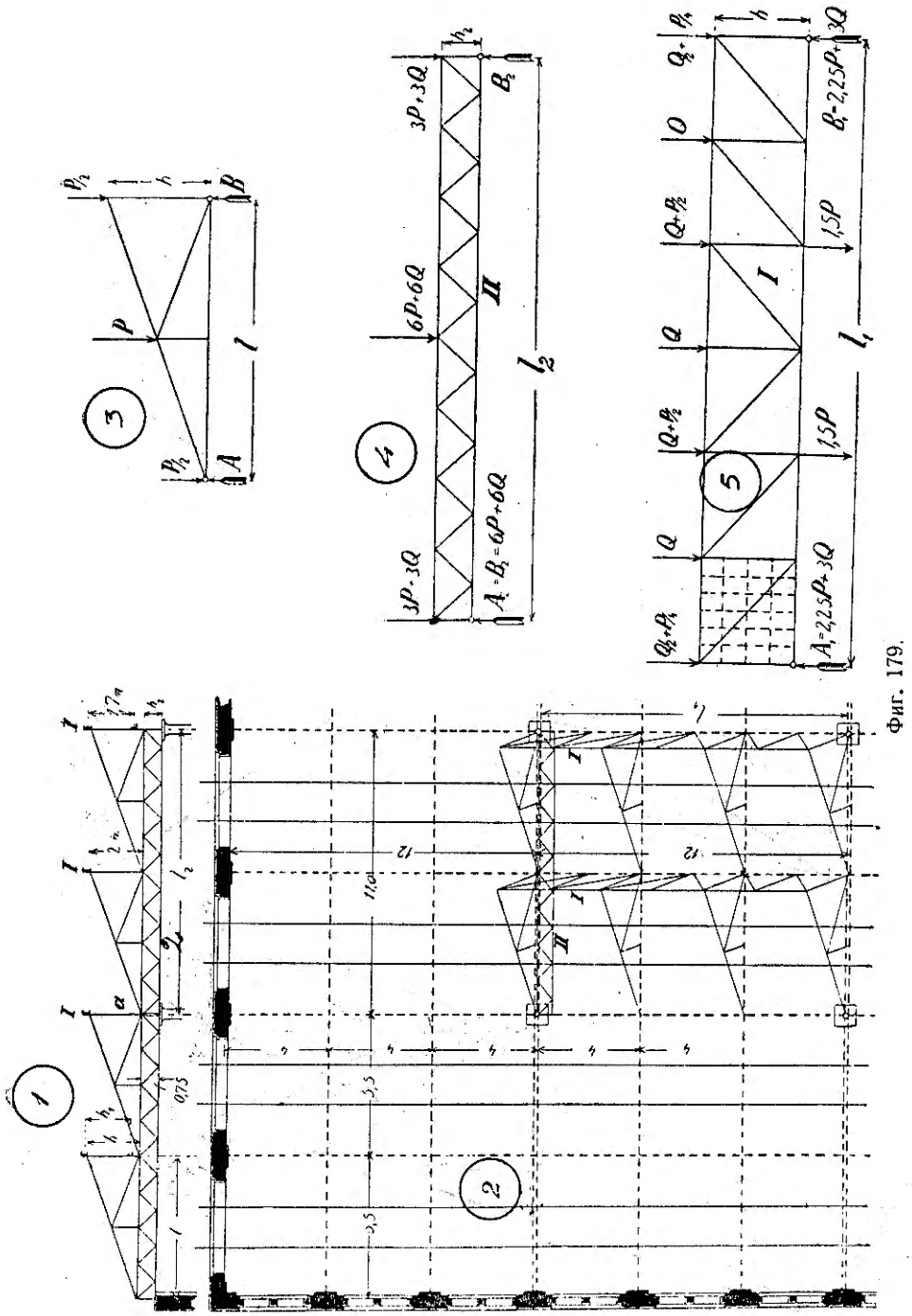
$$Q = q \cdot a \cdot h_1;\qquad a = 2\ м;\qquad h_1 = 1{,}7\ м.$$

Нагрузку q от веса стекла в 5 *мм* толщиной и собственного веса балки на 1 *кв. м* площади можно принять $= 35$ *кг*.

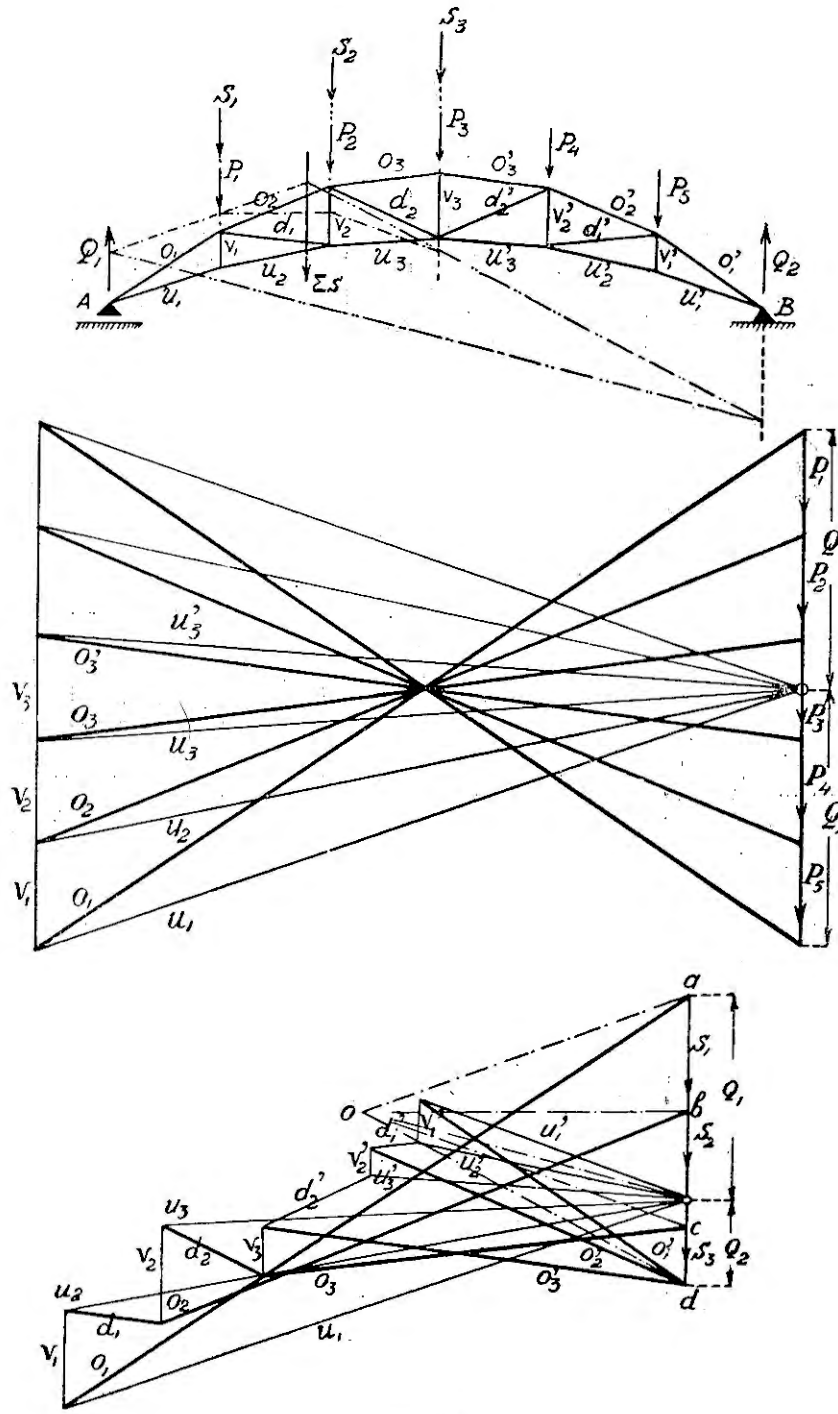
К нижнему поясу приложены давления от ферм $= 1{,}5P$.

На фиг. 179,$_4$ представлена узловая нагрузка для решетчатой балки *II*.

Указанное устройство перекрытия является целесообразным для юга, где выпадает мало снега и поэтому в разжелобках *a* не образуются большие мешки снега, как на севере, затемняющие свет и подлежащие частой очистке.


1
2
3
4
5
I
II
P
A
B
P_1
P_2
h
l
l_1
l_2
h_1
h_2
$A_1=B_1=6P+6Q$
$A_1=2,25P+3Q$
$B_1=2,25P+3Q$
$3P+3Q$
$6P+6Q$
Q_1+P_1
Q_2+P_2
Q
O
1,5P
11,0
12
3,5
0,75
2 m
1,7 m

Фиг. 179.

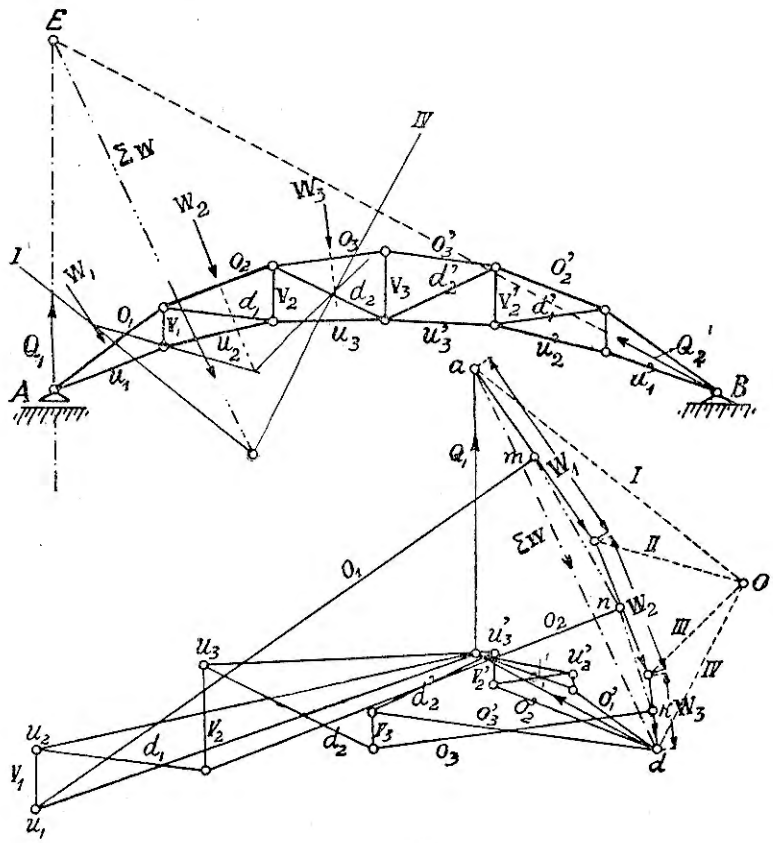


Фиг. 180.

Серповидные фермы.

В серповидных фермах узлы поясов располагаются на кривых и панели обычно являются сторонами вписанных многоугольников; стержни верхнего пояса рассчитываются по осевым усилиям.

На фиг. 180 представлена серповидная (параболическая) ферма, для которой построена диаграмма усилий стержней фермы от вертикальной нагрузки и одностороннего действия снега.



Фиг. 181.

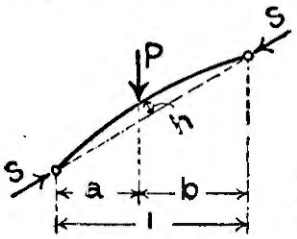
На фиг. 181 построена диаграмма от действия ветра со стороны подвижной опоры.

Давления ветра W_1, W_2 и W_3 на панели определяются графически, как указано было выше (стр. 97). В многоугольнике сил представлены эти давления.

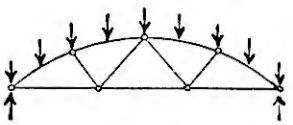
Для определения реакций Q_1 и Q_2 построен веревочный многоугольник для этих сил, дающий положение их равнодействующей ΣW. Продолжая направление последней до пересечения с направлением (вертикальным)

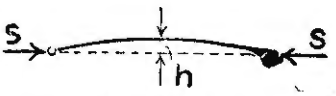
реакции Q_1, получаем точку E, через которую проходит направление другой реакции Q_2. В многоугольнике сил ΣW разложена по полученным направлениям и определены реакции Q_1 и Q_2.

Узловая нагрузка представлена в многоугольнике сил; на узлы панели 0_1 приходится половина давления $W_1 = am$; на узлы второй панели 0_2 половина давления W_2 и т. д.; давления ветра в узлах от каждой панели складываются в равнодействующую, как показано в многоугольнике сил. Для определенных узловых нагрузок построена диаграмма Максвелля — Кремоны.



Фиг. 182.


Фиг. 183.



Фиг. 184.

Если стержни верхнего пояса — криволинейны (фиг. 182, 183), то они подвергаются действию осевых усилий и изгибу.

Изгибающий момент $M = S \cdot h$ (фиг. 182), где S — усилие стержня, h — стрела подъема.

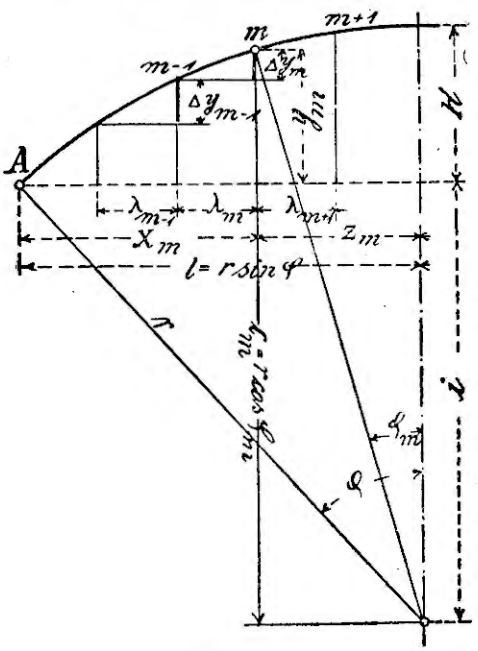
Напряжение стержня:

$$\sigma = \frac{M}{W} + \frac{S}{F},$$

F — площадь стержня, W — момент сопротивления.

При большей кривизне верхнего пояса (фиг. 183, 184) для уменьшения напряжения, вызываемого моментом M, располагают также обрешетины по середине панели, как указано на фиг. 183, 184. В этом случае напряжение стержня верхнего пояса (фиг. 182):

$$\sigma = \left(\frac{P \cdot a \cdot b}{l} - S \cdot h\right)\frac{1}{W} + \frac{S}{F}.$$



Фиг. 185.

Часто *кривая представляет собою дугу окружности* радиуса r.

Если длина пролета $L = 2l$ и стрела подъема $= H$ (фиг. 185), то имеют место следующие соотношения, приближенные с достаточной точностью:

Величина радиуса:

$$r = \frac{l^2 + H^2}{2H}$$

Длина дуги:

$$b = \sqrt{4l^2 + \frac{16}{3} H^2}$$

$$l = r \cdot \sin\varphi; \qquad c_m = r \cdot \cos\varphi_m;$$

$$z_m = r \cdot \sin\varphi_m; \qquad \lambda_m = z_{m-1} - z_m;$$

$$y_m = c_m - i; \qquad \Delta y_m = c_m - c_{m-1}.$$

Наиболее выгодной из серповидных ферм в смысле экономии материала является параболическая ферма, однако изготовление верхнего пояса по параболе труднее, чем по дуге круга.

Параболическая серповидная ферма.

На фиг. 180, 186 представлены параболические серповидные фермы; узлы обоих поясов расположены на параболах.

Пусть даны: пролет фермы l, стрелы парабол h и h_1 и вертикальная равномерно-распределенная нагрузка по верхнему поясу.

Уравнение верхней параболы относительно точки A опоры:

$$y = \frac{4h}{l^2}(lx - x^2\ ^{1)}).$$

Уравнение нижней параболы относительно той же точки A

$$y_1 = \frac{4h_1}{l^2}(lx - x^2).$$

---

[1]) Пусть дана парабола ACB с вершиной в точке C и стрелой h (фиг. 186).

Примем точку A за начало прямоугольной системы координат, горизонтальная ось которой X направлена по AB.

Для точки A параболы имеем:

$$\left(\frac{l}{2}\right)^2 = 2ph.$$

Для точки D, координаты которой обозначим через x, y, имеем:

$$\left(\frac{l}{2} - x\right)^2 = 2pz.$$

Взяв отношение этих 2 выражений, получаем:

$$\frac{z}{h} = \frac{\left(\frac{l}{2} - x\right)^2}{\left(\frac{l}{2}\right)^2},$$

отсюда

$$z = h\left(1 - \frac{2x}{l}\right)^2.$$

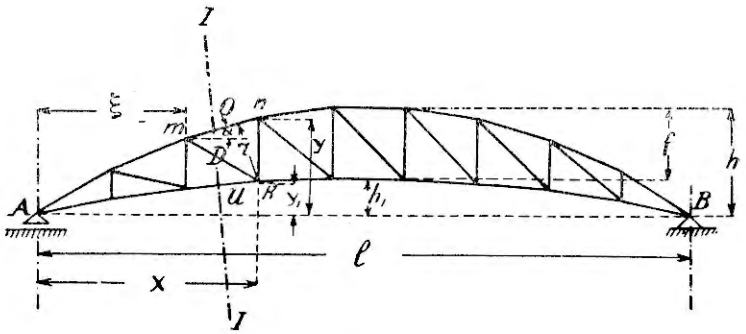
Вставляя в последнее выражение значение $z = h - y$, получаем уравнение параболы относительно A:

$$h - y = h\left(1 - \frac{2x}{l}\right)^2.$$

$$y = \frac{4h}{l^2}(lx - x^2).$$

1. Определение усилий поясов.

Проводим сечение $I-I$ через какую-нибудь панель верхнего пояса (фиг. 187, 188).



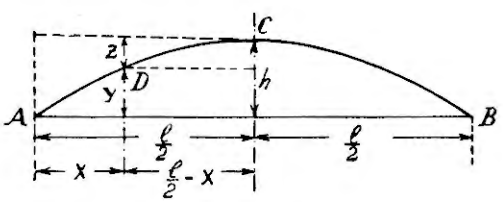
Фиг. 187.

Усилие O верхнего пояса определится из уравнения моментов относительно точки k, координаты которой $= x$, y_1.

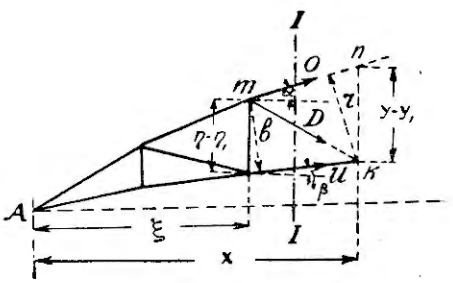
$$Or + M_x = 0;$$

$r = nk \cos\alpha$, где α — угол, образуемый панелью с горизонтальной линией, r — перпендикуляр, опущенный из точки k на направление O (фиг. 186):

$$nk = y - y_1;\ r = (y - y_1)\cos\alpha = \frac{4}{l^2}(h - h_1)(lx - x^2)\cos\alpha.$$



Фиг. 186.



Фиг. 188.

Вставляя вместо $h - h_1$ стрелу фермы f, имеем:

$$r = \frac{4f}{l^2}(lx - x^2)\cos\alpha.$$

$$O \cdot \frac{4f}{l^2}(lx - x^2)\cos\alpha = -M_x,$$

отсюда:

$$O\cos\alpha = -\frac{M_x l^2}{4f(lx - x^2)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Усилие U нижнего пояса определится из уравнения моментов, взятых относительно точки m, координаты которой назовем через ξ и η:

$$U = \frac{M_\xi}{b}$$

$$b = (\eta - \eta_1)\cos\beta = \frac{4f}{l^2}(l\xi - \xi^2)\cos\beta$$

$$U\cos\beta = \frac{M_\xi l^2}{4f(l\xi - \xi^2)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

При равномерно-распределенной нагрузке на всю ферму

$$M_x = \frac{p}{2}(lx - x^2) \quad \text{и} \quad M_\xi = \frac{p}{2}(l\xi - \xi^2).$$

Вставляя значения моментов в выражения (1) и (2), имеем:

$$O\cos\alpha = -\frac{pl^2}{8f}.$$

$$U\cos\beta = \frac{pl^2}{8f}.$$

Горизонтальные составляющие усилий верхнего и нижнего поясов одинаковы по абсолютной величине и равны наибольшему моменту $\left(\frac{pl^2}{8}\right)$, *деленному на стрелу фермы* f.

Так как все моменты относительно узловых точек положительны ($lx > x^2$), то все стержни верхнего пояса сжаты, нижнего — растянуты.

Наибольшей величины усилия поясов достигают при полной нагрузке на всю ферму.

Из условия равновесия какого-либо узла, например e (фиг. 189), верхнего пояса следует:

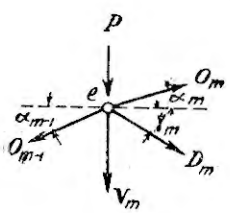
$$O_m\cos\alpha_m - O_{m-1}\cos\alpha_{m-1} + D_m\cos\gamma_m = 0.$$

Так как

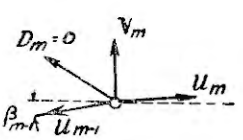
$$O_m\cos\alpha_m = O_{m-1}\cos\alpha_{m-1} = \frac{pl^2}{8f},$$

то

$$D_m\cos\gamma_m = 0, \quad \text{т. е.} \quad D_m = 0.$$



Фиг. 189.



Фиг. 190.

При вертикальной равномерно распределенной нагрузке на всю ферму усилия всех диагоналей равны нулю.

Из условия равновесия узла нижнего пояса (фиг. 190) получаем выражение усилия вертикали:

$$V_m + U_m\sin\beta_m - U_{m-1}\sin\beta_{m-1} = 0.$$

$$\left(U_m = \frac{pl^2}{8f\cos\beta_m};\quad U_{m-1} - \frac{pl^2}{8f\cos\beta_{m-1}}\right).$$

$$V_m = \frac{pl^2}{8f}(\operatorname{tg}\beta_m - \operatorname{tg}\beta_{m-1}) = 0.$$

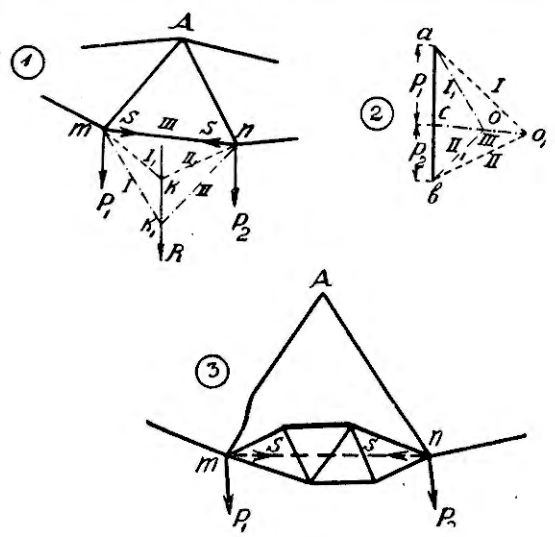
$$V_m = -\frac{pl^2}{8f}(\operatorname{tg}\beta_m - \operatorname{tg}\beta_{m-1}).$$

На фиг. 180 и 181 представлены диаграммы Максвелля-Кремоны для параболической фермы от вертикальной нагрузки одностороннего давления снега и от давления ветра.

Для красоты заменяют параболы фермы дугами окружностей, при этом увеличение веса фермы бывает незначительным.

2. Влияние внешних сил, приложенных вне узлов.

Предположим, что на стержень фермы mn (фиг. 191,$_1$) действуют внешние силы, равнодействующая которых равна R. Последняя вызывает в узлах m и n давления, которые разлагаем на 2 составляющие: одну, параллельную силе R, и другую, направленную по стержню mn.



Фиг. 191.

На направлении силы R берем произвольно точку k, которую соединяем с m и n. Полученный треугольник mkn рассматриваем, как веревочный многоугольник сил ao_1b (фиг. 191,$_2$); ab представляет по величине и направлению равнодействующую R; I — давление в узле m, II — давление в узле n. Одна составляющая давления $I = P_1$ параллельна силе R, другая oc направлена по оси стержня mn и равна S. Давление в узле $n = II$ представлено своими составляющими P_2 и S.

S обоих узловых давлений равны и прямо противоположны. Если на направлении силы R возьмем какую-нибудь точку k_1 и произведем то же построение, получим те же величины составляющих давлений P_1 и P_2; составляющие S изменяют свою величину, но равны между собой и прямо противоположны. Силы P_1 и P_2 являются известными величинами, силы S—

неизвестными, направленными по оси стержня. Если удалить из фермы стержень mn и действующие на него силы заменить силами P и S, приложенными в узлах m и n, то равновесие фермы не нарушится и из условия равновесия можно определить силы S. Сила S при наличии стержня является его внутренним усилием. Заменяя силы R, действующие между узлами стержня, силами P_1 и P_2, приложенными в узлах, имеем случай узловой нагрузки, и для определения усилий S надо рассмотреть стержень mn совместно со всей системой.

Размеры стержня mn определяются по формуле:

$$k = \frac{M}{W} + \frac{S}{F},$$

где M — наибольший момент сил, изгибающих стержень.

S — усилие, действующее по оси стержня.

Определенные усилия S не зависят от формы стержня mn и будут теми же по величине и направлению, если вместо стержня в основную систему включить между узлами m и n жесткую фермочку (фиг. 191,$_3$).

Стержень mn, или заменяющая его фермочка, будет подвергаться действию реакций шарниров m и n; эти реакции равны и противоположны выше указанным величинам составляющих P_1, P_2 и S; зная силы, действующие на фермочку, и реакции, можно определить усилия в ее элементах.

Приведенные рассуждения могут служить для приближенного рассчета сложных ферм, представлющих собой статически определимые системы, в которых отдельные стержни заменены жесткими фермами.

Сложные фермы.

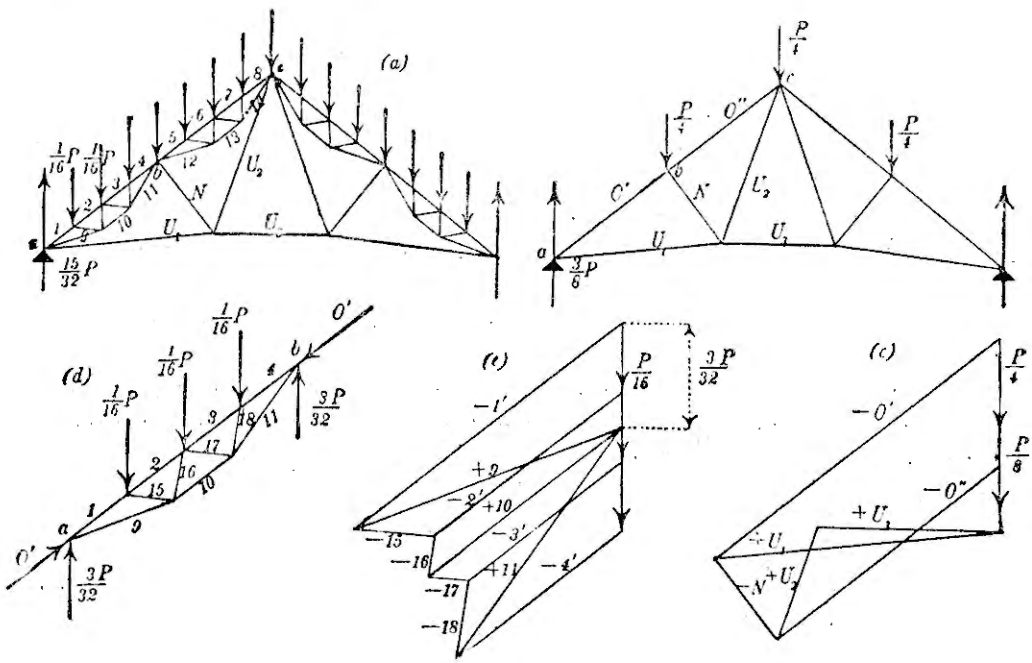
На фиг. 192a представлена простая ферма Полонсо, панели верхнего пояса которой заменены рыбовидными фермочками; горизонтальное расстояние между узлами верхнего пояса одинаковое. Положим, что полная равномерно распределенная нагрузка на ферму $= P$, тогда узловая нагрузка, распределенная по верхнему поясу, составит $\frac{P}{16}$.

Изложенный выше способ применяется для данного случая. Предположим, что фермочки верхнего пояса заменены прямолинейными стержнями, т. е. имеем простую ферму Полонсо (фиг. 192b); в главных узлах b, c, d надо приложить еще вертикальные составляющие сил, действующих между ними; узловая нагрузка равна:

$$\frac{P}{16} + \frac{3P \cdot 2}{16 \cdot 2} = \frac{P}{4}.$$

Для этих сил строим диаграмму Максвелля-Кремоны, из которой определяем усилия стержней (фиг. 192c).

Затем рассматриваем каждую фермочку панелей верхнего пояса отдельно. На фермочку ab (фиг. 192c) действуют силы $\left(\frac{P}{16}\right)$, приложенные в ее узлах, опорные сопротивления $\frac{3P}{32}$ и сжимающие усилия O'. Эти усилия, определенные из диаграммы (c) и направленные по оси ab, оказывают свое действие только на верхний пояс ab фермочки, сжимая его. Для фермочки построена диаграмма Кремоны (фиг. 192e), из которой определяются усилия ее стержней. К усилиям 1, 2, 3, 4 верхнего ее пояса надо еще прибавить сжимающее усилие O_1.



Фиг. 192.

Таким же путем определяются усилия в стержнях фермочки bc.

Если ферма не особенно сложна, можно построить общую диаграмму усилий.

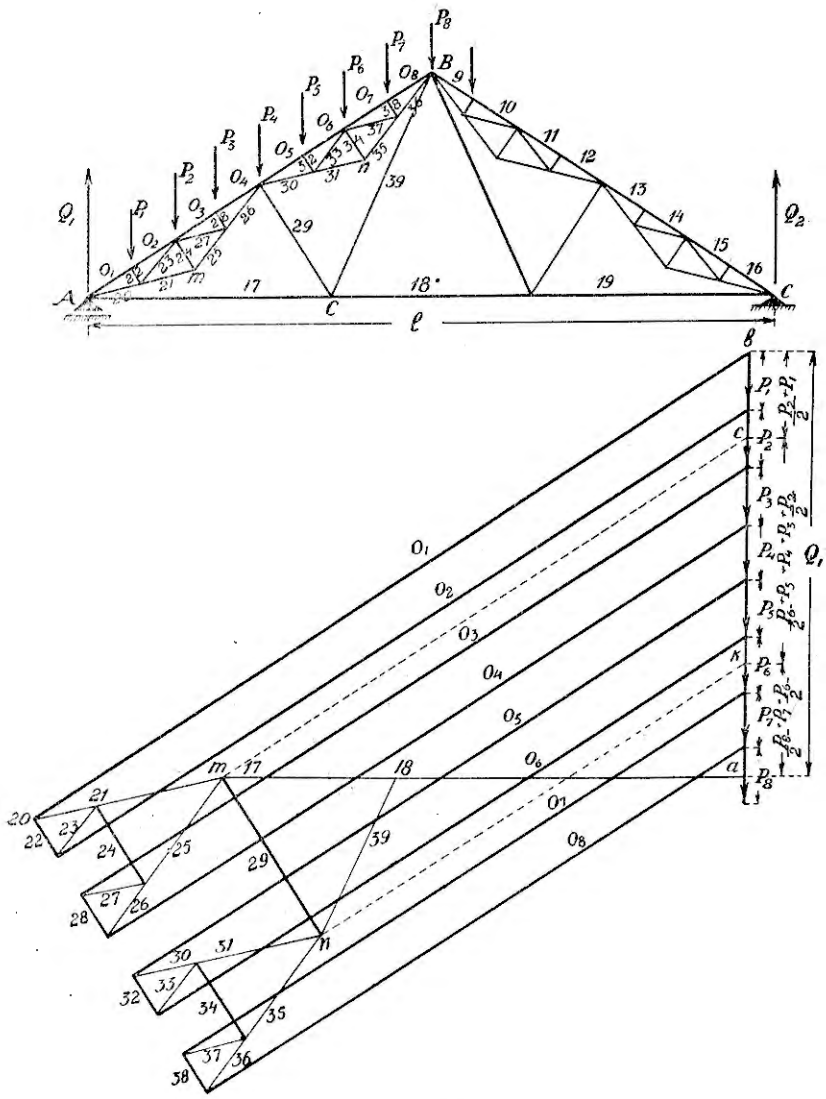
На фиг. 193 представлена простая ферма Полонсо, у которой панели верхнего пояса заменены сложными фермочками Полонсо; для фермы построена общая диаграмма усилий.

Пусть горизонтальное расстояние между узлами верхнего пояса одинаково; узловая нагрузка $P_1 = P_2 = P_3 = P_4 = P_5 = P_6 = P_7 = P_8 = P$; $Q_1 = Q_2 = 7^1/_2 P$.

Заменяем фермочки Abm и bBn прямолинейными стержнями Ab и Bb и распределяем нагрузку фермочки Abm по узлам A и b (узел b — сред-

ний, к нему приложена сила P_1), а нагрузку фермочки bBn по узлам b и B. В опорном узле A действует сила, равная

$$Q_1 - \left(P_1 + \frac{P_2}{2}\right) = Q_1 - 1{,}5P;$$



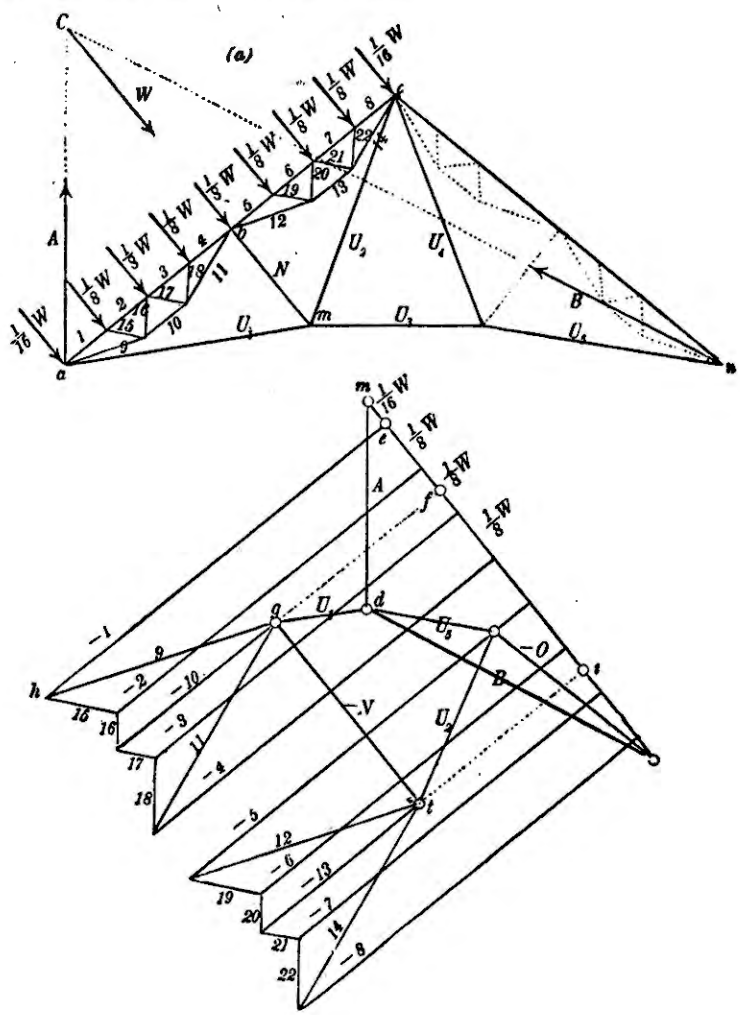
Фиг. 193.

проведя через точку c (см. диаграмму, $ac = Q_1 - 1{,}5P$) линию cm, параллельную Ab, и через точку a линию am, параллельную AC, получаем треугольник сил acm (am — усилие стержня 17, cm — усилие AB, если бы не было фермочки; линия cm вспомогательная и вычерчена пунктиром).

Переходим к узлу b, в котором действует нагрузка:

$$\left(P_4+P_5+P_3+\frac{P_6}{2}+\frac{P_2}{2}\right)=4P;$$

усилие прямого стержня Ab определено и равно cm; проведя через m линию mn, параллельную стержню 29, и через k — линию $k-n$ параллельно bB, находим усилие стержня 29.



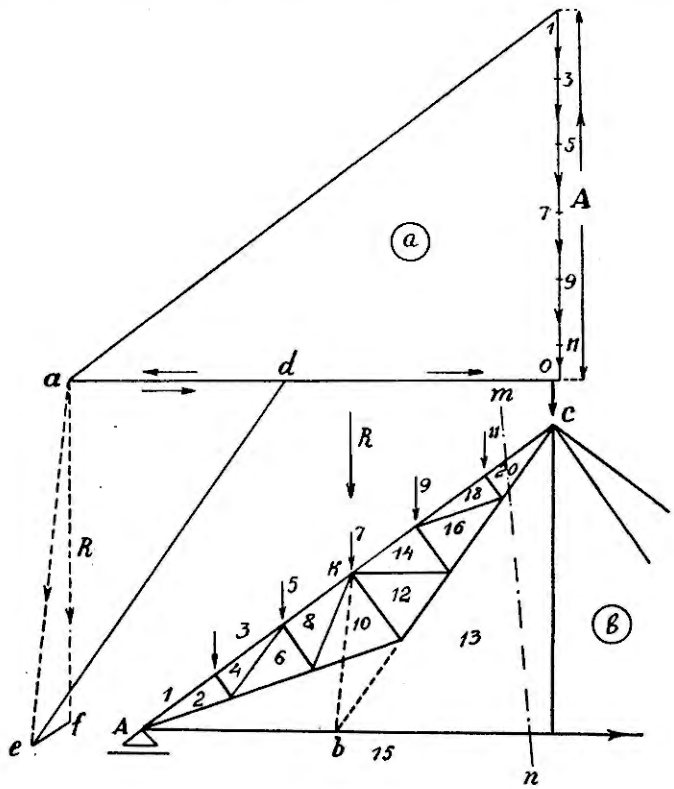
Фиг. 194.

Определив усилие в стержнях 17 и 29, можно построить общую диаграмму, как показано на фиг. 193. На фиг. 194 представлена общая диаграмма усилий стержней от давления ветра для фермы. На фиг. 195 представлена сложная ферма, для которой вместо расчленения ее на две

фермы определяем усилие затяжки 13—15. Сечением *mn* перерезаны три стержня 11—20, 20—13, 13—15.

Отбросив стержень 13—15 и приложив в опорном узле по его направлению внешнюю силу, равную найденному усилию 13—15 (фиг. 195*a*), можно построить диаграмму без затруднений.

Усилие 13—15 может быть найдено по способу Кульмана; в данном случае при симметричности внешних нагрузок проще определить усилие



Фиг. 195.

13—15 отдельно от реакции *A* и равнодействующей *R* узловых нагрузок. Реакцию *A* надо разложить на 2 направления, так как ее составляющая по направлению 13—20 равна нулю; составляющая *oa* представляет величину усилия 13—15 от реакции *A*. Для получения величины усилия 13—15 от равнодействующей *R* надо разложить ее по 3-м направлениям: 11—20, 20—13, 13—15. Продолжаем направление 20—13 до пересечения в точке *b* с направлением 13—15 (фиг. 195*b*) и соединяем точку *b* с точкой приложения равнодействующей *k* прямой *bk*.

На диаграмме проводим линию $af \parallel o1$ и откладываем величину равнодействующей $R = 1—3$, 3—5, 5—7, 7—9, 9—11; разлагаем ее на 2 соста-

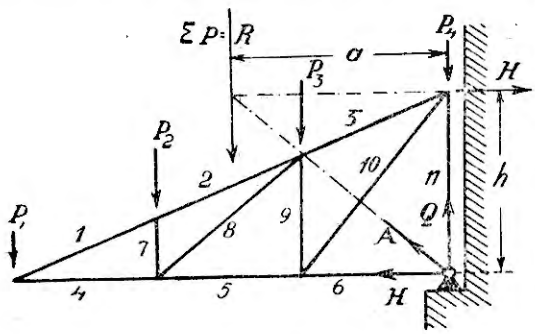
вляющие ef и ae по направлениям Ac и bk, а затем ae по направлениям bc и 13—15; ad представляет составляющую от R по направлению 13—15.

$od = oa - ad$ представляет полное усилие, получаемое от алгебраического сложения усилий 13—15 от реакции A и от R.

Навесы.

Навесные фермы бывают или свободно-висящими, когда один конец их неподвижно укреплен к самому зданию, а другой — свободен, или поддерживаемыми еще другой опорой, когда другой конец поддерживается, например, колонной.

На фиг. 196 представлена свободно-висящая консольная ферма. Неподвижная опора находится в A на стене. Внешние вертикальные силы P производят вертикальное давление в опоре A и, кроме того, стремятся вращать ферму моментом $\Sigma P \cdot a$.



Фиг. 196.

Для равновесия фермы необходимо, чтобы стена, к которой прикрепляется ферма, оказывала необходимое противодействие внешним силам.

Реакцию A разлагаем на 2 составляющие: вертикальную — Q и горизонтальную — H. Вертикальная составляющая направлена вверх и по величине должна равняться ΣP: из условия равновесия $\Sigma Y = 0$

$$-Q + \Sigma P = 0.$$

Силы Q и ΣP образуют пару сил, момент которой $M = \Sigma P \cdot a$. Этому опрокидывающему моменту стена должна оказывать противодействие. Момент, которым стена оказывает противодействие, представляем из 2-х равных прямопротивоположных сил H (фиг. 196). Момент этой пары $M_1 = Hh$.

Для равновесия необходимо, чтобы

$$M_1 = M; \; H \cdot h = R \cdot a, \text{ откуда}$$

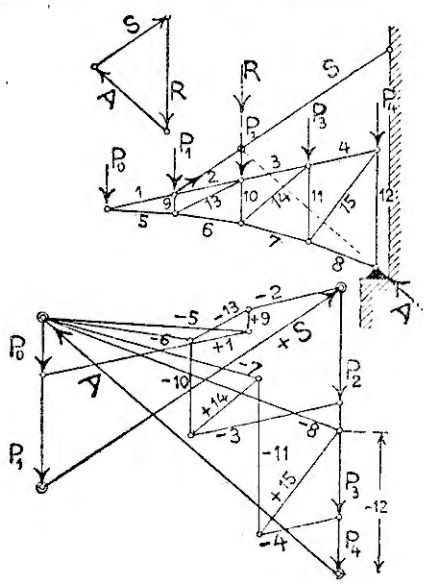
$$H = \frac{R \cdot a}{h}.$$

Реакции проще определяются графически.

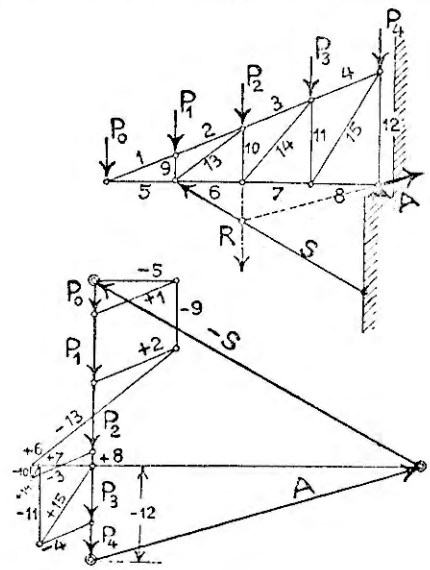
Если закрепить конец фермы к стене посредством горизонтального анкера, то усилие анкера должно равняться H (анкер растягивается

силой H; показанное на фиг. 196 направление H представляет усилие анкера, равное и противоположное растягивающей силе H).

На фиг. 197 представлена ферма навеса, удерживаемая тяжем S против опрокидывания. Устраивают навес с подкосом S (фиг. 198), который поддерживает свободный конец фермы. Устройство тяжа предпочтительнее устройства подкоса: подкос работает на сжатие, тяж — на растяжение; сечение длинного подкоса, рассчитанное на продольный изгиб, будет значительно сильнее сечения тяжа, кроме того при подкосе заграждается проход под фермой. Лучшее устройство с подкосом предста-



Фиг. 197.



Фиг. 198.

влено на фиг. 199 — более короткий подкос поддерживает навес системы Полонсо. Расчет производится обыкновенно на вертикальную нагрузку от собственного веса, облегченного (см. стр. 96) давления снега и ветра (для ветра берется вертикальная составляющая, отнесенная к горизонтальной проекции крыши).

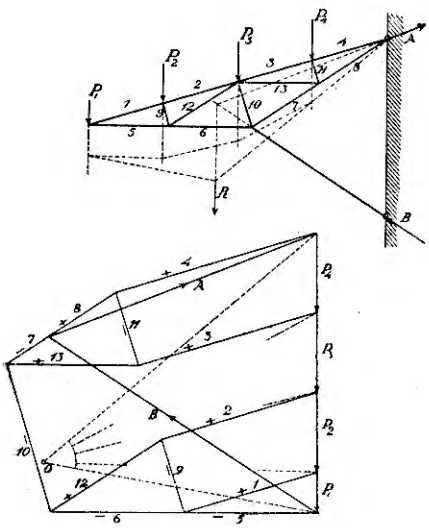
На фиг. 197—200 представлены навесы с построенными для них диаграммами от вертикальной нагрузки.

Строят план сил, откладывая силы по порядку одну за другой, определяют реакции и приступают к вычерчиванию диаграммы. При открытом навесе надо учесть возможное давление ветра снизу; в этом случае обычно принимают давление $= 0{,}75\ W_0$.

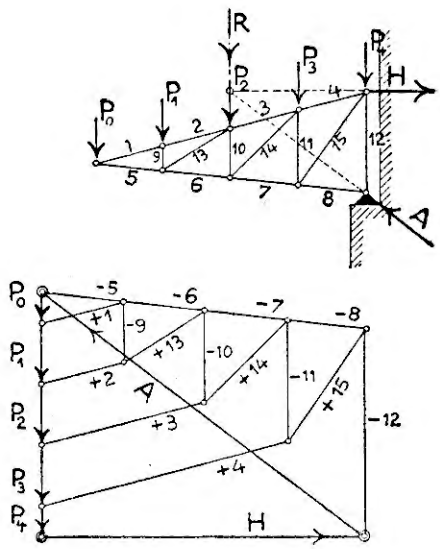
Построив диаграмму усилий стержней для этого случая и учтя усилия от собственного веса [1]), получают усилия при одновременном действии

[1]) Построив диаграмму усилий от вертикальных сил для узловой нагрузки $P = 1$ *м*, можно из нее определить усилия от общей нагрузки и отдельно от собственного веса.

собственного веса и давления ветра снизу. Надо при этом сопоставить полученные усилия с усилиями, определенными из диаграммы для вертикальной нагрузки от собственного веса, облегченного давления снега и ветра сверху (при одновременном их действии), и обратить внимание, не меняют ли знак усилия стержней, не будут ли при действии ветра снизу сжаты некоторые стержни, которые от вертикальной общей нагрузки были растянуты.



Фиг. 199.



Фиг. 200.

Фермы со свешенными концами.

Вертикальные нагрузки, приходящиеся в узлах верхнего пояса от собственного веса, облегченного давления снега и ветра при совместном их действии, определяются по общему приему (для простоты рассчета вводят вертикальную составляющую давления ветра).

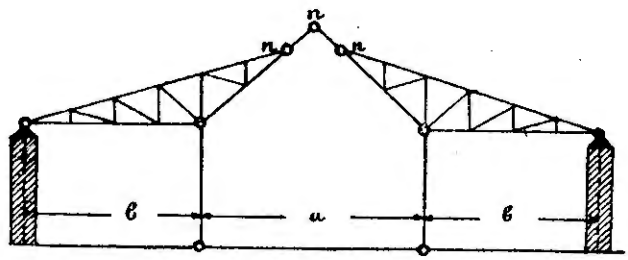
Величины опорных реакций при большом количестве сил проще определить аналитически, чем графически — построением веревочного многоугольника.

Реакция опоры фермы с одним свешенным концом — с его стороны наибольшая при полной нагрузке фермы: опора воспринимает давление от свешенной и средней части. Другая реакция приобретает наибольшее значение, если свешенная часть подвержена действию только собственного веса. Реакция приобретает наименьшее значение, если свешенная часть подвержена полной нагрузке, а средняя — только нагрузке собственного веса. Если при этом реакция направлена вниз, то надо прикрепить конец фермы болтами к опоре, чтобы он не поднимался.

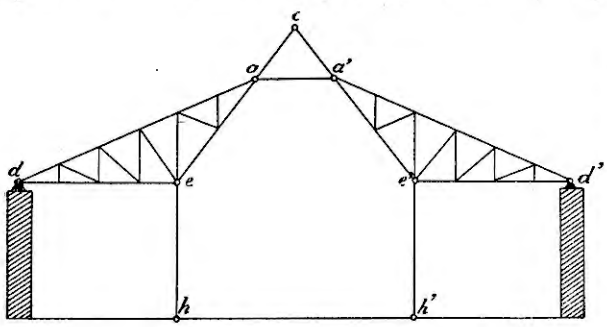
Определив реакции, строят план сил, откладывая их в порядке одна за другой, вводят реакции, замыкая этим план сил, и приступают к определению усилий стержней построением диаграммы Кремоны. Начинают с крайнего узла свешивающегося конца. Построение не встречает никаких затруднений.

Кроме указанной диаграммы, надо построить диаграмму усилий для давления ветра снизу, как указано выше при консольных навесах.

На фиг. 201*a* представлена уравновешенная стропильная ферма с трехшарнирной средней частью *nnn*. Каждая из боковых ферм представляет ферму со свешивающимся концом, неподвижной опорой на стене и подвижной на качающейся колонне. Такая система (фиг. 201,*a*) была впервые применена проф. Ф. Ясинским в 1897 г. для Александровского завода Николаевской жел. дор. До того там же применена была та же система с треугольной балочной фермой в середине (фиг. 201,*b*) вместо трехшарнирной. Система с трехшарнирным фонарем имеет преимущество, так как получающийся распор от вертикальных сил в пятовом шарнире передается на стену в наружную сторону и таким образом уменьшает опрокидывающий стену момент, производимый действием ветра. Стена получает меньшие размеры. Выгодно брать соотношение между средним и крайними пролетами, как 1,5 : 1. Определив нагрузки от внешних сил, приходящиеся на каждый узел фермы, и, кроме того, давление, производимое средней частью (фонарем) на узел *n* фермы, находят реакции и приступают к вычерчиванию диаграммы Кремоны.



Фиг. 201*a*.

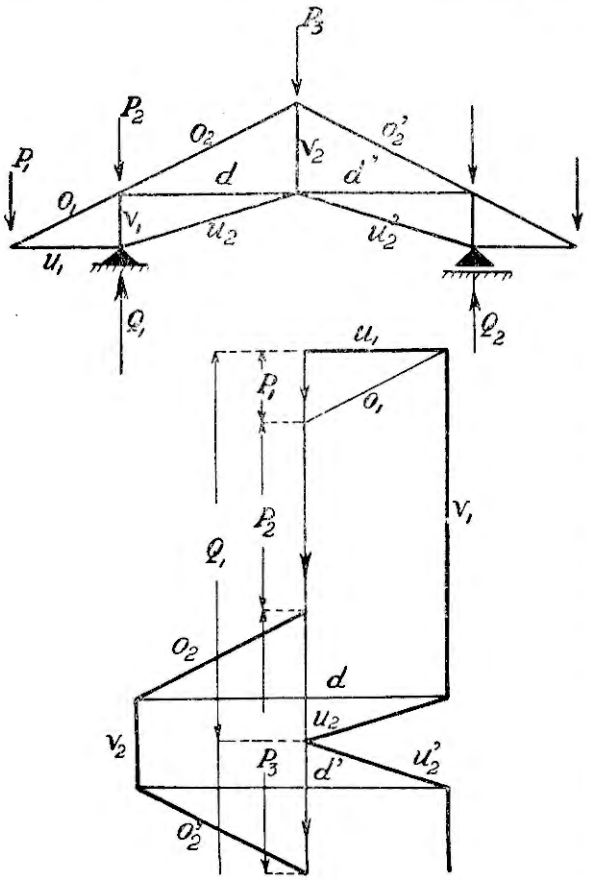


Фиг. 201*b*.

На фиг. 202 и 203 предоставлены фермы с 2-мя свешивающимися концами, подверженные действию вертикальных сил, для которых построены диаграммы.

В случае симметричности фермы и полной нагрузки ее при q *кг* на *кв. м* ее горизонтальной проекции реакции ее Q_1 и Q_2 равны между собой. Для фермы, представленной на фиг. 202,

$$Q_1 = Q_2 = P_1 + P_2 + \frac{P_3}{2}.$$



Фиг. 202.

Построение диаграммы не встречает затруднений; начинают с крайнего узла свешивающегося конца.

Особенностью внешнего вида диаграмм для таких ферм является расположение их по обе стороны плана сил. Рассматривая такие диаграммы, мы замечаем, что усилия стержней свешивающейся части, кроме опорной стойки, зависят только от приходящейся на эту часть нагрузки.

Для фермы с 2-мя свешивающимися частями и нагрузкой, равномерно распределенной на всю длину, величина опорной реакции A принимает следующее значение (фиг. 204):

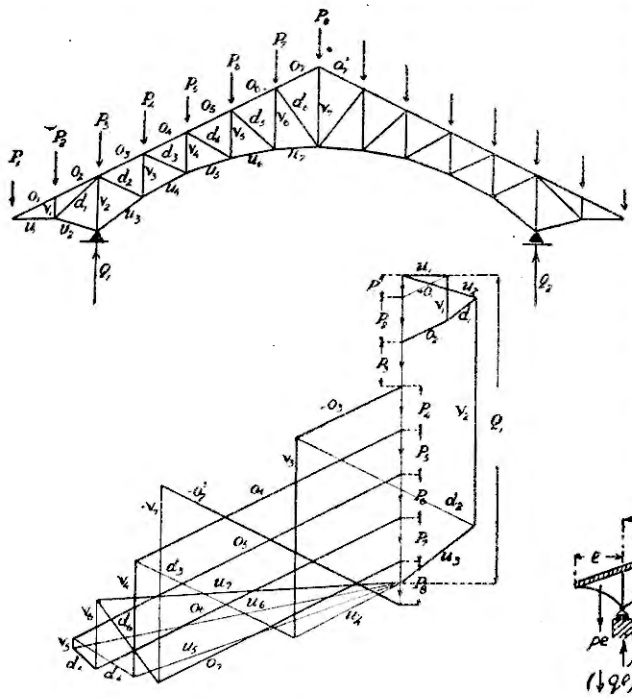
$$A \cdot l = \frac{pl^2}{2} + pe\left(\frac{e}{2} + l\right) - \frac{pe_1^2}{2}.$$

Из этого выражения видно, что нагрузка свешенной части над другой опорой B уменьшает величину реакции A; поэтому величина A получает наибольшее значение, если эта свешивающаяся часть не будет нести никакой нагрузки от внешних сил — снега и ветра — и будет подвержена лишь действию своего собственного веса ($p = g$ *кг/м²*); остальная же часть фермы должна быть при этом нагружена возможно большой нагрузкой (от собственного веса, снега и ветра) q *кг/м²* — горизонтальной проекции фермы:

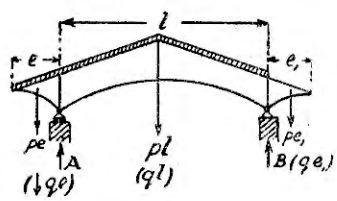
$$A_{max} = \frac{1}{l}\left[q\frac{l^2}{2} + qe\left(l + \frac{e}{2}\right) - g\frac{e_1^2}{2}\right].$$

Диаграмма при A_{max} строится по общему приему.

На фиг. 148 представлена ферма с 2-мя консолями для вокзалов, установленная на чугунных колоннах. Внизу колонны закреплены, капители их в верхней части соединяют с той целью, чтобы горизонтальная составляющая давлений ветра воспринималась обеими колоннами и тем получились меньшие размеры для сечения колонн. Неподвижная опора устанавливается на одной колонне, подвижная — на другой. Чтобы было меньше колонн, стесняющих движение, берут бо́льшее расстояние между



Фиг. 203.



Фиг. 204.

фермами (до 8 *м*), для чего применяют решетчатые обрешетины [1]) (фиг. 148) и между фермами ставят промежуточную ферму, спирающуюся на указанные обрешетины. Верхние обрешетины передают нагрузку в узлы решетчатой обрешетины и на обрешетины *b* и *c* прокатного профиля, лежащие на главных и промежуточных фермах.

Трехшарнирные арочные фермы.

Эти фермы, как уже было указано на стр. 53, имеют 2 нижние (пятовые) шарнирные опоры и один промежуточный шарнир. В отличие от вышерассмотренных балочных ферм реакции, вызываемые внешней вертикальной нагрузкой в пятовых шарнирах, имеют не вертикальное направление, а наклонное. Наклонные реакции могут быть разложены на вертикальные и горизонтальные составляющие; последние направлены

[1]) См. ниже стр. 279.

внутрь. Арочная ферма стремится раздвинуть опоры, распирает их, но так как эти опоры укреплены, то они оказывают этому распору, действующему наружу, противодействие, которое направлено внутрь.

Фермы, у которых пятовые шарниры укреплены на фундаменте (фиг. 215, 216, 217), нашли применение по преимуществу в постройке фабричных корпусов, складов, рынков, станционных навесов. Горизонтальный распор воспринимается фундаментами. Фермы, представленные на фиг. 213, 220, применяются для перекрытия зданий; пятовые шарнирные опоры устанавливаются на стенах или колоннах и для восприятия горизонтального распора опорные шарниры соединяются затяжкой (фиг. 220); стены и колонны воспринимают лишь вертикальное давление. Распор растягивает затяжку, и чтобы она работала, устраивают одну пятовую опору на катках. Затяжка может быть горизонтальной или с подъемом (фиг. 220, 221), что делают чаще для лучшего внешнего вида. Затяжка снабжается стяжкой и соединяется с фермой посредством подвесок; если затяжка горизонтальна, то подвески испытывают напряжение от собственного веса. Как указано было выше на стр. 53—54, трехшарнирные арочные фермы являются статически определимыми.

Рассчет ферм. Определение усилий в арочных фермах производится так же, как для балочных ферм — путем построения диаграмм Максвелля-Кремоны. Сначала устанавливают величины узловых нагрузок, затем приступают к определению реакций пятовых опор, после чего можно начать построение диаграмм от действия различных нагрузок. Усилия стержней могут быть также найдены аналитическим путем, равно как и реакции опор.

1. Аналитическое определение реакций.

Пусть на ферму, представленную на фиг. 205 схематически дугой, действуют силы P_1, P_2 и P_3, которые вызывают реакции A и B. Разлагаем каждую реакцию на 2 составляющие — вертикальную и горизонтальную, как это показано на чертеже.

Для определения вертикальных составляющих имеем, как для балочной фермы, 3 уравнения:

$$\Sigma X = 0,\ \Sigma Y = 0,\ \Sigma M = 0.$$

Горизонтальные составляющие определяются из условия равновесия каждой половины фермы — добавочного уравнения: $\Sigma M_c = 0$, т. е. момент всех внешних сил, действующих на левую часть фермы или на правую ее часть, относительно промежуточного шарнира C должен быть равен нулю.

Взяв относительно центра шарнира B моменты всех сил, получаем:

$$\Sigma M = V_1 \cdot l - P_1 \cdot b_1 - P_2 \cdot b_2 - P_3 \cdot b_3 = 0,$$

откуда

$$V_1 = \frac{P_1 \cdot b_1 + P_2 \cdot b_2 + P_3 \cdot b_3}{l}, \text{ т. е.}$$

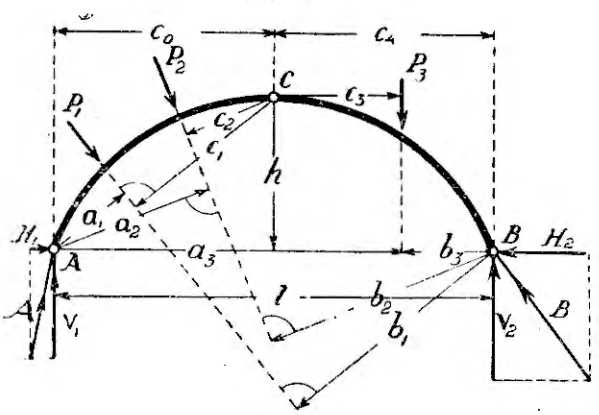
вертикальная составляющая определяется, как для простой балки.

На том же основании вертикальная составляющая реакции B

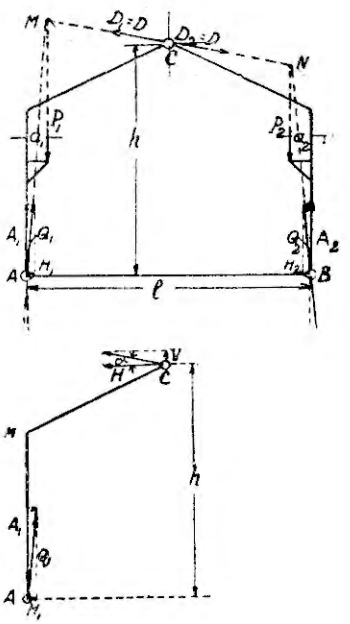
$$V_2 = \frac{P_1 \cdot a_1 + P_2 \cdot a_2 + P_3 \cdot a_3}{l}.$$

Горизонтальную составляющую H_1 реакции левого пятового шарнира находим из условия:

$$\Sigma M_c = 0.$$



Фиг. 205.



Фиг. 206.

Взяв моменты всех сил, действующих на левую половину фермы, относительно среднего шарнира C, имеем:

$$\Sigma M_c = -H_1 \cdot h + V_1 \cdot c_0 - P_1 \cdot c_1 - P_2 \cdot c_2 = 0,$$

откуда

$$H_1 = \frac{V_1 \cdot c_0 - P_1 \cdot c_1 - P_2 \cdot c_2}{h},$$

на том же основании

$$H_2 = \frac{V_2 \cdot c_4 - P_3 \cdot c_3}{h}.$$

Определив величины составляющих каждой реакции, находим угол наклона ее к горизонту (направление) и величину. В случае действия на ферму вертикальных сил горизонтальные составляющие равны между собою.

Рассмотрим для примера следующий случай действия вертикальных сил. Определим реакции для трехшарнирной фермы (фиг. 206), снабжен-

ной консолями для укладки пути мостового крана; пусть нагрузка, приходящаяся от крана на одну консоль, $= P_1$, а на другую консоль $= P_2$. Наклонные реакции пятовых шарниров разложены на вертикальные и горизонтальные составляющие: Q_1 на A_1 и H_1, Q_2 на A_2 и H_2. Левая часть фермы под действием сил P_1 и P_2 производит в среднем шарнире на правую часть давление D_1, вызывая с ее стороны реакцию D; обратно, правая часть производит на левую давление D_2. Так как шарнир C находится в равновесии, то оба давления D_2 и D_1 должны быть равны и направлены по одной прямой в противоположные стороны.

Разложим их на горизонтальную и вертикальную составляющие H и V и рассмотрим левую часть фермы.

Для равновесия необходимо:

$$H_1 = H;\ V + A_1 = P_1;\ V = -A_1 + P_1 \quad \ldots\ldots \quad (1)$$

Рассматривая правую часть, находим:

$$H_2 = H;\ V + P_2 = A_2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Горизонтальные составляющие реакций опор равны между собою:

$$H_1 = H_2 = H.$$

Величины вертикальных составляющих находим по предыдущему, как для простой балки: если $a_1 = a_2 = a$, то

$$A_1 = P_1 - \frac{a}{l}(P_1 - P_2) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

$$A_2 = P_2 + \frac{a}{l}(P_1 + P_2) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Величина распора H определяется по предыдущему из условия: $\Sigma M = 0$.

Взяв моменты всех сил, приложенных к левой части фермы, относительно среднего шарнира C, получаем по приведении:

$$H = \frac{a}{2h}(P_1 + P_2) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

Из выражений (1) и (3) находим

$$V = -A + P_1 = -P_1 + \frac{a}{l}(P_1 - P_2) + P_1 = \frac{a(P_1 - P_2)}{l} \quad \ldots \quad (6)$$

Можно определить угол наклона реакции D_1 в среднем шарнире:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{V}{H} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

Подставляя значения V и H в выражение (7), получаем:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2h}{l}\,\frac{P_1 - P_2}{P_1 + P_2}.$$

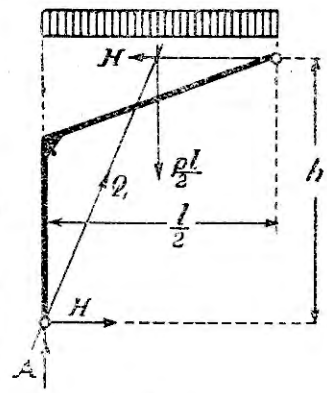
При равномерно-распределенной нагрузке p на всю ферму вертикальные составляющие A_1 и A_2 пятовых реакций равны $\frac{pl}{2}$ (фиг. 207), и величина H определяется из уравнения моментов:

$$-H \cdot h + \frac{pl}{2} \cdot \frac{l}{2} - \frac{pl}{2} \cdot \frac{l}{4} = 0,$$

откуда

$$H = p\,\frac{l^2}{8h}.$$

Из этого выражения следует, что при большем значении h получается меньшая величина распора. На этом основании выгоднее, если возможно, устроить шарнир в верхнем поясе; однако часто по конструктивным соображениям устраивают шарнир в нижнем поясе.



Фиг. 207.

2. Графическое определение реакций.

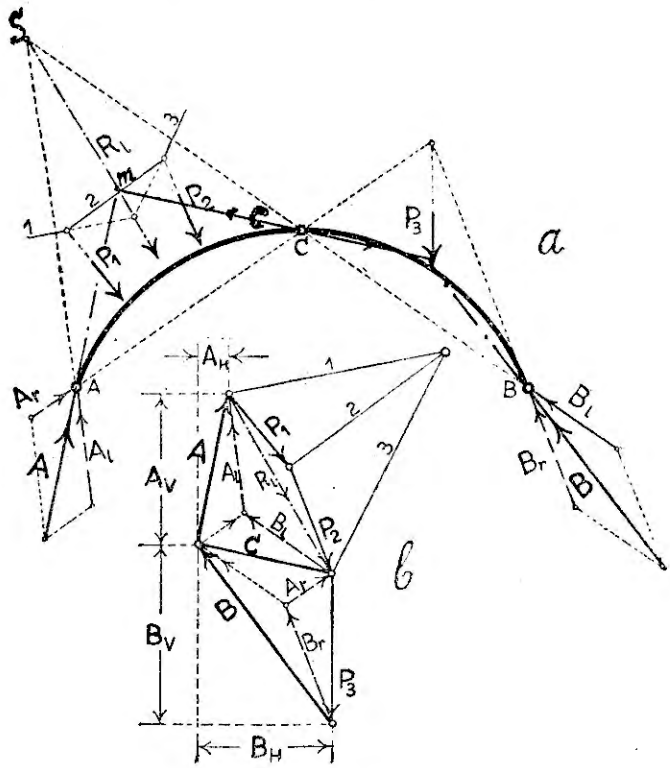
Это определение в общих и основных чертах уже было для уяснения вопроса приведено на стр. 54. Рассмотрим здесь графическое построение подробнее и возьмем вышеприведенный случай (фиг. 205, 208). Рассмотрим сначала действие сил P_1 и P_2 (P_3 пока не приложена). Силы P_1 и P_2, действующие на левую половину арки, заменяем их равнодействующей R_l. Построим для сего по общему правилу силовой и веревочный многоугольники; силовой дает величину R_l, веревочный — направление ее. Сила R_l вызывает в пятовых шарнирах реакции A_l и B_l, для которых известна лишь точка приложения, величина и направление сил неизвестны. Из рассмотрения условия равновесия может быть найдено направление одной реакции, и вопрос сведется к разложению силы R_l на 2 составляющих, из которых дано направление одной.

Правая часть арки находится в равновесии, к ней приложена одна сила — реакция B_l (сила P_3 временно исключена). Для равновесия необходимо, чтобы направление реакции B_l проходило через шарнир C, ибо только в этом случае плечо момента этой силы будет нуль и $M_c = 0$.

Сила R_l и вызванные ею реакции A_l и B_l находятся в равновесии и потому должны пересекаться в одной точке. Соединяя точки B и C прямой и продолжая направление BC до пересечения с направлением R_l, находим искомую точку S. Соединяем точки S и A прямой AS, получаем направление второй реакции A_l. Разлагаем силу R_l на 2 силы: A_l и B_l уже заданного (найденного) направления (фиг. 208, силовой многоугольник). Отбрасывая силы P_1 и P_2 и рассматривая лишь силы, действующие на правую часть арки, мы на основании тех же рассуждений получим реак-

ции A_r и B_r, вызываемые силами правой части, в данном случае — одной силой P_3; если бы их было несколько, то мы заменили бы их одной им равнодействующей, как поступили раньше по отношению к силам левой части.

В опоре A найдены 2 реакции: A_l — при действии сил только на одну левую часть арки и A_r — при действии силы на одну правую ее часть. При совместном действии сил, что имеет место в рассматриваемом случае, обе найденные реакции дают равнодействующую A, для чего в много-



Фиг. 208.

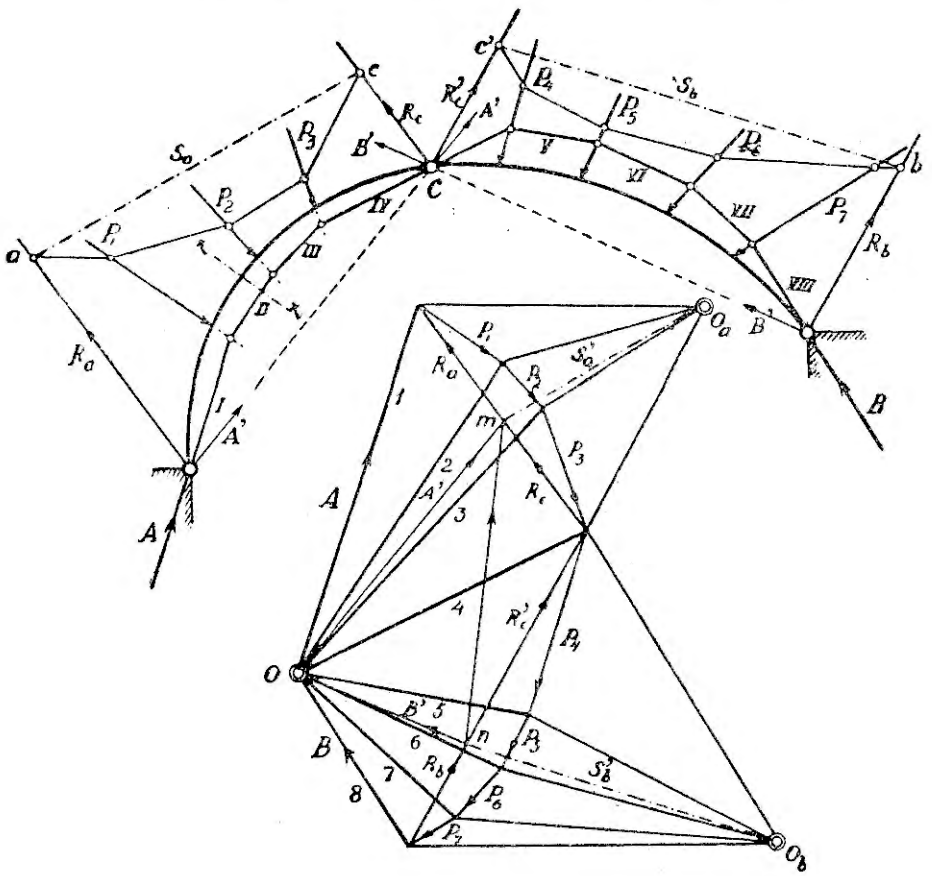
угольнике сил A_r сдвинута, перемещена параллельно самой себе и проведена замыкающая треугольник сил. Таким же образом получаем реакцию B по ее составляющим B_r и B_l. Давление C (фиг. 208, *b*) одной половины арки на другую при совместном действии всех сил находим из треугольника сил A_r и B_l. Так как левая часть фермы находится в равновесии, то равнодействующая внешних сил R_l, реакция A и реакция C, равная давлению левой части на правую, должны уравновеситься и пройти через одну точку; найдя направление реакции A, продолжаем до пересечения с равнодействующей R_l в точке m; соединяя точку m с центром шарнира C, находим направление реакции C и из треугольника сил ее величину.

Для симметричных ферм при равных вертикальных нагрузках в узлах (фиг. 206, 213) реакция C — горизонтальна, и нахождение реакций пятовых шарниров упрощается, как указано ниже.

Можно определить реакции следующим способом (фиг. 209):

Пусть на левую часть арки AC действуют силы $P_1 - P_3$;

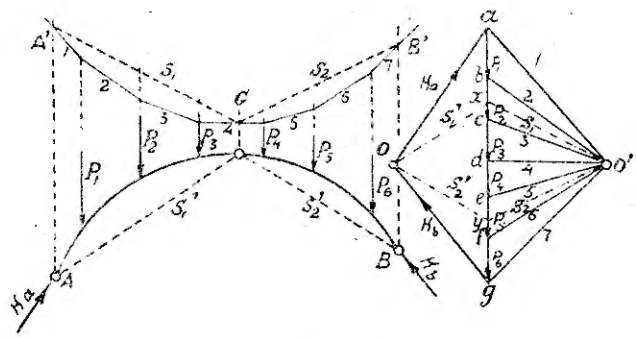
» правую » » BC » » $P_4 - P_7$.



Фиг. 209.

Находим предварительно для каждой части реакции в пятовом и ключевом шарнирах, параллельные их равнодействующей. Для этой цели для левой части взят полюс O_a, построены силовой и веревочные многоугольники; через центр шарниров A и C проведены прямые R_a и R_c, параллельные равнодействующей R_1 до пересечения в точках a и c с крайними лучами. Соединяя a и c прямой s_a, получаем замыкающую веревочный многоугольник; проведя в многоугольнике сил линию s_a', параллельную s_a, до пересечения с равнодействующей в точке m, находим реакции R_a и R_c. Таким же путем найдем реакции R_b и R_c' для правой

части. Реакции R_c и R'_c заменяем их равнодействующей mn, соединяем пяговые шарниры A, B с ключевым C, получаем прямые AC и BC, по направлениям которых разлагаем mn; получаем составляющие A' и B', которые переносим в пятовые шарниры. Складывая частные реакции A' и R_a, B' и R_b, получаем общие реакции в пятовых шарнирах от всей системы сил. Таким же образом определены реакции K_a и K_b для вертикальной нагрузки (фиг. 210) и R_1, R_2 от давления ветра (фиг. 215).



Фиг. 210.

3. Кривая давления.

Приняв точку пересечения пятовых реакций O за полюс (фиг. 209), проводим лучи 2 — 7 и соответственно им строим веревочный многоугольник $I — II — III — IV — V — VI — VII — VIII$, начиная с точки A и проводя через нее первую его сторону I. Так как каждая половина арки находится в равновесии, то веревочный многоугольник проходит также через другие шарниры C и B.

Каждый луч в многоугольнике сил (фиг. 209) представляет равнодействующую всех внешних сил, лежащих выше его; так, например, луч 2 есть равнодействующая сил A и P_1; луч 3 — сил A, P_1 и P_2.

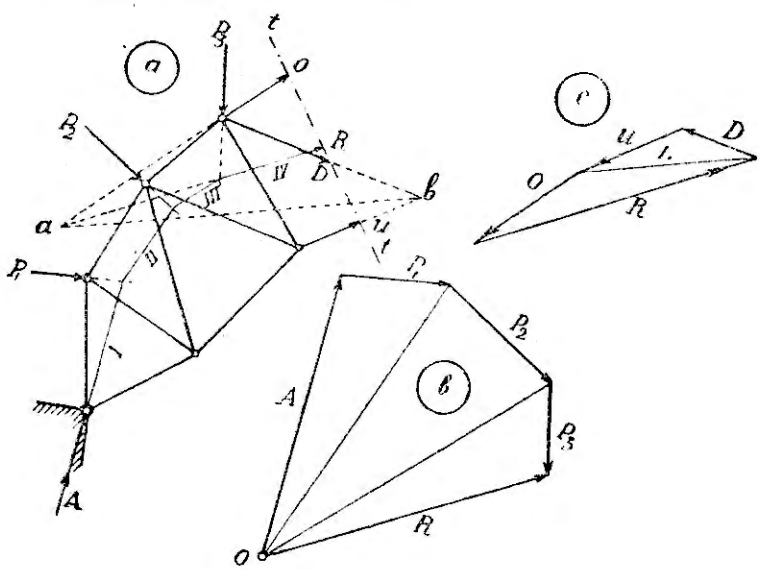
Каждая сторона веревочного многоугольника дает направление соответствующей равнодействующей: так, например, если провести сечение $t — t$, пересекающее сторону II, то равнодействующая сил слева сечения, производящая давление, представляется по величине и стороне действия лучом 2, а положение — направление ее — стороной II веревочного многоугольника.

Веревочный многоугольник $I — VIII$ называется *кривой давления*.

Построив кривую давления, можно определить в трехшарнирной арочной ферме усилия 3-х стержней, пересеченных каким-либо сечением по способу Кульмана.

На фиг. 211 представлена часть фермы, отсеченной сечением $t — t$, на которую действуют узловые нагрузки P_1, P_2 и P_3; начерчена часть линии давления $I — II — III — IV$; равнодействующая внешних сил, лежащих слева сечения $= R$, величина и направление действия получаются из многоугольника сил (фиг. 211b), а положение R — из веревочного многоугольника стороной $IV \parallel R$. Силу R разлагаем по направлениям 3-х пере-

резанных стержней. Продолжаем направления усилия O и силы R до взаимного пересечения в точке a, направления усилий D и U — до пересечения в точке b (фиг. 211, a); соединяя точки a и b прямой ab, разлагаем силу R по 2-м направлениям Oa и ab на 2 составляющие O и L (фиг. 211, c), получаем усилие O, направленное на узел (стержень сжат); разлагая L на 2 составляющие по направлениям стержней D и U, получаем из треугольника сил их усилия (фиг. 211, с).



Фиг. 211.

4. Определение усилий стержней.

Аналитическое (по способу Риттера).

Пусть представлена на фиг. 212 часть левой половины трехшарнирной арочной фермы в виде заштрихованного диска, чтобы не чертить решетки; показан один узел m фермы со сходящимися в нем стержнями; даны силы P_1, P_2, приложенные к отрезанной части и составляющие: вертикальная A и горизонтальная H реакции пятового шарнира.

Для определения, например, усилия S_m стержня нижнего пояса, берем моменты всех сил относительно центра вращения m:

$$(A - P_1) \cdot 2a - P_2 \cdot a - H \cdot h_m - S_m \cdot r_m = 0,$$

откуда усилие

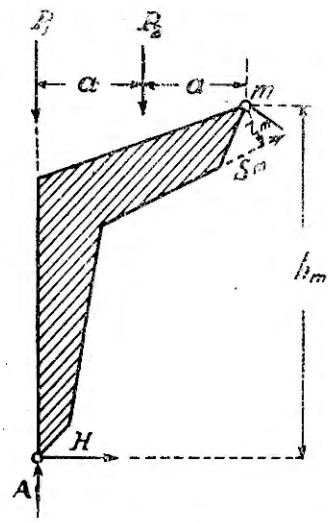
$$S_m = \frac{(A - P_1)\,2a - P_2 \cdot a - H \cdot h_m}{r_m}$$

Графически усилия определяются из диаграмм Максвеля-Кремоны, как для балочных ферм.

а) Определение усилий от вертикальной нагрузки. Пусть на симметричную ферму (фиг. 213) действуют вертикальные силы $P_1 - P_8$, приложенные в узлах; если эти силы являются узловыми нагрузками от собственного веса или полного давления снега, то при равных панелях верхнего пояса $P_2 = P_3 = P_6 = P_7$; $P_1 = P_8 = P_4 = P_5 = \frac{P_2}{2}$.

Заменяем действие сил правой и левой половины фермы их равнодействующими ΣP (фиг. 213).

Предположим, что нагружена только *левая половина* фермы, как в рассмотренном выше случае.



Фиг. 212.

ΣP вызывает опорные реакции A_1 и B_2, которые определяются по вышеуказанному.

Соединяем точки n и c с линией nc, которую продолжаем до пересечения с направлением равнодействующей ΣP в точке e; точку e соединяем с точкой m линией em — линия действия реакции A_1 найдена: Построив треугольник сил bfk, находим величины реакций A_1 и B_2 и направление их действия, показанное стрелками.

Предположим теперь, что нагружена только *правая половина* фермы равнодействующею ΣP_1. Вызываемые ею опорные реакции B_1 и A_2 определяются тем же путем.

Построенный треугольник сил BFK дает их величины и направление.

При нагрузке обеих половин фермы одновременно, как в рассматриваемом случае, появляются в пятовом шарнире m — реакции A_1 и B_1, а в n — реакции A_2 и B_2.

Реакции A_1 и B_1 слагаем в общую реакцию Q_1, а реакция A_2 и B_2 — в Q_2.

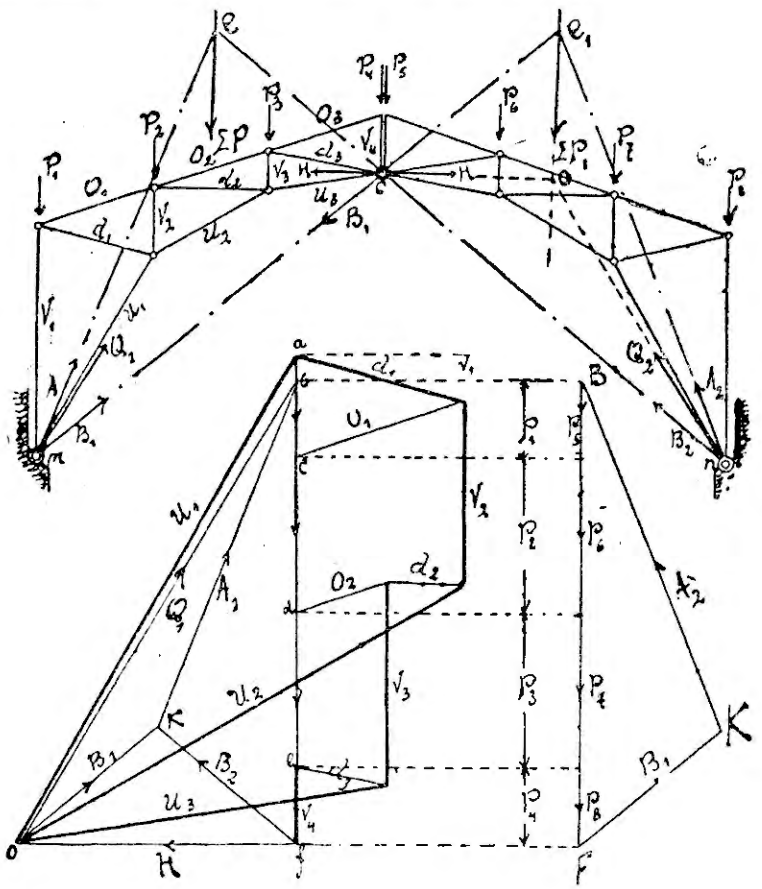
Из построенного треугольника сил bfk реакции A_1 и B_2 находятся непосредственно; проводим через точку k линию ko, параллельную FK, и откладываем реакцию B_1, которая с реакцией A_1 дает равнодействующую Q_1.

В шарнире c на левую половину фермы действует противодавление B_2, оказываемое правой половиной, и давление B_1, производимое равнодействующей ΣP; оба давления B_1 и B_2 равны и слагаются в горизонтальную равнодействующую H (при симметричной нагрузке обеих половин).

В этом случае положение реакции Q_1 или Q_2 определяется проще: не приходится искать частных опорных реакций A и B.

Для определения, например, положения реакции Q_2 (фиг. 213) проводим через средний шарнир c горизонтальную линию до пересечения с равнодействующей ΣP_1 в точке O и соединяем O с n — линия On представляет линию действия реакции Q_2.

В случае симметричности обеих половин ферм и их нагрузок строят одну диаграмму усилий для какой-нибудь ее половины.



Фиг. 213.

На фиг. 213 представлена диаграмма для левой половины, находящейся в равновесии под влиянием 3-х сил: ΣP — равнодействующей всех ее внешних сил, реакции Q_1 и горизонтальной силы H, являющейся вследствие взаимодействия обеих половин друг на друга.

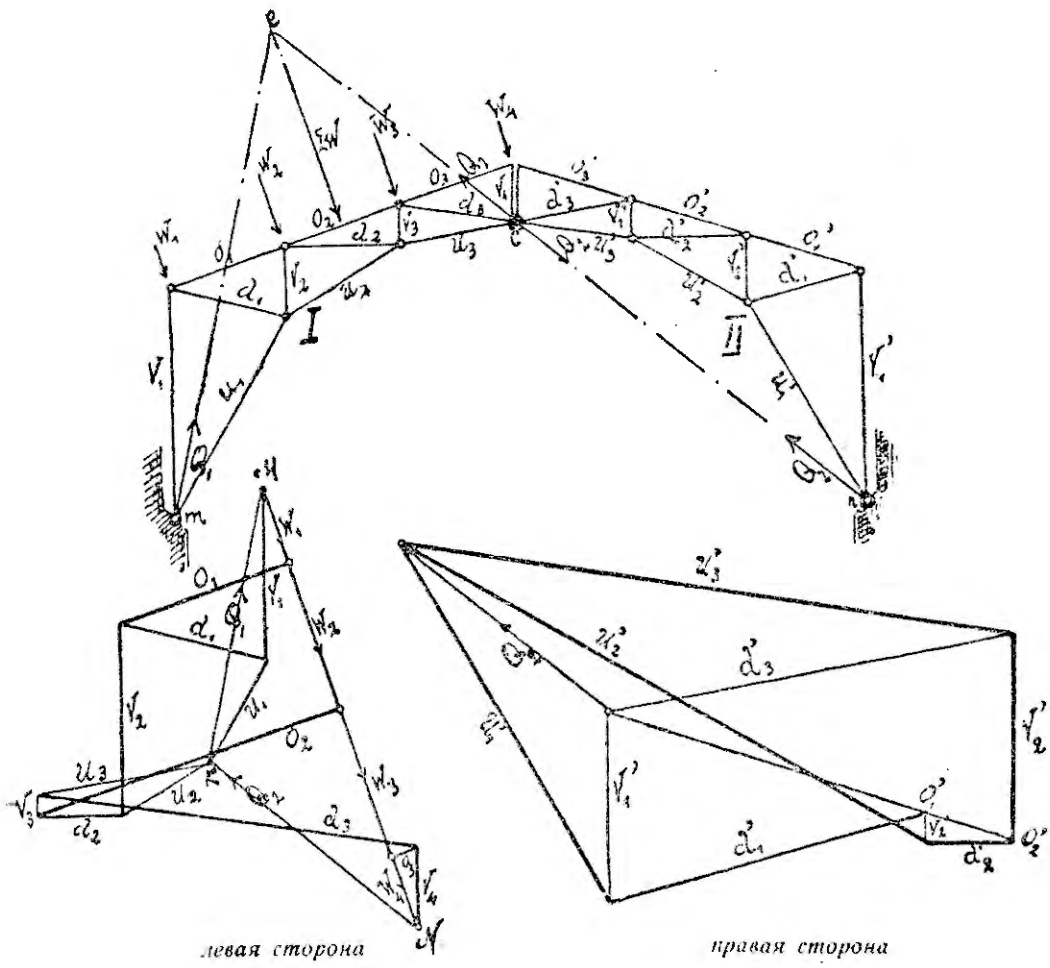
Эти силы образуют сомкнутый треугольник сил bfo.

Построение диаграммы не встречает затруднений. Для поверки ее правильности определяют одно или два усилия по способу Риттера.

b) Определение усилий от давления ветра. На ферму (фиг. 214) действует ветер слева.

Реакции Q_1 и Q_2 найдены, как указано выше.

Из построенного треугольника сил MNK определяется величина и сторона действия каждой реакции. Для нахождения усилий в стержнях фермы приступают затем к вычерчиванию диаграммы Кремоны. На фиг. 214 представлены диаграммы усилий для левой и правой половин фермы.

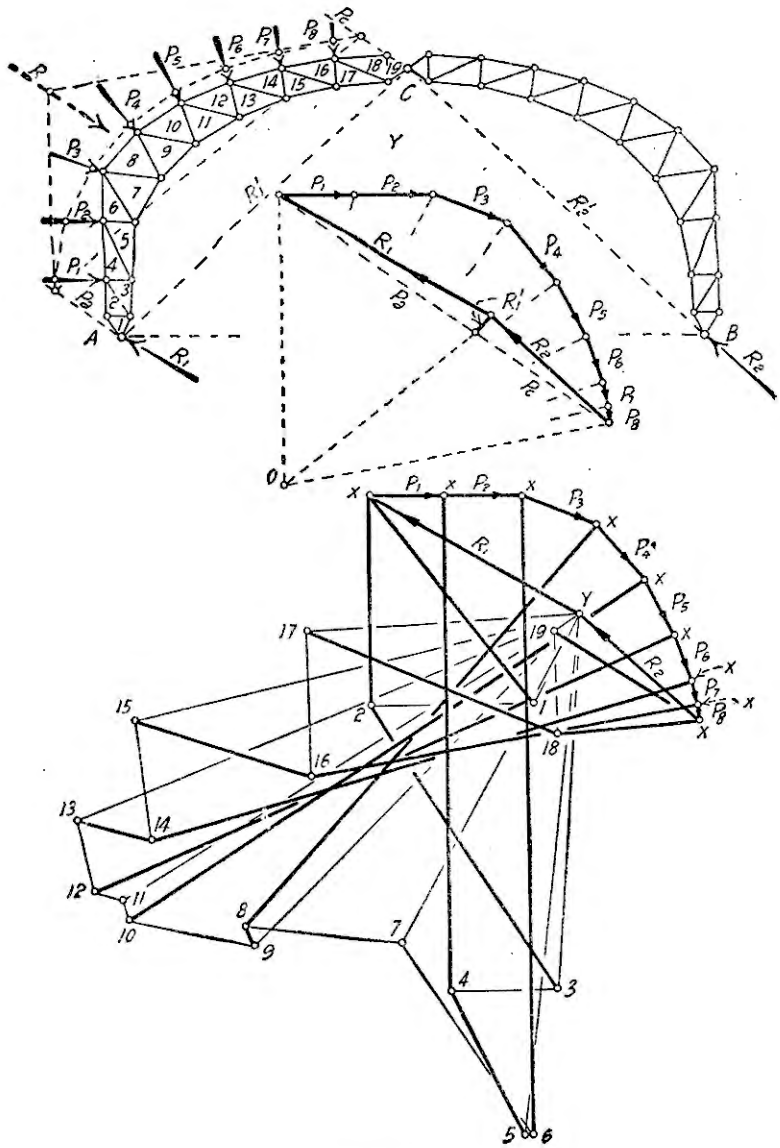


Фиг. 214.

Можно построить и общую их диаграмму. В случае значительного числа стержней лучше строить диаграммы для правой и левой половин отдельно — не получается при этом пестроты чертежа и легче отсчитывать напряжения.

Для фермы, представленной на фигуре 215, построена диаграмма от давления ветра слева (для ее левой половины).

Если обе части фермы симметричны, как на фиг. 214, 215 и 216, то нет надобности строить диаграмму усилий от давления ветра на правую половину арки.



Фиг. 215.

Усилия стержней ее будут те же, что усилия стержней левой половины при действии на нее ветра.

Если обе части фермы несимметричны, следует построить диаграммы илий от действия ветра на обе части отдельно.

При определении узловых нагрузок от собственного веса принимают его распределенным по верхнему поясу.

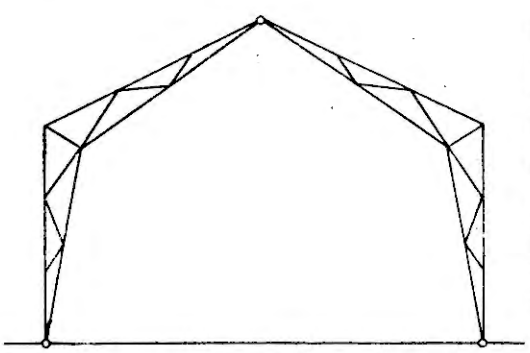
Собственный вес фермы с кровлей из оцинкованного волнистого железа со связями принимают на 1 *кв. м* ската кровли:

при пролете l	25 *м*	40 *м*	55 *м*	60 *м*
	40 *кг*	56 *кг*	75 *кг*	85 *кг*

Собственный вес фермы со стеклянной кровлей и связями принимают на 1 *кв. м* ската:

при пролете l	25 *м*	40 *м*	55 *м*	60 *м*
	62 *кг*	75 *кг*	96 *кг*	105 *кг*

Для покрытия вокзальных навесов применяют фермы, показанные на фиг. 215, 217, с криволинейным верхним поясом; для фабрично-заводских построек фермы, указанные на фиг. 216.



Фиг. 216.

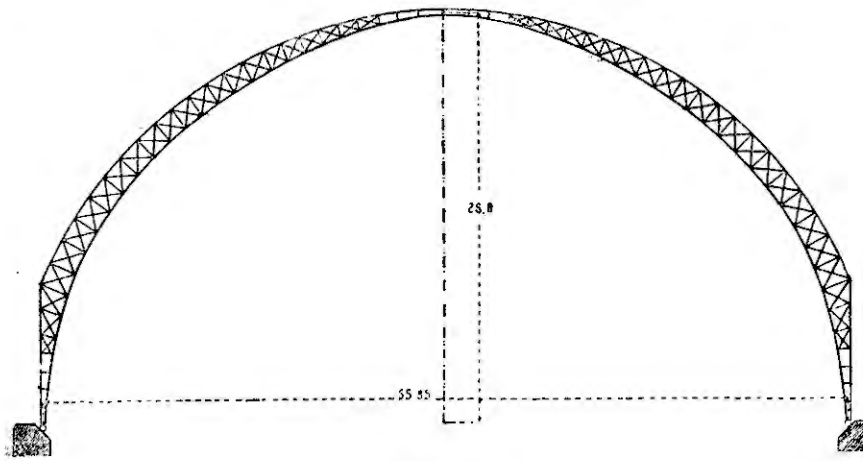
Если сквозная ферма двойной раскосной системы, как показано на фиг. 217 и 218*a*, то для расчета разбивают ее на 2 простые системы (фиг. 218*b* и 218*c*), которые несут узловые нагрузки, вдвое меньшие полной фермы. Усилия простых систем определяются построением диаграмм Кремоны; усилия полной фермы получаются суммированием усилий составляющих ферм. При перекрытии больших пролетов арочными фермами (фиг. 219), располагают пятовые шарниры боковых ферм на средней, — вся система является статически определимой. Такое устройство применено для навеса вокзала в Altstadt -Dresden'e.

5. Рассчет трехшарнирной арочной фермы с затяжкой.

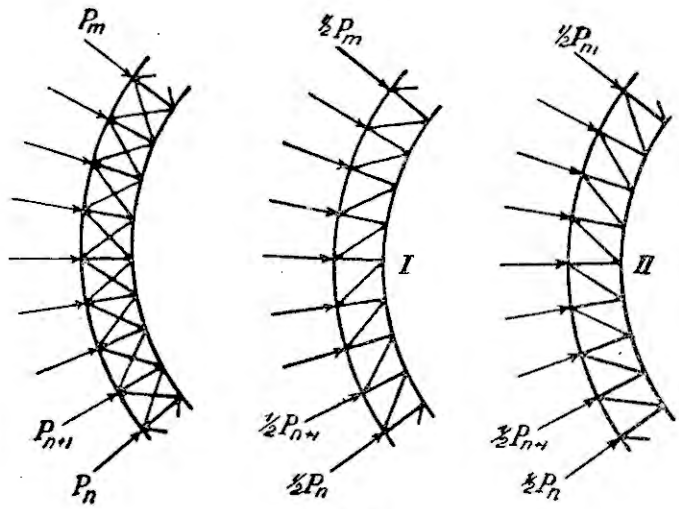
Рассчет производится обычным способом как для балочной фермы, если предварительно определить усилия звеньев затяжки. Усилия определяются аналитически или графически.

а) Аналитический способ.

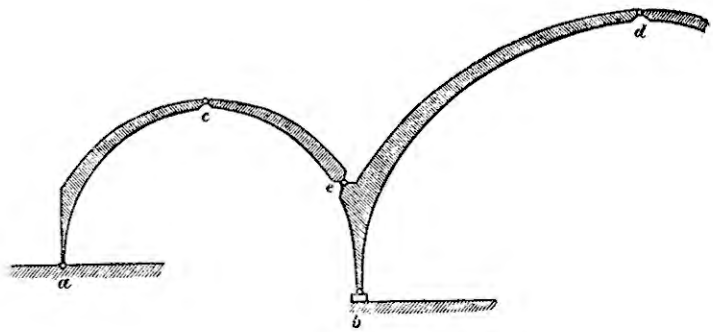
1) *Затяжка горизонтальна* (фиг. 220). Пусть на симметричную ферму действует вертикальная нагрузка (фиг. 220). Проводим сечение *I—I* через средний шарнир, которое перерезывает затяжку; пусть усилие



Фиг. 217.



Фиг. 218.



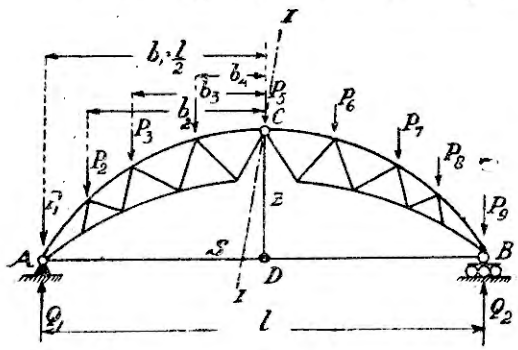
Фиг. 219.

ее $= S$. Момент всех сил, лежащих по одну сторону сечения, относительно среднего шарнира $= 0$.

$$M_c = (Q_1 - P_1)\frac{l}{2} - P_2 \cdot b_2 - P_3 \cdot b_3 - P_4 \cdot b_4 - S \cdot h = 0;\ S = \frac{M_c}{h}$$

(h — стрела подъема $= CD$).

Реакция Q_1 определяется, как указано выше для простой балки.



Фиг. 220.

Из написанного уравнения моментов находим искомое усилие затяжки S. Зная Q_1 и S, можно приступить к построению диаграммы, начав с опорного узла, в котором сходятся 2 стержня.

Усилие в подвеске $Z = a \cdot g$, где g — вес единицы длины затяжки, a — соответствующая длина затяжки, приходящаяся на подвеску (в данном случае $a = l$).

2) *Затяжка с подъемом* (фиг. 221). Находим по предыдущему усилие среднего горизонтального звена S_3; $S_3 = \frac{M_c}{f}$

Из многоугольника сил (фиг. 221) находим усилия S_1 и S_2 других звеньев затяжки, равно как и усилия подвесок Z_1 и Z_2.

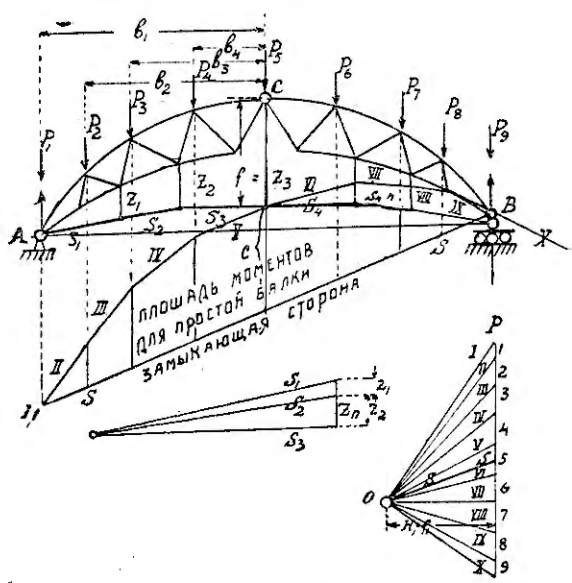
b) Графический способ.

$$S_3 = \frac{M_c}{f}.$$

Графически $M_c = H \cdot c_c$ как для простой балки.

Если сделать величину полюсного расстояния $H = f$, то

$$S_3 = \frac{M_c}{f} = \frac{f \cdot c_c}{f} = c_c,$$



Фиг. 221.

т. е. усилие равно ординате площади моментов под точкой c.

Усилие S_3 может быть определено, как усилие затяжки для сложной фермы Полонсо, рассмотренной выше.

6. Рассчет сплошной трехшарнирной арки.

Построив кривую давления, можно рассчитать сечение арки в разных местах. Арка имеет плоскость симметрии, проходящую через ось. Пусть k_1mk_2 (фиг. 222) — сечение, нормальное к ее оси, m — центр тяжести сечения. Проводим касательную к кривой в точке m. Пусть давление, соответствующее взятому сечению, равно R; разлагаем силу R на 2 составляющие: одну N — параллельную касательной в точке m, и другую Q — перпендикулярную к ней. Сила N вызывает напряжения растяжения и сжатия волокон, сила Q — напряжения на срез, которыми по незначительному их влиянию пренебрегают. Применяя формулу сложного сопротивления, как для прямого бруса в случае действия эксцентричной нагрузки (для большего радиуса кривизны), получаем для крайних волокон симметричного сечения напряжения:

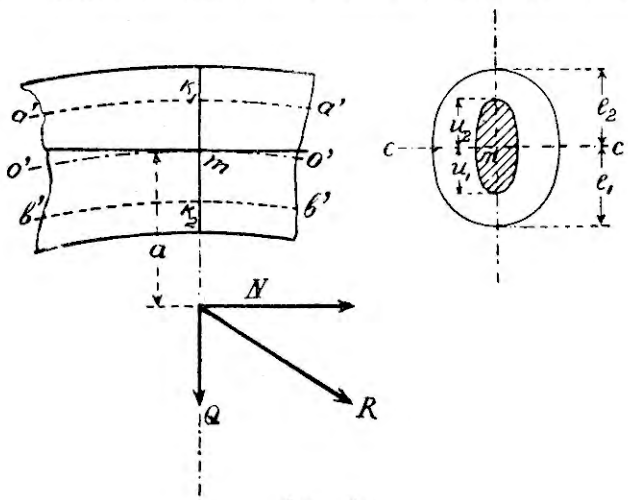
$$\sigma = -\frac{N}{F} \pm \frac{M}{W},$$ где

F — площадь поперечного сечения,

W — момент сопротивления,

M — изгибающий момент $= N \cdot a$,

a — расстояние продольной силы N до центра тяжести поперечного сечения.



Фиг. 222.

Сила N производит сжатие.

Если N проходит ниже оси арки, то изгибающий момент — отрицателен, вращение N около точки m происходит против часовой стрелки; волокна, лежащие выше нейтральной оси, растянуты, ниже оси — сжаты; наибольшее сжимающее усилие возникает у нижнего края.

Напряжения:

$$\sigma_1 = -\frac{N}{E} - \frac{M}{W}$$

$$\sigma_2 = -\frac{N}{F} + \frac{M}{W}$$

Если сила N проходит выше оси арки, то изгибающий момент — положителен (вращение N около точки m по часовой стрелке); волокна

выше нейтральной оси сжаты, ниже ее — растянуты; наибольшее сжимающее напряжение возникает у верхнего края.

Если линия давления пересекает ось арки, как, например, в ключевом шарнире, то изгибающий момент $= 0$, и напряжения возникают от одной продольной силы.

Можно сложное сопротивление заменить одним изгибом, если брать изгибающий момент не относительно центра тяжести сечения, а относительно крайних точек его ядра. Это упрощение особенно полезно применять, когда сечение арки делается несимметричным.

Обозначив через J — момент инерции поперечного сечения относительно оси, проходящей через центр тяжести, через e_1 и e_2 — расстояния наиболее удаленных волокон, через u_1 и u_2 — радиусы ядра сечения, имеем:

$$u_2 = \frac{J}{e_1 F} = \frac{W_1}{F}; \quad W_1 = F \cdot u_2$$

$$u_1 = \frac{J}{e_2 F} = \frac{W_2}{F}; \quad W_2 = F \cdot u_1$$

Напряжения:

$$\sigma_2 = -\frac{N}{F} + \frac{M}{W_2} = -\frac{N}{F} + \frac{N \cdot a}{u_1 \cdot F} = +\frac{N}{F}\left(-1 + \frac{a}{u_1}\right) =$$

$$= +\frac{N(a - u_1)}{F\ u_1} = \frac{N}{W_1}(a - u_1)$$

$$\sigma_2 = +\frac{N}{W_2}(a - u_1) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

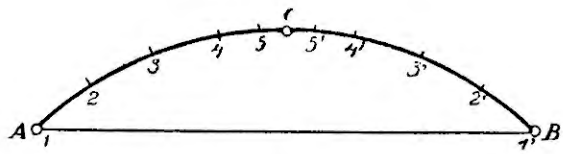
$$\sigma_1 = -\frac{N}{F} - \frac{M}{W_1} = -\frac{N}{F} - \frac{N \cdot a}{F \cdot u_2} = -\frac{Oa + u_2}{F\ u_2} = -\frac{N}{W_2}(a + u_2)$$

$$\sigma_1 = -\frac{N}{W_1}(a + u_2) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Рассматривая выражения (1) и (2) и принимая длины $(a - u_1)$ и $(a + u_2)$, как плечи силы N, видим что напряжения получаются от одного изгибающего момента, взятого относительно крайних точек k_1 и k_2 ядра сечения; эти точки называются *срединными точками*, а геометрические места их — *срединными линиями*.

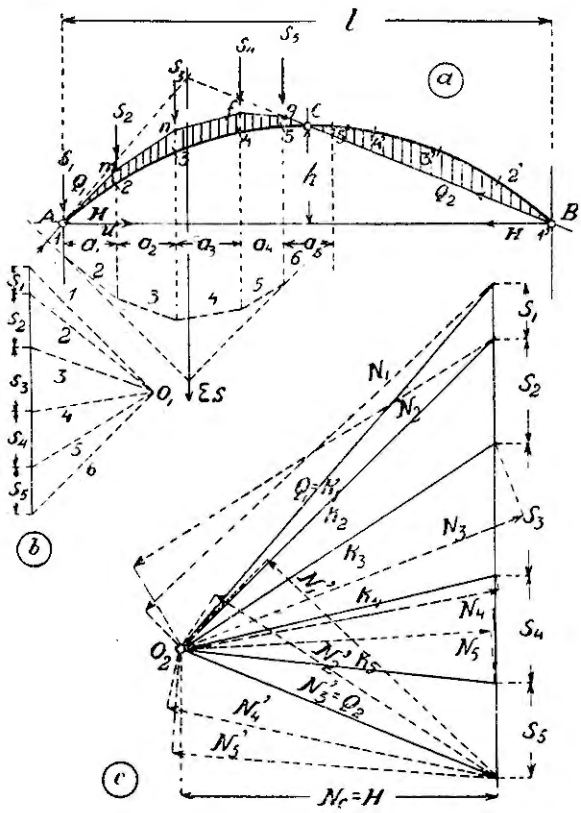
Трехшарнирные сплошные арки для устранения влияния распора снабжаются затяжкой. Наиболее невыгодной нагрузкой для арки, когда получаются наибольшие изгибающие моменты, является односторонняя нагрузка.

Определяют нагрузки, приходящиеся на арку в узлах — местах прикрепления обрешетин: 1) от собственного веса, 2) от одностороннего давления снега и ветра. Для указанных нагрузок строят соответствующие



Фиг. 223.

кривые давления и определяют для сечений арки в местах прикрепления обрешетин для *каждого рода нагрузки величины нормальных сил N*



Фиг. 224.

и изгибающих моментов M. На фиг. 224 построена кривая давлений от одностороннего давления снега для сплошной трехшарнирной арки (фиг. 223). По силовому многоугольнику (*b*) и веревочному 1—2—3—

—4—5—6 (*a*) найдены положения равнодействующей ΣS и реакций Q_1 и Q_2.

По силовому многоугольнику (*c*) построена по вышеуказанному кривая давлений *AmnfgCB*.

Для каждого узлового сечения по величине соответствующего давления K_1, K_2, K_3 и т. д. определена нормальная продольная сила $N=N_1$, N_2, N_3 и т. д. (*c*).

Так, например, для сечения 2 определена нормальная сила N_2, параллельная касательной к оси арки в узловой точке 2.

По силе N_2 и расстоянию a (фиг. 222) может быть найден изгибающий момент M_2.

Этот момент, как и другие, графически определяется по заштрихованной эпюре моментов (фиг. 224).

Для вертикальных узловых нагрузок S эпюра моментов представляется веревочным многоугольником *AmnfgCB* (кривой давления), замыкающей которого является линия *AB*.

Изгибающий момент от вертикальной нагрузки для сечения, например 2, выражается (фиг. 224) произведением из величины отрезка mu на величину полюсного расстояния H ($M_2' = \overline{mu} \cdot H$).

Момент от горизонтальной реакции (отпора) H равен произведению из ее величины на длину отрезка $\overline{u2}$ ($M_2'' = \overline{u2} \cdot H$).

Общий изгибающий момент относительно центра тяжести сечения 2:

$$M_2 = M_2' + M_2'' = \overline{mu} \cdot H - \overline{u2} \cdot H = H\ (\overline{mu} - \overline{u2}) = H \cdot \overline{m2},$$

где $m2$ — отрезок между кривой давления и осью арки.

Таким же образом определяются изгибающие моменты M и нормальные силы N для других сечений и от других нагрузок.

Результаты вносят в таблицу, приведенную ниже в виде примера. Так как M_{max} дает наибольшую часть составного напряжения, чем продольная сила, то при подборе считаются с M_{max}, хотя соответствующая продольная сила N и является наибольшей.

Наиболее невыгодной нагрузкой для опор и затяжки является нагрузка, при которой получается наибольший распор. Это имеет место при постоянной нагрузке, полной нагрузке снега и действии ветра. В виду этого надо также построить кривую давления от полной нагрузки снегом; по этой линии давления определяют нормальные силы N в пятовых и ключевом шарнирах.

Из таблицы 4 следует, что наибольший изгибающий момент $M = 495.100$ *кг/см* (для сечения 3′), соответствующая нормальная сила $N = 8.130$ *кг*. Если подобрать сечение одинаковым по всей длине арки, состоящее, например, из 2-х швеллеров][№ 24, то

$$F = 2.44{,}28 = 88{,}56\ см^2,$$
$$W = 2.34{,}5 = 628{,}8\ см^3.$$

ТАБЛИЦА 4.

Изгибающие моменты и нормальные силы для арки, представленной на фиг. 223 и 224 (пролет $l = 20$ *м* $h = 4$ *м*).

Сечения.	Собственный вес.		Односторонняя нагрузка снега.		Давление ветра.		Расчет величины. Сумма.	
	Изгибающий момент M	Нормальная сила N	Изгибающий момент M	Нормальная сила N	Изгибающий момент M	Нормальная сила N	Изгибающий момент M	Нормальная сила N
1	. . . . .	4290	. . . . .	6530	. . . . .	560	. . . . .	11380
2	—66000	4115	+142700	3560	+204700	420	+281400	8095
3	—38400	3820	+238700	3040	+235000	395	+435300	7255
4	0	3540	+216000	2690	+145800	460	+361800	6690
5	+ 6840	3410	+108300	2590	+ 62480	520	+177620	6520
C	. . . . .	3390	. . . . .	5200	. . . . .	1360	. . . . .	9950
5′	+ 6840	3410	—102100	2700	— 52900	1390	—148160	7500
4′	0	3540	—227000	2780	—117600	1430	—344600	7750
3′	—38400	3820	—301000	2840	—155700	1470	—495100	8130
2′	—66000	4115	—227000	2780	—117600	1430	—410600	8325
1′	. . . . .	4290	. . . . .	6530	. . . . .	1360	. . . . .	12180

Наибольшее напряжение

$$\sigma = \frac{N}{F} + \frac{M}{W} = \frac{8.130}{88,56} + \frac{495.100}{628,8} = \text{окр. } 880 \ кг/см^2,$$

что меньше допускаемого ($R = 1.000$ *кг/см*^{2}).

Сечение должно быть еще проверено на продольный изгиб.

V. Устройство и рассчет элементов фермы.

Допускаемые напряжения.

Литое железо.

R — основное напряжение на непосредственное *растяжение* принимается $= 1000$ *кг/см*^{2} [1]); по нормам *УМГИ* [2]) $R = 1200$ *кг/см*^{2}; временное сопротивление для сего должно быть от 4000 *кг/см*^{2} — 4500 *кг/см*^{2}; удлинение не меньше 22%.

R_1 — допускаемое напряжение заклепок и болтов на *перерезывание* $=$ $= 800$ *кг/см*^{2} при $R = 1000$ *кг/см*^{2} и $R_1 = 900$ *кг/см*^{2} при $R = 1200$ *кг/см*^{2}.

R_2 — допускаемое напряжение на *смятие* в заклепочных и болтовых соединениях $= 1500$ *кг/см*^{2} при $R = 1000$ *кг/см*^{2} и $R_2 = 2100$ *кг/см*^{2} при $R_2 = 1200$ *кг/см*^{2}, обычно принимают: $R_1 = 800$ *кг/см*^{2} и $R_2 = 2000$ *кг/см*^{2}.

Допускаемое напряжение при *изгибе* $R = 1000$ *кг/см*^{2}.

R' — допускаемое напряжение на *сжатие* литого железа — уменьшается в зависимости от продольного изгиба и определяется умножением основного напряжения R на коэффициент φ, называемый коэффициентом уменьшения основного напряжения:

Коэффициент уменьшения φ определяется либо по формуле Навье (Шварца-Ренкина), либо по ниже приводимой таблице 5 проф. Ф. Ясинского.

Можно взять его и из недавно принятых по НКПС к руководству для металлических мостов и инженерных сооружений «Правил для расчета сжатых стержней, работающих на продольный изгиб». Таблицу *6* для φ по этим правилам приводим ниже.

---

[1]) В Германии по нормам от 31 января 1910 г. приняты для стропильных ферм: $R=1200$ *кг/см*^{2}, если наибольшее усилие стержней вызывается отдельно либо давлением снега, либо давлением ветра, и $R=1400$ *кг/см*^{2} при одновременном действии ветра и снега, если нормальное к скату давление ветра W_0 принято 150 *кг/см*^{2}.

Напряжение R_1 на перерезывание заклепок и болтов$=1000$ *кг/см*^{2}.

» R_2 » смятие $= 2000$ *кг/см*^{2}.

(Допускаемые напряжения R для анкеров $= 800$ *кг/см*^{2}).

Предполагают принять у нас основное усилие $R = 1200$ *кг/см*^{2}.

[2]) Управление Московского Губернского Инженера.

ТАБЛИЦА 5.

$\frac{l}{r}$	φ	$\frac{l}{r}$	φ	$\frac{l}{r}$	φ	$\frac{l}{r}$	φ	$\frac{l}{r}$	φ	$\frac{l}{r}$	φ	$\frac{l}{r}$	φ	$\frac{l}{r}$	φ
20	0,88	**45**	0,78	**70**	0,67	**95**	0,56	**120**	0,42	**145**	0,29	**170**	0,21	**195**	0,16
21	0,88	**46**	0,77	**71**	0,67	**96**	0,56	**121**	0,41	**146**	0,29	**171**	0,21	**196**	0,16
22	0,88	**47**	0,77	**72**	0,66	**97**	0,56	**122**	0,41	**147**	0,28	**172**	0,21	**197**	0,16
23	0,87	**48**	0,76	**73**	0,66	**98**	0,55	**123**	0,40	**148**	0,28	**173**	0,20	**198**	0,16
24	0,87	**49**	0,76	**74**	0,65	**99**	0,55	**124**	0,40	**149**	0,27	**174**	0,20	**199**	0,15
25	0,86	**50**	0,76	**75**	0,65	**100**	0,54	**125**	0,39	**150**	0,27	**175**	0,20	**200**	0,15
26	0,86	**51**	0,75	**76**	0,65	**101**	0,54	**126**	0,38	**151**	0,27	**176**	0,20	**201**	0,15
27	0,85	**52**	0,75	**77**	0,64	**102**	0,53	**127**	0,38	**152**	0,26	**177**	0,19	**202**	0,15
28	0,85	**53**	0,74	**78**	0,64	**103**	0,53	**128**	0,37	**153**	0,26	**178**	0,19	**203**	0,15
29	0,85	**54**	0,74	**79**	0,63	**104**	0,53	**129**	0,37	**154**	0,26	**179**	0,19	**204**	0,15
30	0,84	**55**	0,73	**80**	0,63	**105**	0,52	**130**	0,36	**155**	0,25	**180**	0,19	**205**	0,14
31	0,84	**56**	0,73	**81**	0,62	**106**	0,52	**131**	0,35	**156**	0,25	**181**	0,19	**206**	0,14
32	0,83	**57**	0,73	**82**	0,62	**107**	0,51	**132**	0,35	**157**	0,25	**182**	0,18	**207**	0,14
33	0,83	**58**	0,72	**83**	0,62	**108**	0,51	**133**	0,34	**158**	0,24	**183**	0,18	**208**	0,14
34	0,82	**59**	0,72	**84**	0,61	**109**	0,51	**134**	0,34	**159**	0,24	**184**	0,18	**209**	0,14
35	0,82	**60**	0,71	**85**	0,61	**110**	0,50	**135**	0,33	**160**	0,24	**185**	0,18	**210**	0,14
36	0,82	**61**	0,71	**86**	0,60	**111**	0,49	**136**	0,33	**161**	0,23	**186**	0,18	**211**	0,14
37	0,81	**62**	0,71	**87**	0,60	**112**	0,48	**137**	0,32	**162**	0,23	**187**	0,17	**212**	0,14
38	0,81	**63**	0,70	**88**	0,59	**113**	0,48	**138**	0,32	**163**	0,23	**188**	0,17	**213**	0,13
39	0,80	**64**	0,70	**89**	0,59	**114**	0,47	**139**	0,31	**164**	0,23	**189**	0,17	**214**	0,13
40	0,80	**65**	0,69	**90**	0,59	**115**	0,46	**140**	0,31	**165**	0,22	**190**	0,17	**215**	0,13
41	0,79	**66**	0,69	**91**	0,58	**116**	0,45	**141**	0,31	**166**	0,22	**191**	0,17	**216**	0,13
42	0,79	**67**	0,68	**92**	0,58	**117**	0,44	**142**	0,30	**167**	0,22	**192**	0,16	**217**	0,13
43	0,79	**68**	0,68	**93**	0,57	**118**	0,44	**143**	0,30	**168**	0,22	**193**	0,16	**218**	0,13
44	0,78	**69**	0,68	**94**	0,57	**119**	0,43	**144**	0,29	**169**	0,21	**194**	0,16	**219**	0,13

Если l — расчетная длина стержня, равная расстоянию между центрами соответствующих узлов, и

$$r \text{ — наименьший радиус инерции} = \sqrt{\frac{J_{\min}}{F}},$$

то коэффициент φ определяется по отношению $\frac{l}{r}$ характеристике; $J_{\min}$ и F берутся brutto:

$$R' = \varphi \cdot R.$$

Формула Навье (Шварца-Ренкина) для определения коэффициента φ:

$$\varphi = \frac{1}{1 + 0{,}00008\left(\frac{l}{r}\right)^2}.$$

В таблице 5 проф. Ф. Ясинским даны значения φ для различных отношений $\frac{l}{r}$ [1]). Промежуточные значения берутся из таблицы интерполированием.

Таблица 6 [2]) для определения коэффициента уменьшения φ для стержней из литого железа, работающих на продольный изгиб, по наибольшей гибкости стержня $\lambda = \frac{l}{r}$. Для промежуточных значений λ φ определяется по интерполяции.

---

[1]) Таблица составлена проф. Ясинским на основании опытов Тетмайера, которыми определялись критические ломающие напряжения для сжатых стержней при различных отношениях $\frac{l}{r}$. *Ломающие напряжения* β по формулам Ясинского для литого железа:

$$\beta = \left(33{,}87 - 0{,}1483\,\frac{l}{r}\right) \text{ кг/мм}^2, \text{ при } \frac{l}{r} < 110{,}1;$$

$$\beta = 212790\left(\frac{r}{l}\right)^2 \text{ кг/мм}^2, \text{ при } \frac{l}{r} > 110{,}1$$

Если определенная часть ломающего напряжения — так называемое допускаемое напряжение на сжатие — R', основное напряжение на сжатие — R и T — временное сопротивление, то должно иметь место следующее соотношение:

$$\frac{R'}{\beta} = \frac{R}{T};$$

$$R' = \frac{\beta}{T} R = \varphi \cdot R$$

и таким образом φ — коэффициент уменьшения основного напряжения $= \frac{\beta}{T}$.

Здесь $T = 33{,}87$ *кг/мм*^{2} (таблица же составлена для $T = 3.500$ *кг/см*^{2}).

[2]) Таблица заимствована из «Правил расчета и основных данных для конструирования сжатых частей, работающих на продольный изгиб», объявленных для руководства по Н. К. П. С. приказом № 8159 — 2/31 января 1926 года.

ТАБЛИЦА 6.

$\lambda = \frac{l}{r}$	φ	$\lambda = \frac{l}{r}$	φ	$\lambda = \frac{l}{r}$	φ
0	0,870	70	0,668	140	0,237
10	0,845	80	0,642	150	0,196
20	0,820	90	0,583	160	0,164
30	0,796	100	0,515	170	0,138
40	0,771	110	0,437	180	0,116
50	0,743	120	0,352	190	0,098
60	0,722	130	0,287	200	0,083

Для *сжато-вытянутых* стержней допускаемое напряжение R'' определяется по формуле Вейрауха:

$$R'' = R = \left(1 - 0{,}3\frac{S_{min}}{S_{max}}\right), \text{ где}$$

R — основное допускаемое напряжение на растяжение, S_{min} и S_{max} — абсолютные значения наименьшего и наибольшего усилия стержня.

Чугун.

Допускаемое напряжение на *растяжение* по нормам *УМГИ* $k_1 = 300$ *кг/см²* . . $k_1 = 250$ *кг/см²*;
k_2 — на *сжатие* (простое) . . . . . 750 »
на *раздробление* в катках по площади диаметрального сечения катка . . . . . $k_g = 30$ »

При рассчете чугунных стоек, колонн на *продольный изгиб* принимают коэффициент уменьшения основного напряжения $\varphi = \frac{\beta}{80}$.

Здесь β — ломающее, критическое сопротивление на продольный изгиб и 80 *кг/см²* — временнное сопротивление на *раздробление*.

$$\beta = \left[77{,}6 - 1{,}2\left(\frac{l}{r}\right) + 0{,}0053\left(\frac{l}{r}\right)^2\right] \text{ кг/мм}^2 \text{ для } \frac{l}{r} = < 80.$$

$$\beta = 98700\left(\frac{r}{l}\right)^2 \text{ кг/мм}^2 \text{ для } \frac{l}{r} > 80,$$

где r — наименьший радиус инерции $= \sqrt{\frac{J}{F}}$ (J и F берутся *brutto*).

Сталь.

Допускаемое напряжение в стальных отливках:

на *изгиб* . . . . . = 1000 — 1200 *кг/см²*;

„ *раздробление* в катках . 35 „

считая площадь сечения цилиндра по его оси.

Камни.

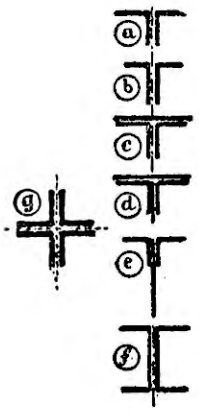
На подферменные камни — в зависимости от породы камней — допускаемое давление:

для известняка, хорошего песчаника	12	*кг/см²*,
„ гранита	30	„
„ кирпичной кладки на известковом растворе . .	7	„
„ „ „ „ цементном „ . .	10	„
„ бутовой „ „ известковом „ . .	5	„
„ „ „ „ цементном „ . .	7,5	„

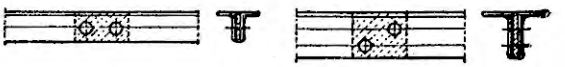
Подбор сечений.

1. Верхний пояс.

Сечения представлены на фиг. 225. Наиболее часто применяется тавровое сечение, состоящее из 2-х равнобоких или неравнобоких уголков (фиг. 225 a, b и 237); длинная полка неравнобоких уголков располагается в вертикальной плоскости. Сечение из неравнобоких уголков может оказаться выгоднее сечения из равнобоких уголков в смысле затраты меньшего количества материала, так как сопротивление продольному изгибу для сжатых стержней пояса может оказаться больше; вопрос о целесообразности того или другого профиля решается в зависимости от наименьшего момента инерции сечения (см. пример 2). Указанное сечение является удобным в конструктивном отношении — соединительный, фасонный лист проходит между полками уголков, к нему приклепываются стержни решетки; ветровые связи прикрепляются к листам, приклепанным к верхним полкам; укрепление обрешетины также удобно. Сечение усиливается в зависимости от усилия одним или двумя горизонтальными листами (фиг. 225 c, d и 238).



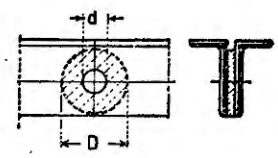
Фиг. 225.



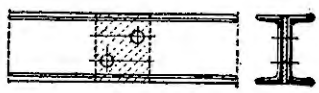
Фиг. 226.

Для сопротивления сечения продольному изгибу по длине панели прокладывают между полками уголков, в расстоянии 35—50 *см* друг от друга, шайбы или короткие бруски из полосового железа, которые приклепываются к полкам (фиг. 226, 227, 228).

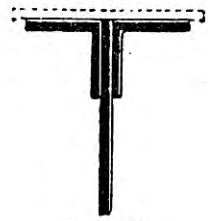
Для усиления сечения прокладывают между полками вертикальный лист (фиг. 229, 230), при чем во избежание выпучивания выступающая за уголки часть не должна превосходить $10\delta - 12\delta$, где δ — толщина листа;



Фиг. 227.



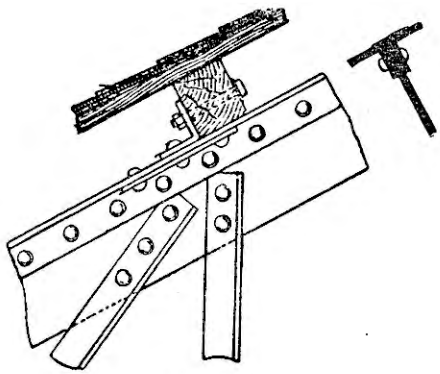
Фиг. 228.



Фиг. 229.

стержни решетки могут приклепываться непосредственно к вертикальному листу (фиг. 230). Применяется также крестовое сечение из 2-х уголков (фиг. 234), а для значительных усилий—сечение, составленное из 4-х уголков (фиг. 225 g, 231), которое является жестким и дает возможность соединить поперечные (ветровые) связи между горизонтальными полками уголков. Недостаток сечения — невозможность непосредственного расположения обрешетин: приходится выпускать соединительный лист в вертикальной плоскости и образовывать для обрешетины опору из 2-х приклепанных к нему уголков.

Применяется редко также двутавровое сечение. На фиг. 232 представлено это сечение—двутавровая клепанная балка, имеющее недостаток: затруднительное прикрепление стержней решетки. Фасонный лист или прикрепляется к узлу посредством 2-х угольников, приклепанных к балке (фиг. 232), или он вставляется на место вырезанной вертикальной стенки, и шов между фасонным листом и вертикальной стенкой покрывается двойной накладкой. Это прикрепление—лучше первого. К фасонному листу приклепываются стержни решетки.



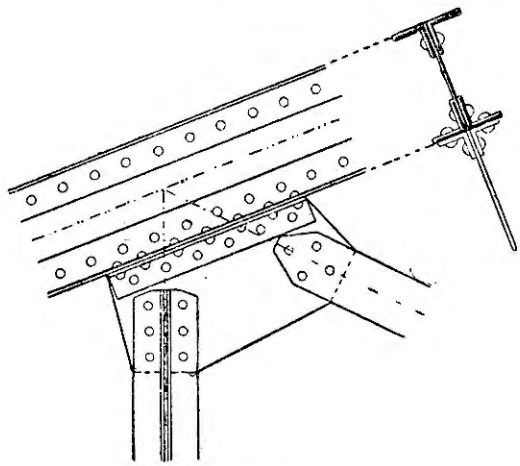
Фиг. 230.

Фиг. 231.

При значительных осевых усилиях, или когда панель подвергается также изгибу, сечение составляется из 2-х швеллеров (фиг. 233, 225 *f*).

2. Нижний пояс.

Сечение нижнего пояса образуется большей частью из 2-х уголков; при значительных усилиях, или когда панель подвергается изгибу от внешней нагрузки, применяется сечение, составленное из 2-х корыт (швеллеров) (фиг. 225 *f*).



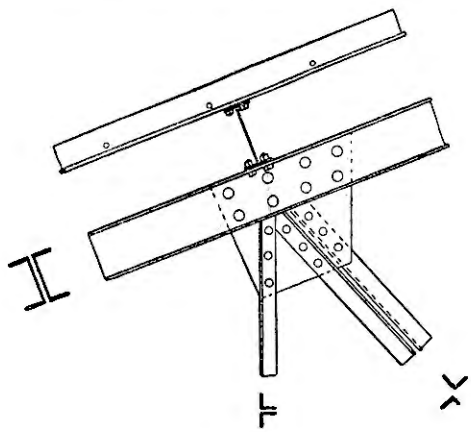
Фиг. 232.

Если усилия в отдельных стержнях пояса незначительно разнятся друг от друга, то выбирают для них одно сечение, рассчитанное на бо́льшее их усилие.

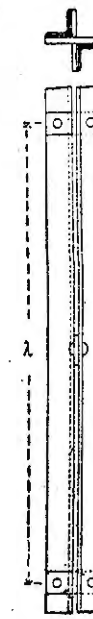
3. Стержни решетки (раскосы и стойки).

Для этих элементов фермы применяют по преимуществу сечение, состоящее из 2-х уголков. Эти уголки для *вытянутых* частей располагаются параллельно друг другу, для *сжатых* — с целью увеличения сопротивления по продольному изгибу — в виде креста (фиг. 235) или зета ⊓⊔.

Растяжение. а) Чтобы передача силы происходила в плоскости фермы, подбираемое сечение должно быть



Фиг. 233.



Фиг. 234.

симметричным относительно оси фермы: избегают односторонней приклепки стержней к соединительным листам [1]).

[1]) В этом случае на заклепки действовал бы изгибающий момент.

Кроме того нужно стремиться к центрации, чтобы действующее растягивающее усилие распределялось равномерно по всему сечению.

В этом отношении подходящим является крестовое сечение или сечение из 4-х уголков, но для связи между уголками требуется поставить большее количество планок, что удорожает конструкцию; кроме этого, при расположении уголков в виде креста прикрепление к соединительному листу производится односрезными заклепками; в этом отношении лучшим является сечение в виде зета ⊤|⊥, составленное из 2-х неравнобоких уголков.

Для подбора сечения надо определить рабочую площадь, т. е. площадь поперечного сечения профиля за вычетом заклепочных отверстий.

Если усилие—P, рабочая площадь—F_{netto} и R — допускаемое напряжение на растяжение, то из условия прочности следует:

$$\frac{P}{F_{\text{netto}}} \leqslant R;\ F_{\text{netto}} = \frac{P}{R};\ R = 1.000\ кг/см^2 - 1200\ кг/см^2.$$

Если F_{netto} — площадь поперечного сечения и f—площадь заклепочных отверстий, то

$$F_{\text{netto}} = F_{\text{brutto}} - f.$$

Надо из F_{brutto} вычесть наибольшую величину f, приходящуюся на наиболее ослабленное сечение.

Сверх действительных заклепок, ослабляющих сечение, вычитают дополнительно еще одну на случай косого разрыва.

Определив F_{netto} из вышеприведенной формулы, прибавляют 15—20% на ослабление заклепками и получают F_{brutto}, по которой подбирается сечение.

Выбрав сечение, производят поверку, считаясь с диаметром и расположением заклепок, чтобы

$$\frac{P}{F_{\text{netto}}} \leqslant R.$$

b) Сжатие. Стержни, длина которых является значительной по отношению к размерам поперечного сечения (длина в 15 раз более наименьшего размера поперечного сечения), получают от действия сжимающего усилия напряжение не только от сжатия, но еще напряжение, обуславливаемое продольным изгибом.

Эйлер определил значение предельной сжимающей силы $P_{\text{кр}}$, при которой возможен изгиб стержня. В практике сжимающее усилие не должно достигать этого предела, а потому вводят коэффициент безопасности n и таким образом обеспечивают сжатую часть сооружения от возможности продольного изгиба в определенной степени:

$$Q = \frac{P_{\text{кр}}}{n}$$

(величина сжимающего усилия $= n$-ой части предельного). Для основного случая, когда стержни соединены шарнирно [1]), из формулы Эйлера имеем:

$$J = \frac{n \cdot P \cdot l^2}{\pi^2 \cdot E},$$

где J — момент инерции сечения наименьший,

P — усилие стержня в *кг*,

n — коэффициент безопасности.

l — расчетная длина стержня в *см*,

E — модуль упругости в *кг/см*^{2}.

Если принять для стержня из *сварочного железа*

$$E = 2.000.000 \text{ кг/см}^2, \; n = 5, \; \pi^2 = 10$$

и выразить l в *метрах* и P *тоннах*, то

$$J = \frac{n \cdot P \cdot l^2}{\pi^2 \cdot E} = \frac{5 \cdot P \cdot 1000 \cdot l^2 10000}{10 \cdot 2000000} = 2{,}5 \; Pl^2$$

Для литого железа

$$J = 2{,}33\, Pl^2 \text{ при } n = 5 \text{ (для мостов и кранов)}$$

и

$$J = 1{,}86\, Pl^2 \text{ при } n = 4 \text{ (для } \textit{стропильных} \text{ ферм).}$$

По последней формуле подбирается сечение.

Формула Эйлера применима:

для *литого* железа, когда

$$\frac{l}{r} \geqslant 105,$$

где l — расчетная длина, а r — наименьший радиус момента инерции сечения,

для *чугуна*, когда

$$\frac{l}{r} > 80.$$

У нас расчет производится по преимуществу введением φ — коэффициента уменьшения основного напряжения и определением таким образом R' — *допускаемого* при определенных условиях *напряжения на сжатие:*

$$R' = \varphi \; R.$$

Данные о коэффициенте φ приведены выше в главе о допускаемых напряжениях. Найдя φ и R', проверяют сечение

---

[1]) Хотя обычно стержни соединены в узлах посредством заклепок, однако принимают соединение шарнирным, что идет в запас прочности.

на *продольный изгиб:*

$$\frac{P}{F_{br}} \leqslant R'$$

и на *простое сжатие:*

$$\frac{P}{F_{netto}} \leqslant R.$$

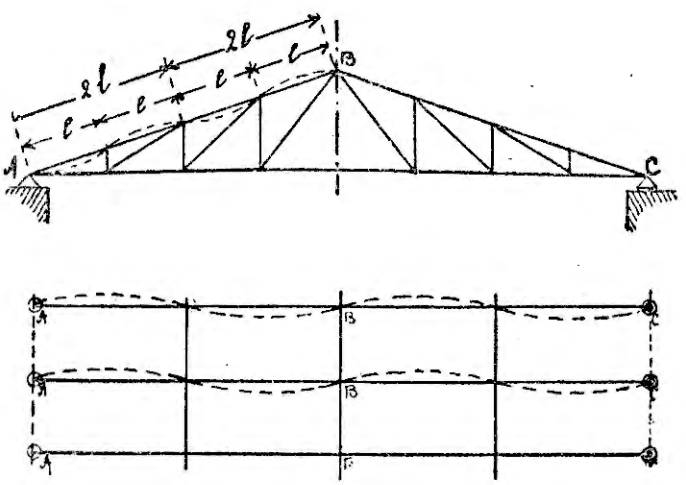
Подбор сжатых стержней связан с затратой труда и утомляющими вычислениями (см. примеры).

Для предварительного подбора сечения можно задаться величиной $R' = 500 - 600$ *кг/см²* и определить требуемую площадь сечения:

$$F = \frac{P}{R'},$$

где P — усилие стержня:

По найденной площади подбирают сечение и приступают к проверке его, как указано выше.



Фиг. 235.

В книге автора «Быстрый и точный расчет стропильных ферм» [1]) приведены составленные им номограммы для нахождения профиля сечения, значительно сокращающие труд и время.

Иногда прокладывают обрешетины через один узел, как показано на фиг. 235.

В этом случае продольный изгиб верхнего пояса произойдет в плоскости фермы на длине панели l, как показано на чертеже пунктиром, а в направлении, перпендикулярном к плоскости фермы — на протяжении $2l$.

---

[1]) 2-е издание. Транспечать.

Коэффициент уменьшения основного напряжения φ определяется в этом случае по наибольшему из соотношений:

$$\frac{l}{r_x} \text{ и } \frac{\mu 2l}{r_y},$$

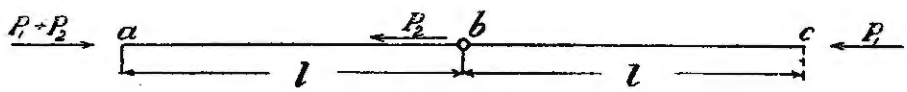
где μ представляет коэффициент уменьшения длины $(2l)$.

Проф. Ясинским вычислен этот коэффициент μ для стержня (фиг. 236), подверженного сжатию 2-х сил: одной P_1, приложенной в верхней точке c, и другой P_2, приложенной в середине в точке b.

Для наиболее часто встречающихся в практике отношений

$$\frac{P_1 + P_2}{P_1} = 1 - 1{,}25 - 1{,}5 - 1{,}75 - 2 - 3$$

им даны значения μ для бруса с постоянным и переменным сечением.



Фиг. 236.

Ниже помещена таблица 7 значений коэффициента μ.

ТАБЛИЦА 7.

$\frac{P_1+P_2}{P_1} =$		1,00	1,25	1,50	1,75	2,00	3,00
$\frac{J_{y_n}}{J_{y_1}} =$	1,00	1,00	0,95	0,91	0,89	0,87	0,82
	1,25	1,03	1,005	0,97	0,94	0,915	—
	1,50	1,12	1,06	1,02	0,99	0,96	—
	1,75	1,18	1,11	1,07	1,04	1,005	—
	2,00	1,24	1,16	1,12	1,08	1,05	—

J_{y1} и J_{y2} — моменты инерции частей верхнего пояса bc и ab.

Примечание 1. При проверке сечения стержня на продольный изгиб необходимо, как указано выше, определить $J_{\min}$.

В некоторых случаях бывает известно, относительно какой главной оси момент инерции имеет наименьшее значение — сокращается время, необходимое для определения момента инерции относительно 2-й оси, чтобы сопоставить, какой из моментов инерции меньше.

Так, для сечения таврового, составленного из 2-х равнобоких уголков (фиг. 237), — J_{min} относительно оси $X—X$, для 2-х равнобоких уголков, расположенных крестом (фиг. 239) — J_{min} относительно $X—X$.

Примечание 2. Для таврового сечения из 2-х равнобоких уголков выгоднее брать меньшую толщину и более широкую полку так как в этом случае получается большая сопротивляемость продольному изгибу.

Так, например, для сечения ⊤ $70 \times 70 \times 10$ *мм* имеем:

$$F = 13{,}08 \,.\, 2 = 26{,}16 \text{ см}^2;\ J_{min} = 57{,}3 \,.\, 2 = 114{,}6 \text{ см}^4.$$

Для сечения ⊤ $85 \times 85 \times 8$ *мм* имеем:

$$F = 13{,}08 \,.\, 2 = 26{,}16 \text{ см}^2;\ J_{min} = 87{,}1 \,.\, 2 = 174{,}2 \text{ см}^4.$$

При одинаковой площади взятых сечений второе из них имеет бо́льший момент инерции.

Примечание 3. Для поясов диаметр заклепки d выбирается не менее 16 *мм*, а так как расстояние от края полки должно быть по крайней мере $1{,}5d$, то наименьшая ширина профиля должна быть 55 *мм*.

Для поясов ферм с пролетами более 10—12 *метров* следует выбирать уголки не ниже $65 \times 65 \times 7$ *мм*.

Для нижнего пояса последнее соображение может быть обосновано двумя обстоятельствами: 1) неравномерным напряжением при сечении из 2-х уголков, так как направление усилия не совпадает с осью, проходящей через центр тяжести, и 2) так как нижний пояс служит опорой для нижних сжатых элементов решетки, то чтобы он не отклонился из плоскости фермы под влиянием продольного изгиба, он должен быть более жестким.

Примечание 4. Наименьший профиль уголков для стержней решетки $45 \times 45 \times 6$ *мм* или $60 \times 30 \times 6$ *мм*.

Примечание 5. Стараются применять небольшое число профилей уголков, особенно для стержней решетки: более слабые—для дешевизны изготовления — делаются того же сечения, что и более сильные, если усилие не разнится на значительную величину.

Сечение панели поясов при заметном изменении усилия соответственно усиливается или наклепыванием горизонтальных листов (фиг. 238) к полкам уголков (не более 2-х вообще), или применением уголков высшего профиля с одинаковой толщиной для образования простого стыка—перекрытия его уголковыми накладками. Подбираются по подходящим усилиям группы смежных стержней, которые делаются одинакового сечения, определенного по наибольшему усилию из этой группы.

Примечание 6. Сортов заклепок должно быть не много — 2 или 3 сорта.

Наиболее применяемые сорта:

для поясов $d = 16$ *мм*, 18 *мм* и 20 *мм*,

для решетки $d = 12$ *мм* и 16 *мм*.

с) Сжато-вытянутые стержни подвергаются двойному расчету:

а) на *растяжение* по формуле Вейрауха, по допускаемому напряжению:

$$R'' = R\left(1 - 0{,}3\frac{S_{min}}{S_{max}}\right) \text{ кг/см}^2$$

где

S_{min} — абсолютное значение наименьшего усилия,

S_{max} — » » наибольшего »

коэффициент Вейрауха $\alpha = 1 - 0{,}3\frac{S_{min}}{S_{max}}$;

б) на *продольный изгиб* допускаемое напряжение:

$$R''' = \varphi R'' = \varphi R\left(1 - 0{,}3\frac{S_{min}}{S_{max}}\right).$$

Если $R'' < (R - 100)$, то принимают

$$R''' = \varphi\ (R - 100),$$

где φ — коэффициент уменьшения основного напряжения.

При проверке сечения надо брать площадь *netto*. Если сжимающее усилие равно или больше растягивающего, то достаточно проверить сечение на продольный изгиб.

4. Стержни, подверженные кроме осевого усилия еще действию изгибающих моментов M, испытывают напряжения:

а) для случая растяжения и изгиба

$$\sigma = \frac{P}{F} \pm \frac{M}{W}$$

б) для случая сжатия и изгиба

$$\sigma = \frac{P}{\varphi F} \pm \frac{M}{W}$$

P — продольное усилие (растягивающее или сжимающее),

F — площадь сечения *netto*,

φ — коэффициент уменьшения

W — момент сопротивления.

Напряжения по подборе сечения при проверке его должны быть меньше R — основного допускаемого напряжения на растяжение.

Примеры подбора сечений.

Пример 7. Усилие нижнего пояса:

$$P = +21\,300 \text{ кг}$$

$$F_{\text{netto}} = \frac{P}{R} = \frac{21\,300}{1\,000} = 21{,}3 \text{ см}^2.$$

Прибавляя 15%, получаем:

$F_{brutto} = 21{,}3 + 21{,}3 \cdot 0{,}15 = 24{,}49$ *см*², площадь 1 уголка brutto $= 12{,}245$ *см*²,

Из сортамента подходят:

$$2 \sqcup\!\sqcup 75 \times 75 \times 9 \text{ мм};$$

площадь сечения:

$$F_{br} = 12{,}8 \cdot 2 = 25{,}6 \text{ см}^2;$$

$$g = \text{вес 1 пог. м} = 10 \cdot 2 = 20 \text{ кг}$$

или

$$2 \sqcup\!\sqcup 80 \times 80 \times 8 \text{ мм},$$

площадь:

$$F_{br} = 12{,}27 \cdot 2 = 24{,}54 \text{ см}^2,$$

$$g = 9{,}63 \cdot 2 = 19{,}26 \text{ кг}.$$

Принимаем 2 уголка $80 \times 80 \times 8$ *мм*; диаметр заклепки $d = 20$ *мм*

$$F_{\text{netto}} = F_{br} - f = 24{,}54 - 2 \cdot 2 \cdot 0{,}8 = 21{,}34 \text{ см}^2;$$

напряжение материала:

$$R = \frac{21\,300}{21{,}34} = \text{около } 1\,000 \text{ кг/см}^2.$$

Пример 8. Усилие стержня верхнего пояса $P = -11\,193$ *кг*;
длина „ $= 2{,}393$ *м*.

Задаемся напряжением на продольный изгиб $= 500$ *кг/см*².

$$\text{Площадь } F = \frac{11\,193}{500} = 22{,}3 \text{ см}^2.$$

Проектируем сечение, состоящее из двух уголков $75 \times 75 \times 9$ *мм* (фиг. 237).

Заклепки ставим диаметра 2,0 *см*.

Площадь сечения:

$$F_{\text{brutto}} = 12{,}8 \cdot 2 = 25{,}6 \text{ см}^2.$$

$$F_{\text{netto}} = 25{,}6 - 2 \cdot 2{,}0 \cdot 0{,}9 = 22 \text{ см}^2.$$

$$\min J_x = 2 \cdot 65{,}1 = 130{,}2 \text{ см}^4.$$

Радиус инерции:

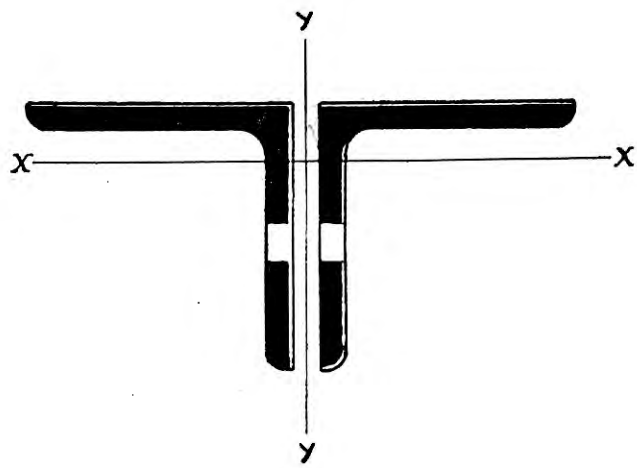
$$r_{\min} = \sqrt{\frac{J}{F_{br}}} = \sqrt{\frac{130,2}{25,6}} = \sqrt{5,09}$$

$$r = 2,25 \text{ см}$$

$$\frac{l}{r} = \frac{239,3}{2,25} = 106,3$$

φ — коэффициент уменьшения основного напряжения — по таблице № 5.

$$\varphi = 0,52.$$



Фиг. 237.

Допускаемое напряжение $R' = 0,52 \cdot 1\,000 = 520$ *кг/см²*.

Действительное напряжение:

$$\sigma = \frac{11\,193}{22} = 508,8 \text{ кг/см}^2 < R'.$$

$$\left[\varphi \text{ по формуле Шварц — Ренкина (Навье): } \varphi = \frac{1}{1 + 0,00008\frac{l}{r}} = 0,522\right]$$

Вес пог. метра выбранного сечения $= 2 \cdot 10,05 = 20,1$ *кг*.

Предпочтительнее в смысле сбережения веса поставить 2 неравнобоких уголка: $90 \times 60 \times 8$ *мм*.

Площадь сечения:

$F_{br} = 2 \cdot 11,45 = 22,9$ *см²*; $F_{\text{netto}} = 22,9 - 2 \cdot 2 \cdot 0,8 = 19,7$ *см²*;

$J_x = 2 \cdot 92,1 = 184,2$ *см⁴*; при толщине соединенного листа $\delta = 10$ *мм*.

$$J_y = 2\ [32{,}65 + 11{,}45\ (1{,}48 + 0{,}5)^2] = 154\ см^4.$$

$$J_y < I_x$$

$$r = \sqrt{\frac{154}{22{,}9}} = 2{,}57\ см.$$

$\frac{l}{r} = \frac{239{,}3}{2{,}57} \backsim 93$; $\varphi = 0{,}57$ и допускаемое напряжение

$$R' = \varphi \cdot R = 0{,}57 \cdot 1\,000 = 570\ кг/см^2.$$

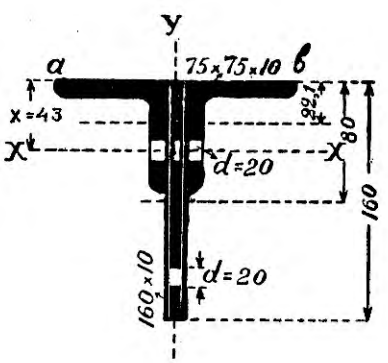
Напряжение материала:

$$\sigma = \frac{11\,193}{19{,}7} = 568\ кг/см^2 < 570\ кг/см^2.$$

Вес g пог. метра сечения $2 \cdot 8{,}99 = 17{,}98$ *кг*.

Пример 9. Макс. усилие стержня верхнего пояса $P = -22\,730$ *кг*
длина » $l = 2{,}0$ *м*.

Принимаем сечение (фиг. 237 *а*), состоящее из двух уголков $75 \times 75 \times 10$ и вертикального листа 160×10; d заклепки $= 20$ *мм*.



Фиг. 237, *а*.

Площадь сечения:

$$F_{brutto} = 2 \cdot 14{,}11 + 16 = 44{,}22\ см^2.$$

$$F_{netto} = 44{,}22 - 3 \cdot 2 - 1 \cdot 2 = 36{,}22\ см^2.$$

Определение положения центра тяжести сечения.

Центр тяжести лежит на оси симметрии $Y - Y$; остается определить в какой точке.

Расстояние центра тяжести сечения brutto до края ab полки уголков

$$x = \frac{28{,}22 \cdot 2{,}21 + 16 \cdot 8}{44{,}22} = 4{,}3\ см.$$

Момент инерции относительно оси $x - x$, проходящей через центр тяжести сечения:

$$J_x\ \text{brutto} = 2\ [71{,}2 + 14{,}11\ (4{,}3 - 2{,}21)^2] + \frac{1 \cdot 16^3}{12} + 16\ (8 - 4{,}3)^2$$

$$J_y\ \text{brutto} = 2\ [71{,}2 + 14{,}11\ (2{,}21 + 0{,}5)^2] + \frac{1 \cdot 16}{12} = 350{,}87\ см^2.$$

$$J_y < J_x.$$

Наименьший радиус инерции:

$$r = \sqrt{\frac{J_y}{F_{br}}} = \sqrt{\frac{350,87}{44,22}} = 2,82 \text{ см}.$$

$$\frac{l}{r} = \frac{200}{2,82} = \backsim 71,7;$$

$$\varphi = 0,66.$$

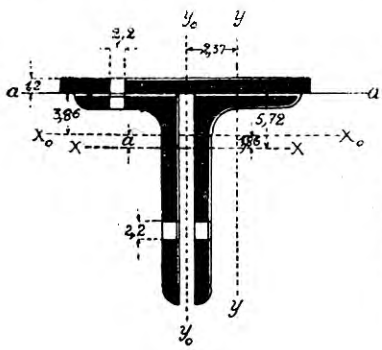
Допускаемое напряжение:

$$R^1 = 0,66 \cdot 1\,000 = 660 \text{ кг/см}^2.$$

Действительное напряжение:

$$\sigma = \frac{22\,730}{36,22} = 628 \text{ кг/см}^2 < R'.$$

Действительное напряжение немногим менее допускаемого, поэтому можно принять подобранное сечение.



Фиг. 238.

Пример 10. Усилие стержня верхнего пояса

$P = -46$ *м*, расчетная длина $l = 2,7$ *м*.

Для смежного стержня принято сечение ⊓|⊔ $160 \times 80 \times 12$ *мм*, которое для данного стержня является недостаточным, поэтому надо его усилить; усиливаем накладкой горизонтального листа 192×12 *мм* (фиг. 238).

Поверка сечения.

$$F_{br} = 27,54 \cdot 2 + 19,2 \cdot 1,2 = 78,12 \text{ см}^2;$$

Нахождение моментов инерции.

Центр тяжести сечения.

Расстояние центра тяжести от верхнего края полок $a - a$:

$$x = \frac{2 \cdot 27,54 \cdot 5,72 - 19,2 \cdot 1,2 \cdot 0,6}{78,12} = 3,86 \text{ см}.$$

Момент инерции 2-х уголков относительно оси $x - x$, проходящей через их центр тяжести:

$$J_x = 2.719 = 1\,438 \text{ см}^4 \text{ (из сортамента)}:$$

a — расстояние между центром тяжести всего сечения и центром тяжести 2-х уголков $= 5,72 - 3,86 = 1,86$ *см*;

b — расстояние между центром тяжести всего сечения и центром тяжести накладки $= 3,86 + 0,6 = 4,46$ *см*.

Момент инерции *всего* сечения относительно оси $x_o - x_o$, проходящей через его центр тяжести:

$$J_{xo} = (719 + 27{,}54 \cdot 1{,}86^2)\,2 + \frac{19{,}2 \cdot 1{,}2^3}{12} + 19{,}2 \cdot 1{,}2 \cdot 4{,}46^2 = \text{окр. } 2090\,см^4$$

Приняв толщину соединительного листа между уголками в 12 *мм*, получаем момент инерции относительно другой главной оси $y_o - y_o$:

$$J_{yo} = (122 + 27{,}54 \cdot 2{,}37^2)\,2 + \frac{1{,}2 \cdot 19{,}2^3}{12} = 1\,261\ см^4,$$

$$J_y = J_{min};$$

наименьший радиус инерции:

$$r = \sqrt{\frac{J_{\min}}{F}} = \sqrt{\frac{1\,261}{78{,}12}} = \text{окр. } 4\ см.$$

Отношение $\frac{l}{r} = \frac{274}{4} = 6{,}85.$

Из таблицы находим значение $\varphi = 0{,}68$, поэтому допускаемое напряжение на продольный изгиб $R' = 0{,}68 \cdot 1\,000 = 688\ кг/см^2$.

Определение напряжения материала:

$$\sigma = \frac{P}{F}$$

Для определения F_{netto} учитываем ослабление заклепками; приняв диаметр заклепки $d = 2{,}2$ *см* и расположение их в шахматном порядке, при котором сечение ослаблено 2-мя заклепками (фиг. 238), получаем:

$$F_{\text{netto}} = 78{,}12 - 2{,}2 \cdot 1{,}2 \cdot 4 = 67{,}56\ см^2,$$

$$\sigma = \frac{46\,000}{67{,}56} = \text{около } 679\ кг/см^2$$

немногим менее допускаемого $R' = 680\ кг/см^2$, поэтому сечение подходящее.

Профиль является тяжелым и неэкономичным, так как требует приклепывания горизонтального листа.

Пример 11. Усилие стойки $= -4\,000$ *кг*.

Длина » $= 1{,}26$ *м*.

Проектируем крестообразное сечение (фиг. 239), состоящее из уголков $70 \times 70 \times 8$; диаметр заклепки $d = 18$ *мм*.

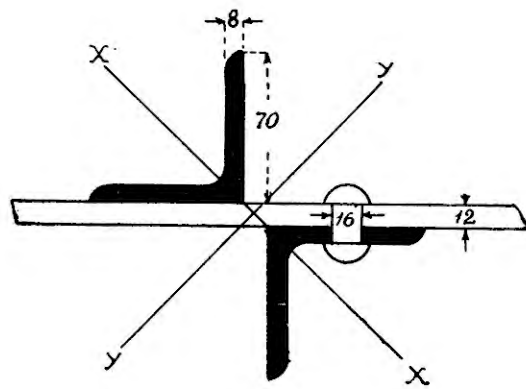
Площадь сечения $F_{\text{brutto}} = 2 \cdot 10{,}64 = 21{,}28\ см^2$.

$$F_{\text{netto}} = 21{,}28 - 2 \cdot 1{,}8 \cdot 0{,}8 = 18{,}4 \ см^2.$$

$$J_{\min} = 2 \cdot 75{,}5 = 151 \ см^4.$$

$$r_{\min} = \sqrt{\frac{151}{21{,}28}} = \text{окр. } 2.7 \ см.$$

$$\frac{l}{r} = \frac{126}{2{,}7} = \text{окр. } 47; \ \varphi = 0{,}8; \ R' = 800 \ кг/см^2$$



Фиг. 239

Напряжение материала:

$$\sigma = \frac{4\,000}{18{,}4} = \text{около } 200 \ кг/см^2,$$

значительно меньше допускаемого R', поэтому надо подобрать более подходящее сечение, менее сильное.

Пример 12. Усилия стержня: $+18\,400$ *кг.*

и $-10\,170$ *кг.*

расчетная длина стержня $l = 2{,}8$ *м.*

Проектируем сечение из 2-х уголков: $80 \times 80 \times 10$ (фиг. 237); диаметр заклепки $d = 2{,}0$ *см.*

$$F_{\text{brutto}} = 2 \cdot 15{,}1 = 30{,}2 \ см^2$$

$$F_{\text{netto}} = 30{,}2 - 2 \cdot 2{,}0 \cdot 1{,}0 = 26{,}2 \ см^2$$

$$J_{\min} = J_x = 2 \cdot 87{,}5 = 175 \ см^4.$$

а) Поверка сечения на растяжение.

Допускаемое напряжение:

$$R'' = R\left(1 - 0{,}3\frac{S_{\min}}{S_{\max}}\right) = 1\,000\left(1 - 0{,}3\frac{10\,170}{18\,400}\right) = 840 \ кг/см^2;$$

действительное напряжение

$$\sigma_1 = \frac{18\,400}{26{,}2} = \text{около } 702 \ кг/см^2 < R''.$$

б) На продольный изгиб:

наименьший радиус инерции:

$$r = \sqrt{\frac{J_{min}}{F}} = \sqrt{\frac{175}{30{,}2}} = 2{,}4 \ см;$$

$$\frac{l}{r} = \frac{280}{2{,}4} = \text{около } 117; \ \varphi = 0{,}44.$$

Допускаемое напряжение на продольный изгиб:

$$R''' = \varphi R'', \text{ так как } R'' = 840 < (R - 100), \text{ то}$$

$$R''' = \varphi (R - 100) = 0{,}44 \cdot 900 = 396 \ кг/см^2.$$

Действительное напряжение

$$\sigma_2 = \frac{10\,170}{26{,}2} = \text{около } 388 \ кг/см^2 < R''';$$

сечение подходящее.

Пример 13. Усилие стержня верхнего пояса $P = -3\,970$ *кг*, расчетная длина $= 2{,}6$ *м*; кроме того стержень подвергается изгибу от давления прогона; изгибающий момент $M = 30\,600$ *кг* $\times$ *см*^{2}.

Принято сечение ⊓|⊔ $100 \times 50 \times 8$ *мм*; диаметр заклепки $d = 2{,}0$ *см*.

Площадь сечения:

$$F_{brutto} = 2 \cdot 11{,}45 = 22{,}9 \ см^2,$$

$$F_{netto} = 22{,}9 - 2 \cdot 2 \cdot 0{,}8 = 19{,}7 \ см^2.$$

Момент инерции относительно оси x:

$$J_x = 2 \cdot 116 = 232 \ см^4.$$

Приняв толщину соединительного листа в 12 *мм*, получаем величину момента инерции J_y:

$$J_y = 2\,(19{,}53 + 11{,}45 \cdot 1{,}7^2) = 105 \ см^4,$$

$$J_y = J_{min};$$

наименьший радиус инерции:

$$r = \sqrt{\frac{J}{F}} = \sqrt{\frac{105}{22{,}9}} = \text{окр. } 2{,}2 \ см;$$

$$\frac{l}{r} = \frac{260}{2{,}2} = 118.$$

Из таблицы 5 значение $\varphi = 0{,}44$.

Наименьший момент сопротивления:

$$W_x = 2\,\frac{116}{3{,}59} = 64{,}6\ см^3.$$

Напряжение железа при учете влияния продольного изгиба:

$$\sigma = -\frac{P}{\varphi \cdot F} - \frac{M}{W} = -\frac{3\,970}{0{,}44 \cdot 19{,}7} - \frac{30\,600}{64{,}6} = \text{окр. } 935\ кг/см^2.$$

Немногим меньше допускаемого напряжения, поэтому сечение подходящее.

5. Заклепочные соединения.

Найдя размеры уголка, устанавливают диаметр заклепки, исходя из следующего соотношения: внутренняя ширина полки должна быть не менее $3d$ и не более $6d$, где d — диаметр заклепки. Если, например, размеры уголка $70 \times 70 \times 8$ *мм*, то наибольший диаметр заклепки $d' = \frac{60}{3} = 20$ *мм*, наименьший диаметр $d'' = \frac{60}{6} = 10$ *мм*; так как диаметр заклепки не берется менее 12 *мм*, то надо выбрать диаметр в пределах от 12 *мм* до 20 *мм* — принимаем $d = 18$ *мм* или 20 *мм*. В приложении дана таблица уголков, выработанная *DIN*, для которых дается диаметр заклепки в зависимости от ширины полки.

Выбрав диаметр заклепки, приступают к определению их числа и размещению.

а) Определение числа заклепок.

1) *Расчет на срезывание.* Сопротивление одной заклепки *одиночному* перерезыванию

$$= \frac{\pi d^2}{4} R_1,$$

где d — диаметр заклепки, R_1 — допускаемое напряжение на перерезывание $= 800 - 900$ *кг/см*^{2}.

Для передачи усилия P требуется число заклепок:

$$n_1 = \frac{P}{\frac{\pi d^2}{4} \cdot R_1}$$

В приложении дана таблица сопротивления заклепок различных диаметров одиночному срезыванию.

При *двойном* перерезывании число заклепок n_2 вдвое меньше:

$$n_2 = \frac{P}{2\frac{\pi d^2}{4} R_1}$$

2) *Рассчет на смятие.* Сопротивление железа смятию должно быть не менее сопротивления заклепок срезыванию.

Обыкновенно, допускаемое напряжение на смятие R_c принимают равным $2R$, где R — основное напряжение, т. е. $= 2\,000$ *кг/см*^{2} (принимают также $R_c = 2R_1$).

Если δ — толщина стенки, то условие прочности при *одиночном* перерезывании:

$$d \,.\, \delta \,.\, R_c \geqslant \frac{\pi d^2}{4} R_1;$$

при *двойном* перерезывании:

$$d \,.\, \delta \,.\, R_c \geqslant 2\,\frac{\pi d^2}{4} R_1.$$

Число заклепок, оказывающих сопротивление усилию P:

$$n_3 = \frac{P}{d \,.\, \delta \,.\, R_c}.$$

Найдя число заклепок, потребное для удовлетворения условию прочности на срезывание (n_1 или n_2) и на смятие (n_3), выбирают бóльшее количество из полученных чисел — или n_1, n_2 или n_3.

Чтобы при двойном перерезывании заклепок, которыми прикрепляются уголки к фасонному листу (фиг. 233, левый раскос), сопротивление их смятию было равно сопротивлению на срез, необходимо взять

толщину листа $\delta = 0{,}63d$, если $2\delta_1 \geqslant 0{,}63d$ (δ_1 — толщина уголка);

» » $\delta = 2\,\delta_1$, » $2\delta_1 \leqslant 0{,}63d$.

(это следует из условия $n_2 = n_3$; $n_2 = \dfrac{P}{2\,\dfrac{\pi d^2}{4} R_1}$; $n_3 = \dfrac{P}{d \,.\, \delta \,.\, R_c}$;

$R_1 = 800$ *кг/см*^{2}; $R_c = 2\,000$ *кг/см*^{2}).

Если $R_1 = 1\,000$ *кг/см*^{2}; $R_c = 2\,000$ *кг/см*^{2}, то

толщина листа $\delta = 0{,}78d$, если $2\delta_1 \geqslant 0{,}78d$;

» » $\delta = 2\delta_1$, » $2\delta_1 \leqslant 0{,}78d$.

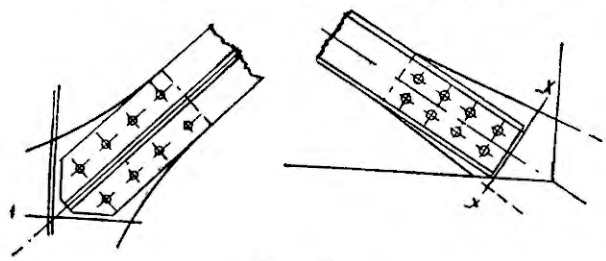
В фермах лучше не употреблять больше 3 сортов заклепок; обычно ставят заклепки диаметром d от 16 до 22 *мм*.

Общая толщина склепываемых частей не должна быть более $3{,}5d$.

b) Размещение заклепок.

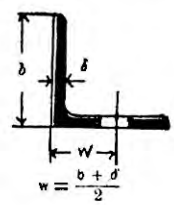
По определении числа заклепок приступают к их размещению в шве. Как правило, размещение должно быть произведено по линии действующего усилия — по линии центра тяжести сечений склепываемых частей или симметрично по отношению к направлению усилий (фиг. 240). При малых

профилях уголков (полка меньше 80 *мм*) в виду невозможности образования головки размещение заклепок происходит обычно по линии, проведенной в расстоянии $W = \frac{b+\delta}{2}$ от полки угольника (фиг. 241), а не по линии центров тяжести сечений; при полке больше 80 *мм* — по средней линии полки (фиг. 242). Центр заклепочного отверстия ставится не ближе 1,5 d от края склепываемой части по направлению, перпендикулярному усилию, и по направлению усилия не ближе 2 d. При одиночном ряде заклепок расстояние между их центрами — шаг — выбирается от 3 d до 6 d, часто при свободном выборе — 3,5 d.

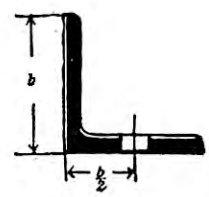


Фиг. 240.

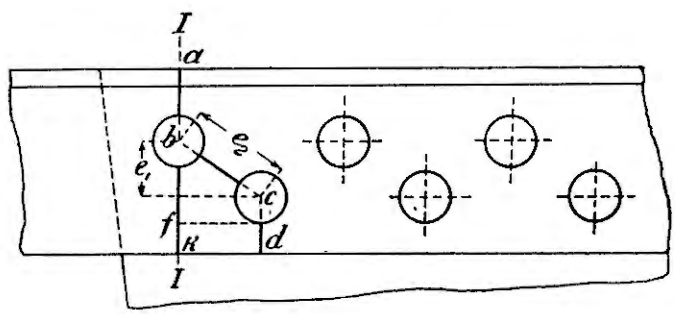
Больше 4-х (5) заклепок по направлению действующего усилия не следует ставить, так как при бо́льшем их числе, вследствие неравномерного распределения усилия между ними, происходит постепенно срез излишних заклепок. В случае большего числа заклепок соединение происходит посредством уголка, как показано на фиг. 260, 263 и 264. При ширине уголков и полос до 120 *мм* размещают заклепки в один ряд, при бо́льшей ширине — в 2 ряда в шахматном порядке, при этом допускается не более 10 заклепок на полке, меньше двух заклепок не ставят.



Фиг. 241.



Фиг. 242.



Фиг. 243.

В приложении даны расстояния между заклепками в уголках, опубликованные *DIN* (еще не утверждены); у нас пока таких норм еще не имеется.

При шахматном расположении заклепок (фиг. 243) разрыв стержня может произойти не только по ослабленному сечению *I—I*, нормальному к оси стержня, но и по зигзагообразному сечению *abcd*; в последнем случае разрыв произойдет тогда, когда площадь netto сечения *abcd* будет меньше площади netto сечения *abk*, т. е. когда, не считая общей части,

$$(e_2 - d)\,s < \left(e_1 + \frac{d}{2} - \frac{d}{2}\right)s,$$

где s — толщина уголка; (общие части сечений исключены)

$$e_2 - d < e_1$$

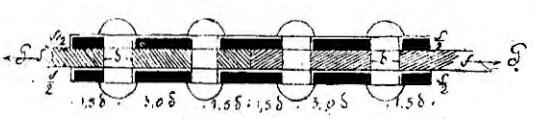
Для прочности необходимо, чтобы

$$e_2 \geqslant e_1 + d$$

Если это соотношение имеет место, то при рассчете на растяжение можно ограничиться поверкой в одном нормальном сечении. В таблице *DIN* (см. приложение) даны соответствующие расстояния.

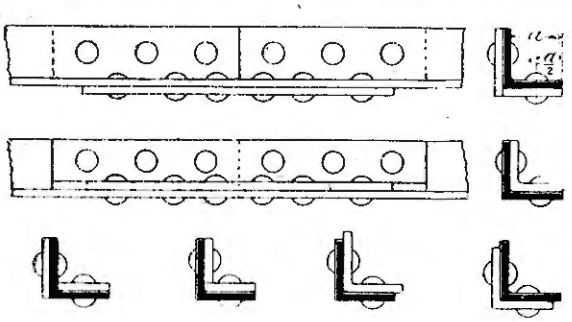
c) Расчет стыков.

Стык (фиг. 244—247) производится посредством накладок, имеющих назначение передать усилие от одного конца прерываемой части другому, чем определяется требуемое число заклепок для каждой половины накладок и их размеры.



Фиг. 244.

Стык для соединения частей из полосового железа производится посредством 2-х накладок (фиг. 244), а не одной накладки, при которой происходит внецентренная передача силы и вызываемый ею изгиб заклепок.



a *b* *c* *d*

Фиг. 245.

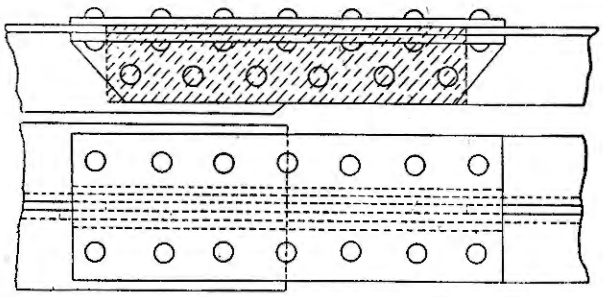
a *b* *c*

Фиг. 246.

Стык стержней из углового железа производится посредством накладок из полосового железа (фиг. 245, *a*), посредством уголков (фиг. 245, *b*) и посредством тех и других (фиг. 246); накладки размещаются, смотря по

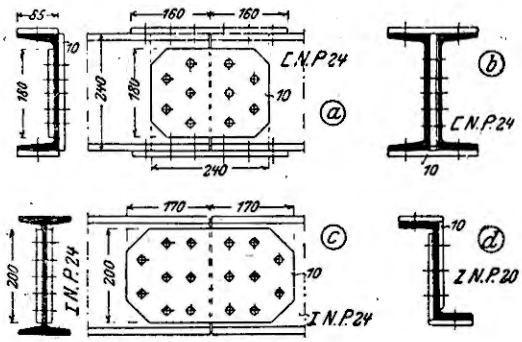
удобству, или с наружной стороны сечения, или с внутренней, или одна накладка с наружной стороны, а другая — с внутренней, что представляется наиболее удобным для выполнения склепки.

Лучшим стыком для углового железа является перекрытие его с 2-х сторон — наружной и внутренней — уголковой накладкой и накладкой из полосового железа, как это представлено на фиг. 246, *b*, *c*, *a*; при таком устройстве заклепки работают на двойное перерезывание, кроме того, такой стык оказывает большее сопротивление продольному изгибу. На фиг. 247 показан стык для сечения сжатого стержня, состоящего из 2-х уголков разных профилей; стык перекрыт двумя уголковыми накладками и одной накладкой из полосового железа; на протяжении расположения заклепок между вертикальными полками уголков расположена прокладка (заштрихована).



Фиг. 247.

Стык швеллеров двутаврового и зетового сечения (фиг. 248) производится посредством двойных накладок из полосового железа для стенки и одиночных накладок для полок.



Фиг. 248.

При конструировании стыков служат следующие данные:

1) Площадь сечения накладок должна быть не менее площади поперечного сечения стыкаемой части (накладка, толщиной менее 7 *мм*, не применяется); если прерывается уголок, то стык производится накладкой из уголка с сечением, не меньшим сечения перекрываемого уголка.

2) Число заклепок рассчитывается или по усилию, передаваемому прерываемой частью, или по полезной площади ее поперечного сечения f; последний — рассчет заклепок по площади — более удобен в практическом отношении.

Если n — число заклепок на перерезывание, то при двойном перерезывании

$$n = \frac{5}{8} \cdot \frac{f}{\frac{\pi d^2}{4}} = (n \quad 2\frac{\pi d^2}{4} 800 = f \cdot 1\,000).$$

n_1 — число заклепок, необходимых на смятие:

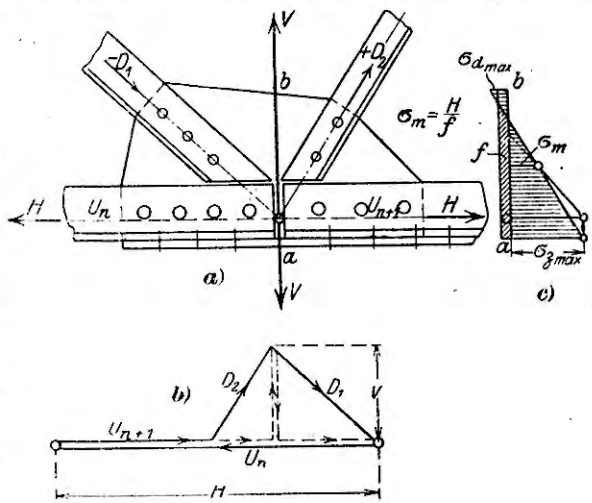
$$n_1 = \frac{f}{2d \cdot \delta} = (n_1 d \cdot \delta \cdot 2\,000 = f \cdot 1\,000).$$

3) При изгибе перекрывают накладками также и стыки полок фасонного (двутаврового, коробчатого и зетового) железа, подбирая их момент сопротивления, чтобы он был не меньше момента сопротивления стыкаемого сечения.

4) При устройстве стыка в составном сечении лучше, в смысле прочности, устраивать стыки в шахматном порядке, располагая их в различных сечениях (прерывают один уголок в одном месте, другой уголок — в другом месте, лист — в третьем и т. п.); делается также общий стык — все части перерываются; такой стык имеет выгоды, когда соединение происходит на месте сборки постройки. Для доставки туда ферму расчленяют на части, которые неизбежно приходится соединять общим стыком.

Стык стержней нижнего или верхнего пояса в узле производится обычно посредством накладок из плоского железа:

На фиг. 249 представлен стык растянутых уголков нижнего пояса посредством накладок; соединение этих уголков только с соединительным листом может вызвать в нем перенапряжение материала, что может привести к разрыву.



Фиг. 249.

На фиг. 249, *b* представлено разложение усилий, сходящихся в узле, на 2 составляющие: горизонтальные и вертикальные. Пренебрегаем перерезывающим усилием V, вызывающим сравнительно небольшие напряжения по отношению к напряжениям, возникающим в сечении ab листа от действия эксцентрично приложенного усилия H. Вследствие эксцентриситета силы H получается в данном случае растяжение листа и изгиб. Напряжение

$$\sigma = \frac{H}{f} \pm \frac{M}{W}, \text{ где}$$

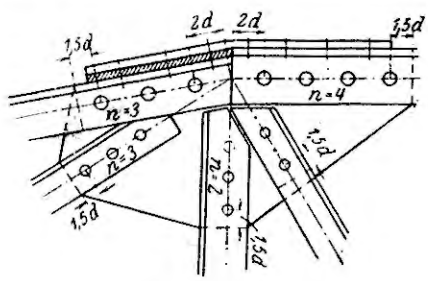
f — площадь сечения листа,
M — изгибающий момент,
W — момент сопротивления сечения.

Наибольшее напряжение (на растяжение)

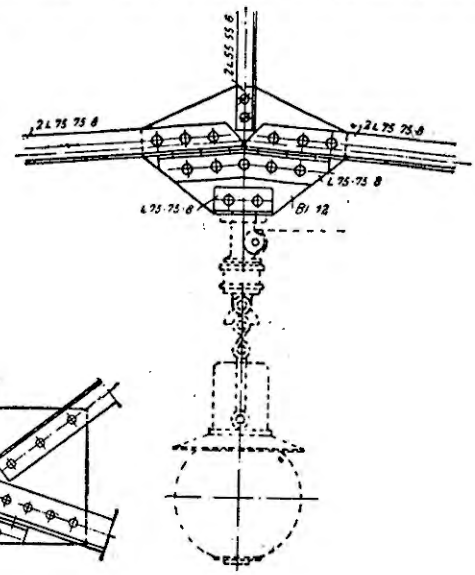
$$\sigma_{max} = \frac{H}{f} + \frac{M}{W}$$

На фиг. 249, *c* представлена диаграмма напряжений. Для разгрузки соединительного листа и более надежной передачи усилий приклепывают к горизонтальным полкам уголков накладки.

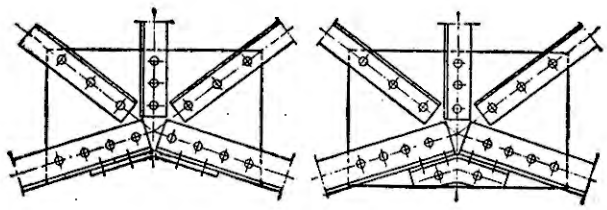
На фиг. 250 показан стык уголков верхнего пояса. Если стержни пояса наклонены друг к другу, то стык производится посредством уголков, дающих жесткое соединение (фиг. 251, 251, *a*); на фиг. 252 представлен неправильный стык посредством плоских накладок, так как в месте перегиба, как следует из предыдущего, накладка будет стремиться разогнуться



Фиг. 250.



Фиг. 252.



a *b*

Фиг. 251.

и отрывать заклепки, расположенные ближе к стыку; на фиг. 251*b* — правильный стык посредством уголков, которые приклепываются к выпущенному наружу соединительному листу.

Пример 14. Требуется произвести стык угольника $80 \times 80 \times 10$ *мм* (фиг. 245), диаметр заклепки $d = 20$ *мм*.

Полезная площадь

$$f_{netto} = 15{,}11 - 2 = 13{,}11 \text{ см}^2.$$

На одиночное перерезывание — число заклепок:

$$n = \frac{5}{4} \cdot \frac{13{,}11}{\frac{3{,}14 \cdot 4^2}{4}} = 5{,}2.$$

На смятие — число заклепок:

$$n_1 = \frac{13{,}11}{2 \cdot 2 \cdot 1} = \backsim 3{,}3.$$

Ставим 6 заклепок, по 3 в каждой полке уголка, как показано на фиг. 245.

Пример 15. Стык сечения (фиг. 254), состоящего из 2 уголков $75 \times 75 \times 10$ *мм* и вертикального листа 150×10 *мм*; диаметр заклепки $d = 18$ *мм*. Стык листа устраиваем при помощи 2-х накладок 75×12 *мм*.

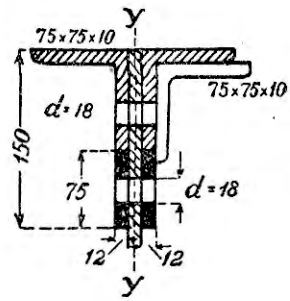
Площадь F_{netto} накладок $= 2 \cdot 7{,}5 \cdot 1{,}2 - 2 \cdot 1{,}8 \cdot 1{,}2 = 13{,}68$ *см*², площадь f_{netto} листа $= 15 - 2 \cdot 1{,}8 = 11{,}4$ *см*², $(f_n < F_n)$

Число заклепок для прикрепления накладок *на перерезывание* (двойное):

$$n = \frac{5}{8} \cdot \frac{11{,}4}{\frac{3{,}14 \cdot 1{,}8^2}{4}} = \backsim 2{,}8; \; n = 3 \text{ заклепки.}$$

На смятие:

$$n_1 = \frac{11{,}4}{2 \cdot 1{,}8 \cdot 1{,}2} = \backsim 2{,}6; \quad n_1 = 3.$$

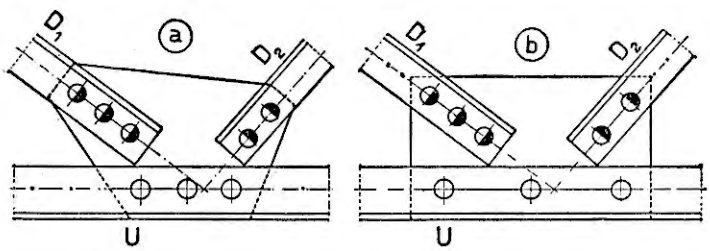


Фиг. 253.

d) Узлы.

Силы, действующие на узел, должны сходиться, как выше было указано, в узловой точке и должны находиться в равновесии.

При обычном жестком соединении заклепками стержни совсем не могут поворачиваться около узла; углы, под которым они поставлены, не изменяются, а потому при удлинении стержней или укорочении являются моменты, вызывающие в них еще дополнительные напряжения.

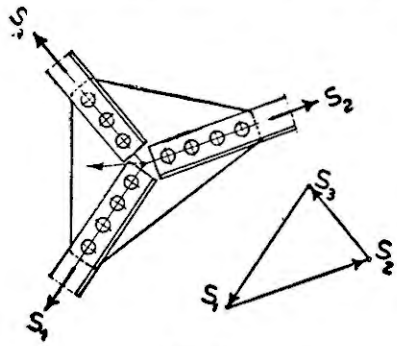


Фиг. 254.

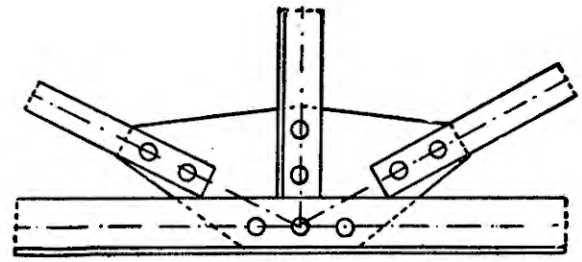
Прикрепление стержней в узле должно производиться таким образом, чтобы действующие в них усилия пересекались точно в одной точке (фиг. 249, 251, 254, 255, 256, 257); в этом случае узел будет находиться в равновесии.

Можно принять, что усилия стержней направлены по линиям центров их тяжести; отсюда необходимое условие правильного конструирования узла — пересечение линий центров тяжести стержней в одной точке. По

этим линиям центров тяжести следует располагать заклепки. Так как в угольниках располагать заклепки по линиям центров тяжести является в большинстве случаев невозможным, потому что эта линия лежит близко к полке, то вместо линии центров тяжести принимают также осевую линию (см. таблицу *DIN* размещения заклепок в приложении).



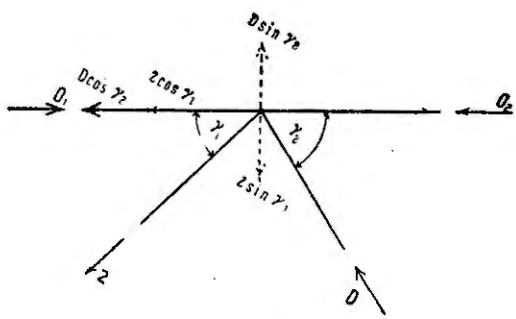
Фиг. 255.



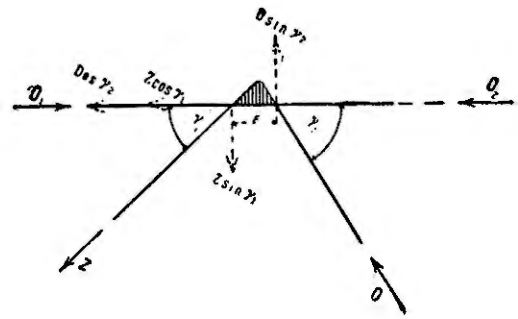
Фиг. 256.

На фиг. 254 и 256 представлен узел, в котором поясной стержень проходит без перерыва, стержни решетки прикрепляются к фасонному листу. Осевые линии сходятся в узловой точке.

На фиг. 257*a* представлен узел, в котором осевые линии пересекаются в одной точке. Предположим, что по этим линиям действуют усилия



Фиг. 257*a*.



Фиг. 257*b*.

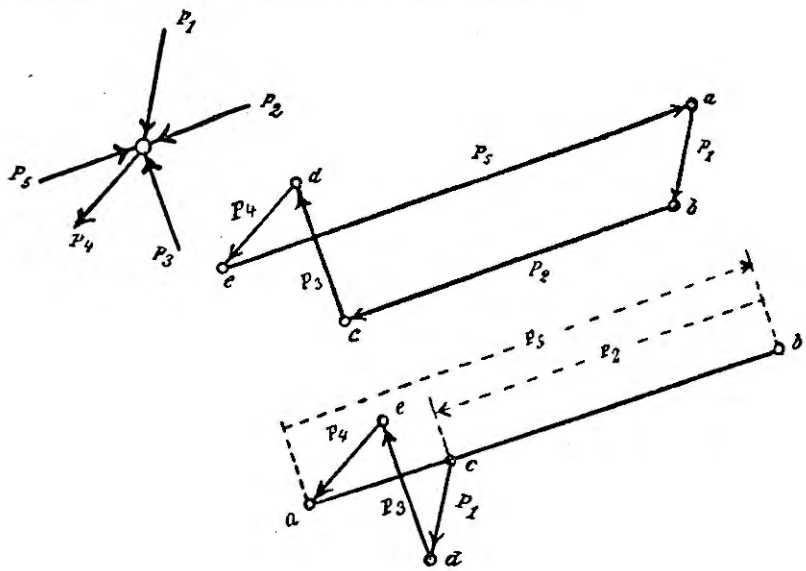
стержней. Разложим усилия Z и D на 2 составляющие: одну — по направлению $O_1 - O_2$ и другую — перпендикулярно к нему, как показано на фигуре. Узел находится в равновесии: $Z \sin \gamma_1 = D \sin \gamma_2$; стержни подвержены сжатию или растяжению.

Если узел неправильно сконструирован и усилия не пересекаются в одной точке, как показано на фиг. 257*b*, то, кроме сжатия, поясной стержень подвергается еще изгибу и в нем является поэтому еще дополнительное напряжение. Разлагая по предыдущему усилия Z и D, находим, что составляющие их $Z \sin \gamma_1$ и $D \sin \gamma_2$ образуют пару сил, момент кото-

рой $= Z \sin \gamma_1 e = D \sin \gamma_2 e$. Этот момент вызывает дополнительное напряжение в поясном стержне (подобные дополнительные напряжения появятся и в стержнях решетки).

При жестком соединении каждый стержень, прикрепляемый к фасонному листу, должен передать ему свое усилие; число заклепок, которыми прикрепляется стержень, рассчитывается по этому усилию.

Если поясной стержень проходит чрез узел (без стыка), то количество заклепок, которым он прикрепляется к фасонному листу, рассчитывается по разности усилий его соседних панелей.



Фиг. 258.

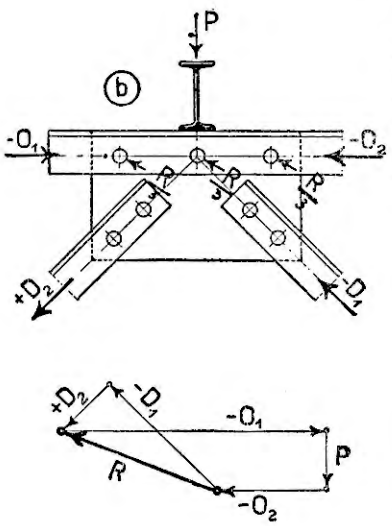
На фиг. 258 представлен узел с усилиями стержней P_1, P_2, P_3, P_4 и P_5. Усилия P_2 и P_5 являются усилиями поясного стержня; P_1, P_3 и P_4 — усилиями стержней решетки. Все эти силы находятся в равновесии и образуют сомкнутый многоугольник *abcde*. Каждая сторона его — сила может быть рассматриваема, как равнодействующая остальных сил. Соединительный (фасонный) лист можно рассматривать, как прикрепленный к любому стержню; при этом ему заклепочным соединением передается равнодействующая усилий других стержней.

Усилия P_2 и P_5 направлены по одной прямой; по этой же прямой должна быть направлена равнодействующая усилий P_1, P_3 и P_4, как это показано на фиг. 258.

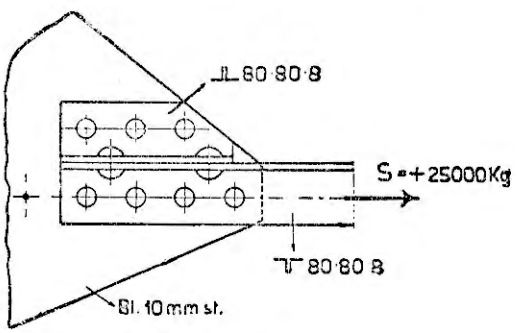
Равнодействующая *ca*, равная разности напряжений $P_5 - P_2$, переносится листом на поясной стержень, а потому по величине этой разности определяется количество заклепок, которыми прикрепляется лист к поясному стержню. Разность усилий в действительности бывает не

велика, и если получаются по рассчету 2 заклепки, то для плотного соприкосновения листа с уголками и большей прочности соединения число заклепок увеличивают. При стыке число заклепок, которыми прикрепляется панель, рассчитывается по усилию каждой. Если к узлу приложена внешняя сила P (фиг. 259), то число заклепок, которыми закрепляется фасонный лист к поясу, определяется по равнодействующей R из разности усилий стержней пояса и внешней силы P.

При одиночных листах приклепывают части стержня с обеих сторон; при этом для передачи усилий в плоскости действия внешних сил стержни должны быть составлены из симметричных частей. При прикреплении стержня с одной стороны передача сил происходит эксцентрически, фасонный лист и заклепки подвергаются изгибающему усилию. Такого соединения следует избегать.



Фиг. 259.



Фиг. 260.

При выступающем листе поясного стержня, стержни решетки могут быть иногда прикреплены непосредственно к листу.

Чтобы сконструировать узел, проводят осевые линии стержней, вычерчивают сначала очертания сечения поясов, затем — решетки, при чем концы ее стержней делают перпендикулярными к их длине, как показано на фиг. 251, 254, 259, и ставят возможно ближе к стержням пояса. Если число заклепок более 4-х, то для прикрепления стержня к фасонному листу пользуются добавочными соединительными уголками, как указано на фиг. 260, 263, 264. Из потребного числа заклепок (7) 4 отнесены на уголки стержня и 3—на соединительные уголки.

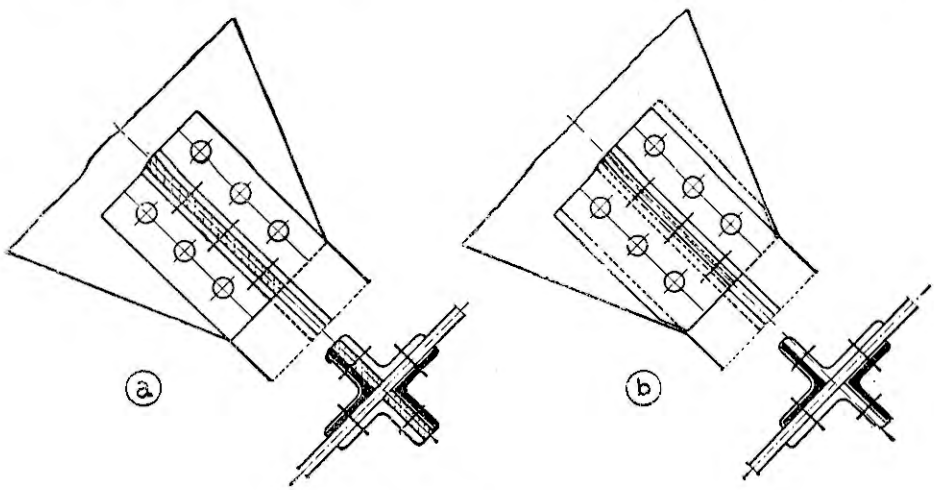
Уголки, расположенные крестообразно (фиг. 261), соединяются с фасонным листом (косынкой) посредством угольников, как показано на фиг. 261; при этом нередко между уголками стержня и соединительными уголками ставят прокладку (фиг. 261*a*), что неправильно, так как заклепки между прокладками подвергаются изгибу; на фиг. 261*b* показано правильное соединение без прокладок: заклепки работают на срез и смятие;

соединение более экономично, так как не надо тратить ни материала на прокладки, ни средств на их изготовление.

е) Фасонные соединительные листы (косынки).

Толщина δ листов берется в зависимости от усилий поясных стержней:

при усилии	до 15000 *кг*			принимают	$\delta = 8-10$ *мм*
„ „	от 15000 „	до 25000 *кг*		„	$\delta = 10-12$ „
„ „	„ 25000 „	„ 35000 „		„	$\delta = 12-14$ „
„ „	более 35000 „			„	$\delta = 14-20$ „



Фиг. 261.

Форма соединительных листов. Листы должны иметь меньше обрезов, сторон и приближаться к прямоугольнику, при этом достигается бо́льшее сопротивление косынки, более дешевое ее изготовление и более красивый вид фермы. Для этой цели раздвигают заклепки пояса, ставят их на большем расстоянии друг от друга, чем $3d$; это расстояние может быть взято до $6d$. На фиг. 254*a* представлена в виду вышеуказанного неправильная форма косынки, а на фиг. 254*b* — правильная; также неправильна форма косынки на фиг. 256.

Расчет косынок. Когда узел сконструирован и форма косынки определена, проверяют косынку в сомнительных местах на прочность, для чего определяют ее напряжение.

Найдем напряжение косынки, вызываемое сжимающим усилием стержня $S = 42\,000$ *кг* (фиг. 262).

Опасное сечение косынки $\alpha - \alpha$ проходит через последние заклепки, так как в нем передается все усилие. Косынка подвергается сжатию силой S и изгибу от эксцентричной нагрузки моментом $M = S \cdot e$, где

e — расстояние от направления осевого усилия S до центра тяжести сечения; $e = 40$ *мм* (фиг. 262). Ширина косынки в опасном сечении = 280 *мм*, толщина ее = 12 *мм*.

Напряжение косынки (наибольшее):

$$\sigma = -\frac{S}{F} - \frac{M}{W}$$

$$S = -42\,000 \text{ кг}.$$

Площадь сечения $F = 28 \cdot 1{,}2 = 33{,}6$ *см*².

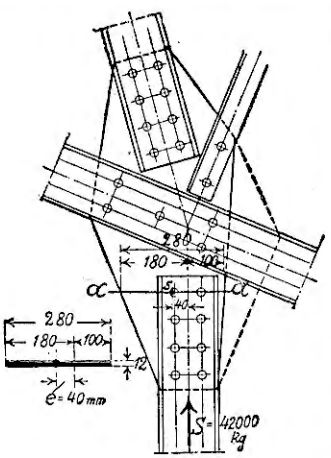
Момент сопротивления:

$$W = \frac{1{,}2 \cdot 28^2}{6} = 156{,}8 \text{ см}^3.$$

$$M = S \cdot e = 42\,000 \cdot 4 = 168\,000 \text{ кг} \times \text{см}.$$

$$\sigma = -\frac{42\,000}{33{,}6} - \frac{168\,800}{156{,}8} = -1\,250 - 1\,070 = -2\,320 \text{ кг/см}^2.$$

Полученное напряжение вдвое более допускаемого, поэтому ширина косынки в опасном сечении должна быть взята больше, что указано пунктирной линией на фиг. 262 и вследствие чего косынка получает другую форму; при этой форме заклепки стержня, проходящего через узел, должны быть раздвинуты. Если бы усилие S было растягивающим, то при определении напряжения надо было взять F netto.



Фиг. 262.

Опорные узлы. Одна опора балочной фермы делается подвижной, другая — неподвижной.

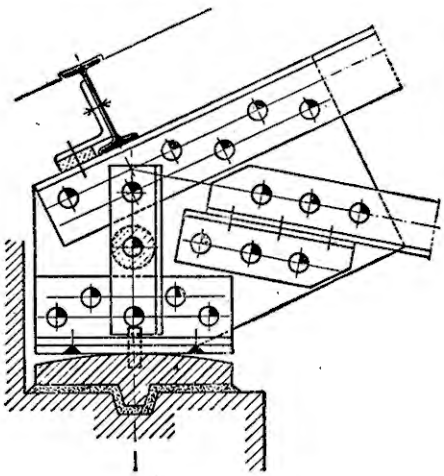
Усилия поясов (стержней) фермы, сходящихся в опорном узле, должны находиться в равновесии с реакцией опоры, а потому эти усилия и реакция должны пересекаться в одной точке. Реакция подвижной опоры направлена вертикально (лучше в средине самой опоры), поэтому точка пересечения осевых линий поясов должна лежать на этой вертикали. Для конструирования узла надо провести осевые линии поясов и через точку их пересечения — вертикальную линию. У неподвижной опоры реакция может образовать некоторый угол с вертикалью; точку пересечения осевых линий поясов рассматривают, как теоретическую опорную точку фермы, и устраивают опору таким образом, чтобы она и кладка могли сопротивляться наибольшему опорному давлению.

Опорные узлы также образуются из соединительного листа, при чем для бо́льшей прочности выбирают лист потолще — 15—20 *мм*; опорное

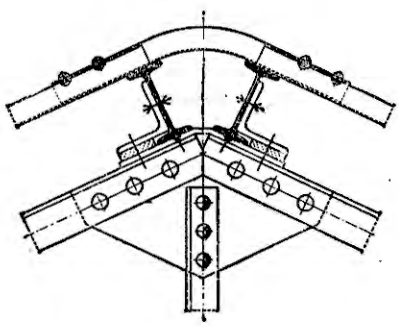
давление передается железному листу фиг. 263 и 264 посредством двух угольников (заклепки внизу имеют потайные головки). Вся опора лежит на чугунной подушке (фиг. 263, 261).

Коньковые узлы. Для образования этих узлов должны быть соблюдены общие положения (фиг. 265).

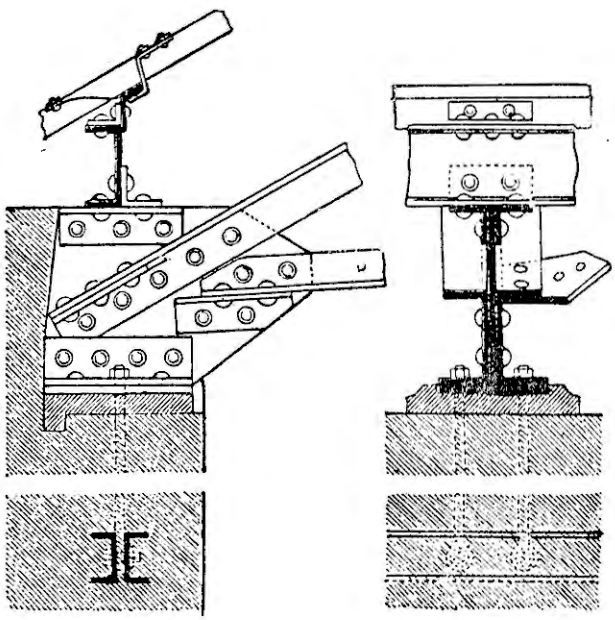
Для стыка поясных стержней рекомендуется воспользоваться соединительным листом и не ставить отдельных соединительных планок.



Фиг. 263.



Фиг. 265.



Фиг. 264.

f) Соединение отдельных ветвей стержней между собою.

1) *Растянутые* стержни из 2-х рядом лежащих уголков, как 2-х швеллеров до профиля № 14, соединяются между собою посредством круглой прокладки и заклепки, как показано на фиг. 227; диаметр прокладки D берется равным $2^1/_2\ d$, где d — диаметр заклепки.

Расстояния между заклепками в растянутых стержнях от $25d$ до $30d$.

Для 2-х уголков, расположенных накрест, и 2-х швеллеров, начиная от профиля № 14, ставят для соединения прямоугольные прокладки и 2 заклепки (фиг. 228).

2) *Ветви сжатых* стержней соединяются между собою посредством 2-х заклепок и прямоугольной прокладки (фиг. 226, 228).

Эти соединения необходимы в соответствующих местах, чтобы все составное сечение, как целое, работало на продольный изгиб. Расстояния l_1 между осями прокладок делаются из рассчета, чтобы отдельная ветвь длиною l_1 работала на продольный изгиб так же, как все составное сечение; для рассчета принимают отдельную ветвь шарнирно закрепленной; сжимающая сила $P_1 = \frac{P}{2}$, где P — сжимающее усилие всего сечения, 2 — число ветвей.

Если сечение состоит из n ветвей, то каждая отдельная ветвь длиною l_1 подвергается сжатию силой $P_1 = \frac{P}{n}$.

Опоры балочных стропильных ферм.

Под влиянием внешних нагрузок и температуры стержни фермы деформируются — удлиняются или укорачиваются, что возможно при устройстве одной опоры подвижною. Если обе опоры будут неподвижными и перемещение опорного узла окажется невозможным, то результатом явятся горизонтальные силы, которые могут быть значительными в зависимости от деформации фермы. Эти силы передаются стенам, является опрокидывающий момент и размеры стены должны быть увеличены.

Кроме того, было предположено при рассчете, как условие статической определимости фермы, что одна ее опора — подвижная и что точки приложения обеих опорных реакций являются определенными.

При конструировании опоры надо стремиться к удовлетворению поставленного требования.

Опоры для балочных ферм бывают скользящие, балансирные и опоры на катках.

1. Скользящая опора.

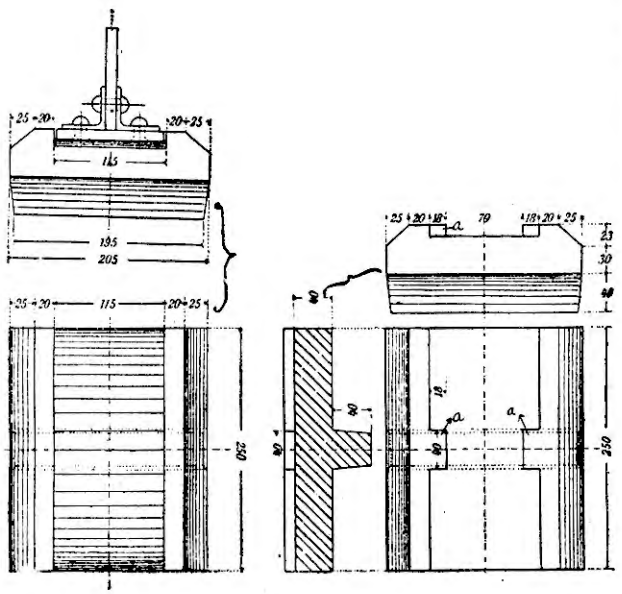
Скользящая опора состоит из 2-х частей: верхней и нижней (фиг. 266, 264). Верхняя часть состоит из железной плиты (опорного листа), которая прикрепляется к соединительному листу (см. опорные узлы). Нижняя часть представляет собой подушку, которая прикрепляется к стене. Для равномерной передачи давления на кладку стены или подферменной камень под подушку кладут слой цемента в 10—15 *мм* толщиной или иногда свинцовый лист толщиной в 3—4 *мм*.

Если верхняя часть опоры — железный лист — может перемещаться (скользить) по подушке, то опора является подвижной, в противном случае — неподвижной.

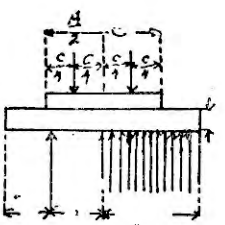
На фиг. 266*a* представлена подвижная опора, на фиг. 266*b* — неподвижная. Чтобы препятствовать боковому сдвигу фермы, обе подушки

снабжены возвышенными продольными краями, как это видно из фигуры. Подушка неподвижной опоры отличается от подушки подвижной выступами a; опорный лист имеет в этих местах вырезы, выступы препятствуют перемещению фермы. Прикрепление подушек к кладке стены или подферменному камню выполняется их крестообразными выступами, или же посредством анкерных болтов.

Рассчет подушек. Пусть подушка имеет размеры a и b; b — в направлении, пер-



Фиг. 266.



Фиг. 267.

пендикулярном к плоскости фермы. Принимаем, что опорное давление распространяется по всей длине c железного листа (фиг. 267).

Подушка рассматривается, как балка, заделанная в середине; наибольший изгибающий момент относительно середины:

$$M = \frac{A}{2}\left(\frac{a}{4} - \frac{c}{4}\right),$$

где A — опорное давление.

Назвав чрез k — допускаемое напряжение материала подушки на изгиб, имеем:

$$M = W \cdot k; \frac{A}{2}\left(\frac{a}{4} - \frac{c}{4}\right) = \frac{b\delta^2}{6} \cdot k.$$

Отсюда толщина:

$$\delta = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3A(a-c)}{b \cdot k}};$$

k принимают: для чугуна 250 *кг/см*².
» стали 1 000 »

Величина опорной площади подушки:

$$f = ab = \frac{A}{k_1},$$

где k_1 — допускаемое давление на кладку или подферменный камень.

k_1 — для кирпичной кладки из обыкновенного кирпича на известковом растворе $= 7$ *кг/см*²;

k_1 — для кирпичной кладки из хорошо обожженного кирпича на цементном растворе $= 10$ *кг/см*².

Предельное отношение величин сторон:

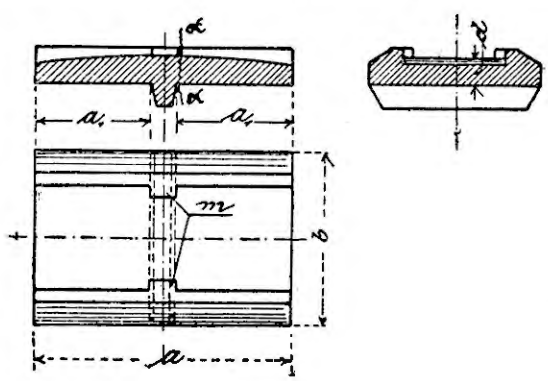
$$a : b = \frac{1}{2}.$$

Недостаток указанной опоры состоит в том, что точка приложения равнодействующей является неопределенной; при прогибе фермы опорный лист передает давление неодинаково на подушку: передние части — с внутренней стороны — испытывают бо́льшие давления, задние — меньшие; точка приложения равнодействующей всех давлений перемещается ко внутренней стороне, что не удовлетворяет теоретическому требованию; стена, кроме того, испытывает неравномерное давление: вследствие бо́льшого трения могут явиться еще значительные горизонтальные силы.

Эти опоры применяются для пролетов до 12 *м*.

2. Тангенциальная опора.

В тангенциальной опоре верхняя поверхность подушки имеет цилиндрическую выпуклость (фиг. 268, 263). Опорный лист касается по прямой линии, около которой ферма при прогибе имеет вращательное движение. Неподвижная опора снабжается выступами, как в предыдущей скользящей опоре.



Фиг. 268.

Радиус цилиндрической поверхности подушки в сантиметрах определяется из формулы:

$$R_{см} = \frac{90\,(A_{max})^2}{b^2},$$

где A — опорное давление в тоннах,

$b_{см}$ — размер подушки в сантиметрах в направлении, перпендикулярном к плоскости фермы.

Рассчет подушки. Нижняя подушка рассчитывается, как балка, заделанная по середине, принимая при этом давление равномерно-распределенным по всей кладке (фиг. 268).

Нижняя ее площадь:

$$a \cdot b = F = \frac{A}{k},$$

где A — давление фермы на стену или подферменный камень в *кг*,

k — допускаемое давление на 1 *кв. см* их площади.

Определение толщины подушки в середине.

Подушка рассчитывается, как балка, заделанная по середине, принимая при этом давление равномерно-распределенным по всей кладке.

Изгибающий момент:

$$M = \frac{A}{2} \cdot \frac{a}{4} = \frac{A \cdot a}{8};$$

$M = W \cdot k$, где

W — момент сопротивления опасного сечения $= \frac{bd^2}{6}$,

k — допускаемое напряжение материала на изгиб.

$$\frac{A\,a}{8} = \frac{bd^2}{6} \cdot k,$$

откуда

$$d = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{A}{b \cdot k}}$$

k — для чугуна $= 250$ *кг/см*^{2}

k — для стали $=$ д. б. 1 000 *кг/см*^{2}.

Толщину d_1 у краев принимают $= \frac{d}{2}$, но во всяком случае меньше 12,5 *мм* не делают.

Тангенциальные опоры применяются для пролетов до 20 *м*.

3. Балансирные опоры.

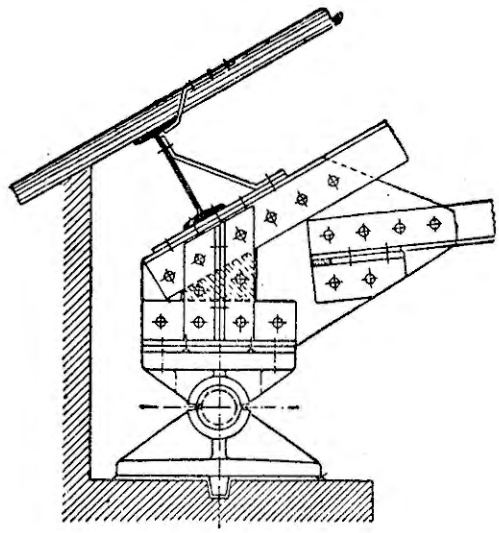
На фиг. 269, 270 представлена балансирная опора, состоящая из 2-х подушек и балансира (болта). Верхней подушкой передается опорное давление болту (шарниру), лежащему в цилиндрическом гнезде нижней. Опорное давление не изменяет точки приложения, что соответствует теоретическому требованию.

Нижняя подушка неподвижной опоры прикрепляется к кладке стены или подферменному камню выступами или анкерными болтами, нижняя подушка подвижной опоры укладывается на катках. Шарнир (болт) и гнездо подушек делаются большей частью одного диаметра.

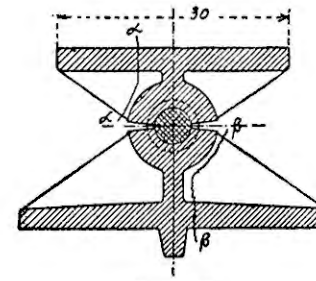
Рассчет верхней подушки.

Если принять в рассчет ребра, то толщина подушки проверяется следующим образом для опасного сечения $\alpha - \alpha$ (фиг. 270):

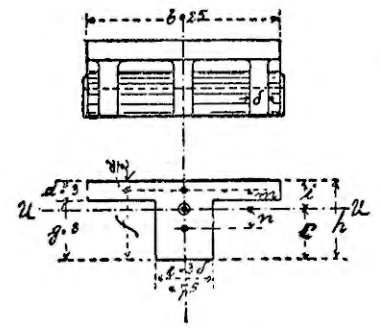
Для расчета принимают одно ребро толщиною равным толщине всех ребер; при толщине ребра $= \delta$ и 3-х ребрах для подушки, представленной на фиг. 271*a*, получается сечение, указанное на фиг. 271*b*.



Фиг. 269.



Фиг. 270.



Фиг. 271.

Взяв статические моменты относительно нижнего края сечения, определяем положение центра тяжести:

$$c = \frac{(b \cdot d) f + \frac{g^2 \cdot e}{2}}{b \cdot d + g \cdot e}.$$

Момент инерции относительно оси $u - u$, проходящей через центр тяжести сечения:

$$J_u = \frac{b\, d^3}{12} + (b \cdot d)\, m^2 + \frac{e \cdot g^3}{12} + (e \cdot g)\, n^2.$$

Моменты сопротивления крайних волокон:

$$W_u = \frac{J}{c};\ W_0 = \frac{J}{i};\ (i = h - c).$$

Напряжение материала:

$$+\sigma_0 = \frac{M}{W_0};\ -\sigma_u = \frac{M}{W_u}$$

$+\sigma_0 \leqslant 250$ *кг/см*² для чугунной подушки и 500 *кг/см*² для стальной.
$-\sigma_u \leqslant 500$ » » » » » 1 000 *кг/см*² » »

Рассчет нижней подушки.

Нижняя подушка неподвижной опоры прикрепляется к стене, или к подферменному камню, и должна воспринимать наклонные давления при действии ветра.

Если A_w — наибольшее давление, то его разлагают на 2 составляющие: вертикальную A и горизонтальную H.

Горизонтальная составляющая дает момент:

$$M = H \cdot h,$$

где h — расстояние от центра болта (шарнира) до основания подушки.

Если момент сопротивления основания подушки

$$W = \frac{b \cdot a^2}{6}, \text{ то}$$

краевые напряжения кладки или камня:

$$\sigma_{max} = -\frac{A}{F} - \frac{M}{W}$$

$$\sigma_{min} = -\frac{A}{F} + \frac{M}{W}$$

A = давлению от собственного веса A_g + вертикальное давление от ветра A_{wv}.

При одновременном давлении ветра и снега берут соответствующие значения для вертикального давления A и момента M.

Рассчет диаметра болта-шарнира. Для стального шарнира радиус в *см* $r = \frac{A}{1\,400b}$, для чугунного — $r = \frac{A}{700\,b}$, где

A — давление в *кг*,

b — длина болта в *см* (центральный угол, соответствующий поверхности касания, принят в 90°).

Принимают $r \geqslant 3$ *см*.

Пусть для примера

вертикальные давления: 1) от собств. веса $A_g = 2\,000$ *кг*

2) » снега $A_s = 2\,000$ »

3) » ветра $A_w = 1\,500$ »

$A_{max} = 5\,500$ *кг*.

$A_1 = A_{max} = 5\,500$ *кг*.

$A_2 = A_{min} = A_g + A_w = 2\,000 + 1\,500 = 3\,500$ *кг*.

$H = 1\,700$ *кг*

Размеры: $h = 15$ *см*, $a = 30$ *см*, $b = 25$ *см*.

Площадь основания подушки $F = 25 \cdot 30 = 750$ *см*².

Момент сопротивления подушки $W = \frac{25 \cdot 30^2}{6} = 3\,750$ *см*².

Изгиб. момент $M = H \cdot h = 1\,700 \cdot 15 = 25\,500$ *кг* $\times$ *см*.

$$\sigma_{max} = -\frac{A_{max}}{F} - \frac{M}{W} = -\frac{5\,500}{750} - \frac{25\,500}{3\,750} = -7{,}3 - 6{,}8 = -14 \text{ кг/см}^2.$$

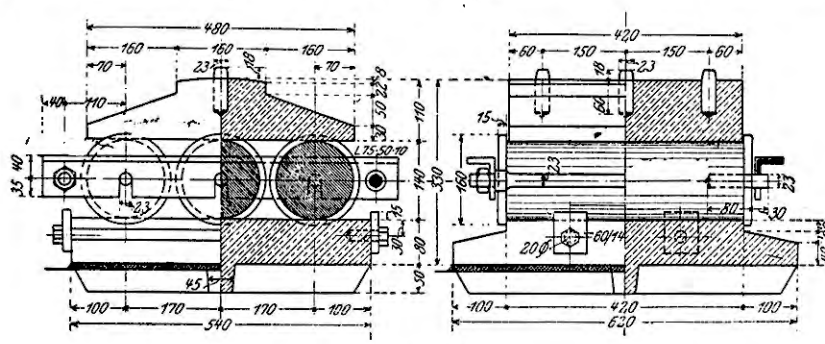
$$\sigma_{min} = -\frac{A_{min}}{F} + \frac{M}{W} = -\frac{3\,500}{750} + \frac{25\,500}{3\,750} = -4{,}66 + 6{,}8 = +2{,}14 \text{ кг/см}^2.$$

Напряжение $\sigma_{max} = -14$ *кг/см*² для кирпичной кладки — велико (допускается $k = 10$ *кг/см*² для кладки на цементном растворе).

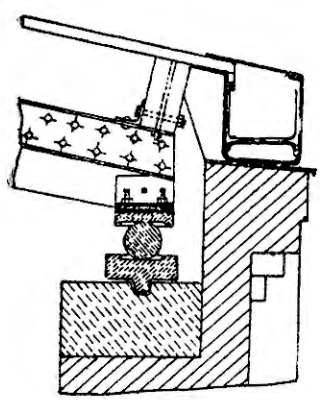
Напряжение на растяжение кладки — в виду возможности раскрытия швов — вообще недопустимо (для кладки на цементном растворе это напряжение не должно превосходить 2 *кг/см*²). Для уменьшения напряжений надо уменьшить h и увеличить размер a плиты.

4. Опоры на катках.

Такая опора представлена на фиг. 272, 273 и состоит из 3-х частей: верхней и нижней подушек и катков; применяется, если давление пре-



Фиг. 272.



Фиг. 273.

вышает 20 000 *кг*. Нижняя подушка делается обыкновенно из чугуна и прикрепляется к кладке или подферменному камню крестообразными выступами или посредством анкерных болтов. Верхняя подушка устраивается в виде горизонтальной плиты или балансирной. Катки отливаются обыкновенно из чугуна диаметром в 40, 50, 60 и до 80 *мм*; длина катков малым разнится от ширины балансирной подушки (300—400 *мм*); число катков — до 4.

Катки прикрепляются к общей раме из плоского железа толщиной в 10—15 *мм*, чем обеспечивается их взаимное параллельное расположение; прикрепление к раме производится или посредством особых цапф диаметра от 18—20 *мм*, или посредством болтов диаметра от 15—30 *мм* (фиг. 272). Цапфы бывают прилиты или ввинчены в тело катка.

Если по устройству опоры можно принять опорное давление A равномерно распределенным на все катки, то число чугунных катков n при чугунных подушках определяется из формулы Häsler'a (среднее значение) (фиг. 273):

$$n = \frac{47 \cdot A}{b\,r}, \text{ для стальных катков } n = \frac{38\,A}{b \cdot r},$$

где A — опорное давление в *м*, r — радиус катка в *см*, b — длина катка в *см*. По Герцу напряжение на смятие по линии касания опорной плиты с катком:

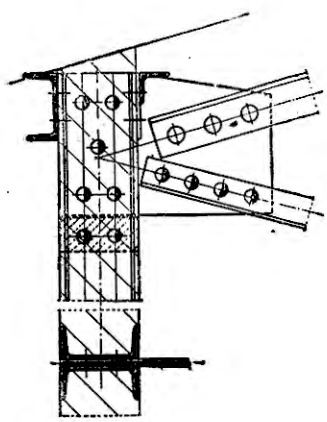
$$\left(в\,\frac{м}{см^2}\right)\ \sigma = 0{,}42\sqrt{\frac{p \cdot E}{r}},$$

p — давление в *м* на 1 пог. *см* касания $= \frac{A}{n \cdot b}$. E — модуль упругости $\left(\frac{м}{см^2}\right)$.

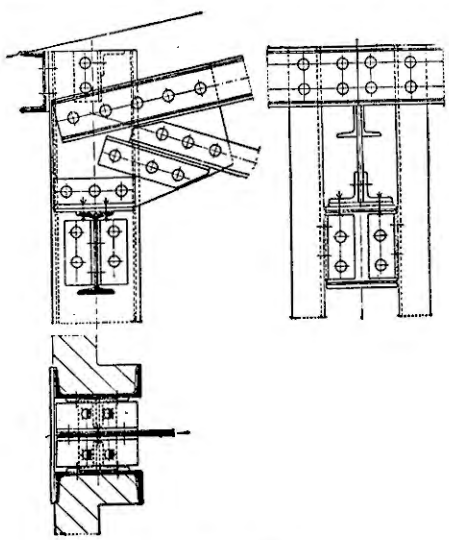
Допускаемое напряжение на смятие: для чугуна $= 2\,600$ *кг/см*², для стали $= 4\,000$ *кг/см*².

5. Опоры на колоннах.

При расположении опор на железных колоннах или прогонах устраивают обе опоры неподвижными, соединяя их или жестко, или посредством шарнира с колоннами, прикрепленными к фундаменту. Хотя такое устройство не допускает горизонтального перемещения опоры, принимают однако при определении реакций, что одна опора подвижна; тем самым устанавливаемая ферма является статически определимой в отношении опор. Указанное допущение имеет оправдание в упругости и податливости колонны незначительному горизонтальному перемещению в месте прикрепления опор.



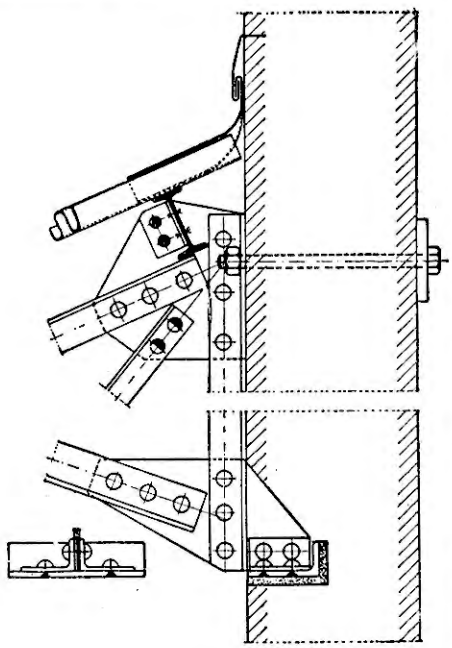
Фиг. 274.



Фиг. 275.

На фиг. 274 представлено прикрепление опорного узла к колонне, состоящее из 2-х близко друг к другу расположенных швеллеров; фасонный соединительный лист (косынка) вставлен между стенками швеллеров и прикреплен заклепками.

На фиг. 275 указано прикрепление опорного узла к колонне из 2-х швеллеров при более отдаленном их расположении друг от друга; горизонтальный опорный лист установлен на двутавровой балке, прикрепленной к швеллерам посредством уголков.



Фиг. 276.

6. Опоры навесных ферм.

На фиг. 276 представлено прикрепление к кладке стены навеса, состоящего из одной консоли; нижняя опора состоит из 2-х уголков, прикрепленных к фасонному листу; для увеличения площади опорного давления уголки берутся неравнобокими; эти уголки соединяются с опорным уголком, как указано на фиг. 276.

В верхней части прикрепление к стене производится посредством анкерного болта.

Нижняя опора устраивается так же из чугуна, как неподвижная опора для балочных стропильных ферм, выше рассмотренная.

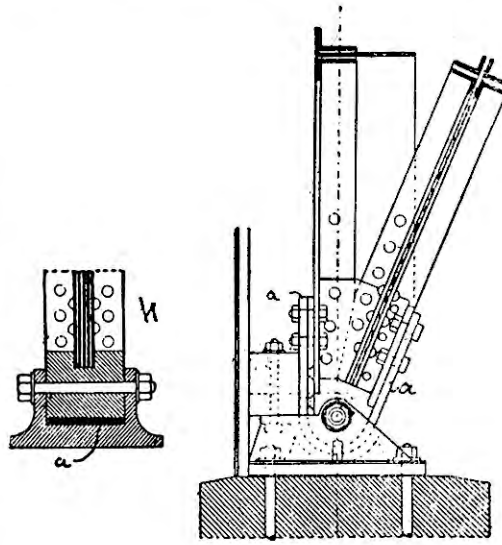
Опора помещается в нише стены и доступна для осмотра.

Пятовые и ключевые шарниры арочных стропильных ферм.

Пятовые шарниры. При рассчете фермы было предположено, что она имеет опоры с шарнирами, около которых она может поворачиваться, и что опорное давление проходит чрез шарнир — его центр, относительно которого предполагается возможность вращения. При конструировании опоры следует удовлетворять этим условиям. Кроме того в фермах без затяжки опорное давление имеет обыкновенно наклонное направление и может быть разложено на вертикальное и горизонтальное давления, а потому пятовые опоры должны воспринять эти давления и должны быть неподвижны. Возникающие горизонтальные и вертикальные силы принимают во внимание при соединении фермы с опорой и опоры с фундаментом.

Обыкновенно у опоры сходятся два стержня фермы: усилия их и опорная реакция должны находиться в равновесии; так как реакция

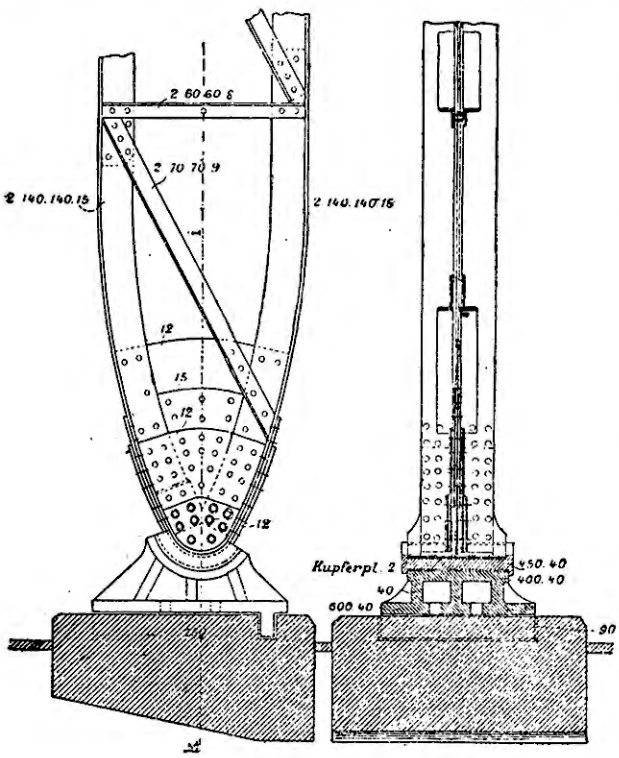
проходит чрез центр шарнира, то и пересечение осевых линий стержней, по которым предполагаем направленными усилия, должно прийтись в центре. Шарнир должен обусловить возможность вращения около него половины фермы; диаметр его должен быть по возможности меньше, чтобы уменьшить вредную силу трения, удовлетворяя однако условиям прочности.



Фиг. 277.

Шарниры устраивают вообще различным образом. Различают их три рода:

1) Соединяют стержни сходящихся поясов в прямолинейном виде, как это представлено на фиг. 277 и ясно по разрезам; конструируют узел по общим правилам, подушка прикрепляется к кладке болтами, чрез боковые выступы подушки проходит болт-шарнир.



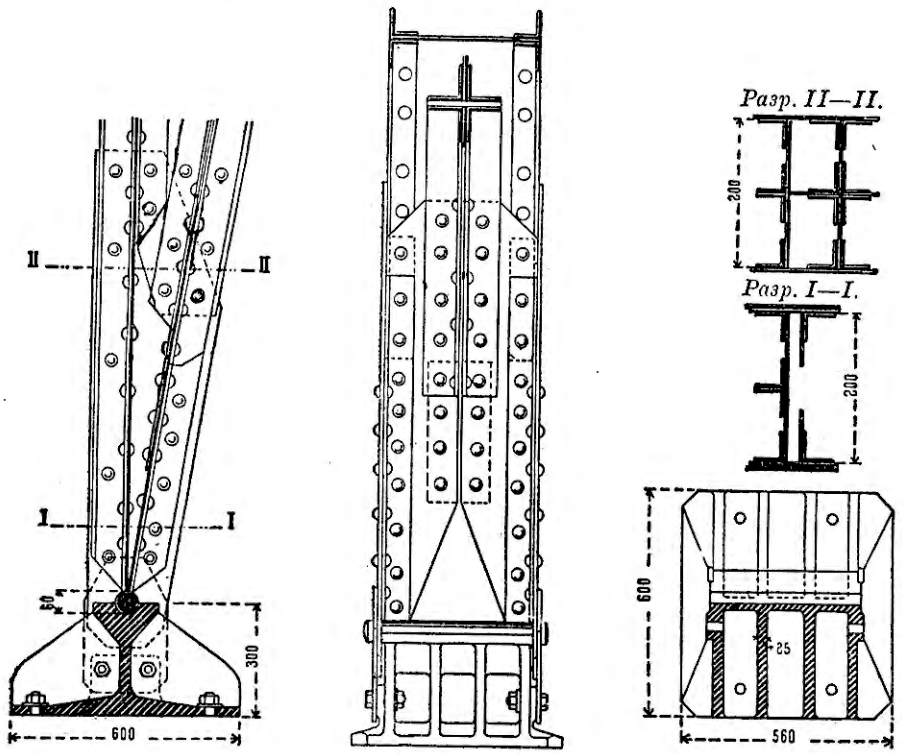
Фиг. 278.

2) Соединяют оба пояса у пяты с некоторым округлением, как показано на фиг. 278, прикрепляют опорный вкладыш, который помещается в гнезде подушки. Пята в гнезде может поворачиваться.

3) На фиг. 279 показано устройство пяты с шарниром, который воспринимает давление фермы при посредстве поясов узла. Болт помещается в гнезде нижней подушки, прикрепленной анкерными болтами к фундаменту. По краям ферма соединена с опорной подушкой фа-

сонными листами — это делается для сопротивления отделению фермы от опоры и соскальзыванию от действия горизонтальных и вертикальных сил, о которых было замечено выше.

Передача давления болту производится также подушкой, прикрепляемой к узлу, как показано на фиг. 280.



Фиг. 279.

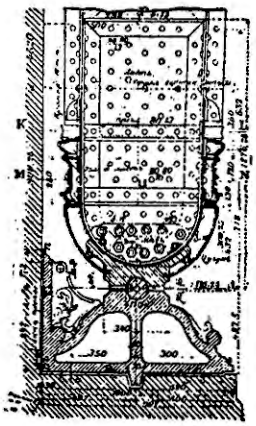
Рассчет шарнирных болтов приведен при балансирных опорах:

$d_{см}$ — диаметр болта $= \frac{A_{кг}}{350 \cdot b}$ — для чугуна
$d_{см}$ — » » $= \frac{A_{кг}}{700 \cdot b}$ — » стали

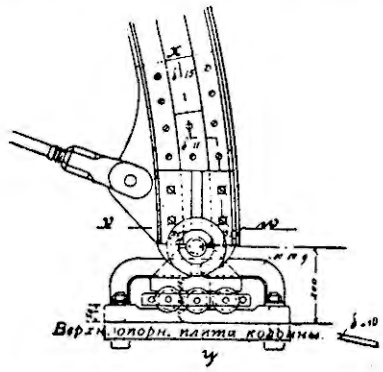
при достаточной поверхности касания, когда можно допустить соответствующий ей центральный угол в 90°.

На фиг. 281 представлена подвижная опора на катках арочной фермы со сплошной стенкой. Поперечное сечение представляет клепанную двутавровую балку (такое сечение применяется, когда не подходит катанная двутавровая балка I или из 2-х швеллеров] [). Через сечение у опоры, усиленное прикрепленными накладками, проходит шарнирный болт. Затяжка из круглого железа, принимающая распор арки, прикреплена к фасонному листу посредством проушины и болта.

Ключевые шарниры. Ключевой шарнир должен оказывать сопротивление давлению — горизонтальному и вертикальному, производимому одной половиной фермы на другую; шарнир должен, кроме того, допускать вращение около себя каждой половины фермы. Ключевой узел образуется, как узел в пяте.



Фиг. 280.



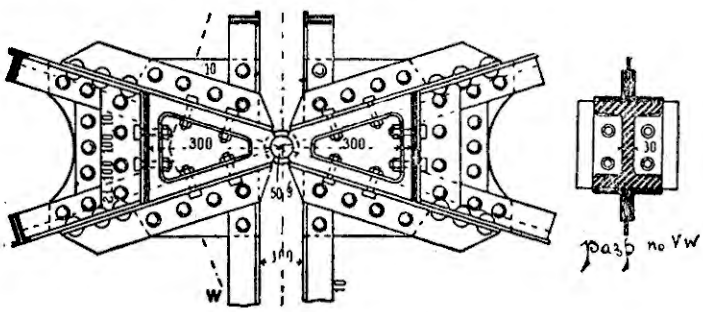
Фиг. 281.

Различают следующие конструкции ключевого шарнира:

1) Обе половины фермы упираются на болт, обхватывая его почти до половины диаметра. Такое устройство показано на фиг. 282.

2) Обе половины фермы обхватывают весь ключевой болт, как представлено на фиг. 283, 284.

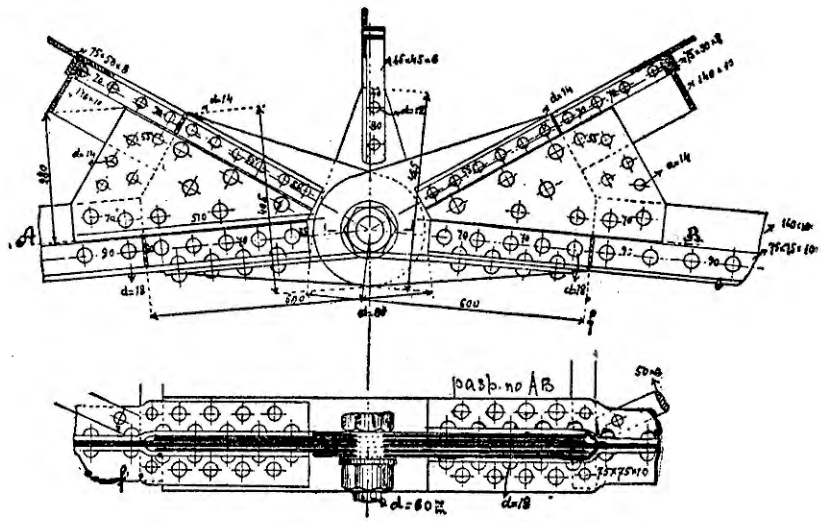
3) Обе половины фермы снабжены частями, воспринимающими особо горизонтальное и вертикальное давление.



Фиг. 282.

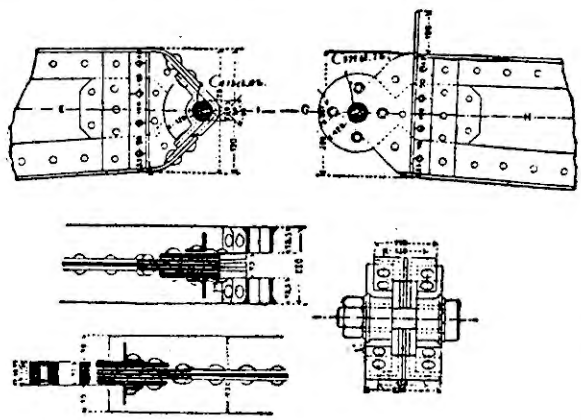
Показанное на фиг. 282 устройство ключевого шарнира состоит из 2-х чугунных подушек и шарнирного болта; подушка каждого конца прикрепляется посредством уголков и болтов к фасонному листу; болт обхватывается гнездами подушек почти на треть его диаметра. Вследствие такого обхвата поверхность болта оказывается достаточной для ключевого давления, направленного под небольшим углом к горизонтали. Чем

более направление давления приближается к вертикали, тем невыгоднее становится конструкция, так как площадь передачи давления становится все меньше.



Фиг. 283.

Указанная конструкция рекомендуется только при незначительном отклонении ключевого давления от горизонтали. В противном случае прибегают к конструкции, показанной на фиг. 284: конец левой половины устроен в виде вилки, конец правой расположен в средней плоскости фермы и усилен приклепанными к нему железными листами до такой толщины, чтобы мог свободно войти в пространство вилкообразной части; оба конца соединяются болтом. Вилка устроена из плоского железа, прикрепленного болтами к уголкам сечения; обе изогнутые пластинки обхватывают весь болт.



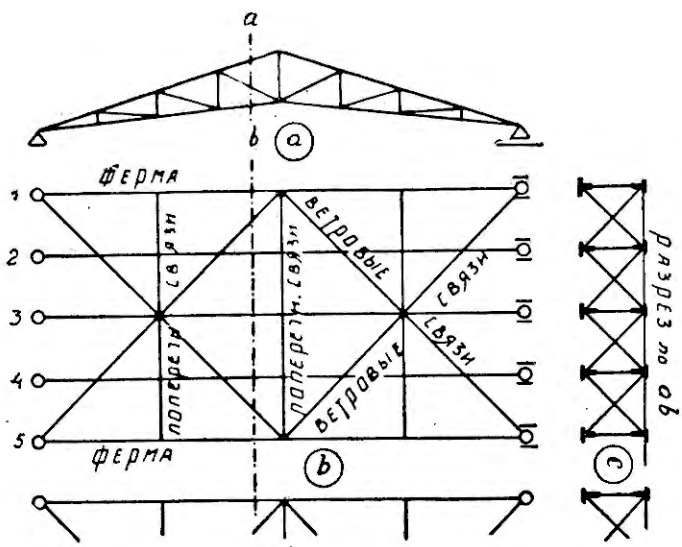
Фиг. 284.

На фиг. 283 показано устройство шарнира, состоящего также из одной вилкообразной части и другой, утолщенной приклепанными железными листами; вилкообразная часть также составлена из железных листов. Через эти железные листы проходит болт. Оба последние вида конструкции являются наиболее распространенными.

Поперечные и ветровые связи.

Для того, чтобы рассмотренные плоские фермы были устойчивы, их соединяют связями (каждая отдельно стоящая ферма может легко опрокинуться).

Связи бывают 2-х родов: поперечные и ветровые (фиг. 285, 286, 287). Поперечные связи состоят обыкновенно из 2-х перекрестных диагоналей — уголков небольшого калибра — и располагаются между фермами в плоскости, перпендикулярной к их плоскости (фиг. 286). К поперечным связям относятся также прогоны, укладываемые обыкновенно в узлах верхнего пояса. Этими связями обеспечивается расположение узлов в плоскости фермы и достигается также устойчивость. Поперечные связи устраиваются в тех



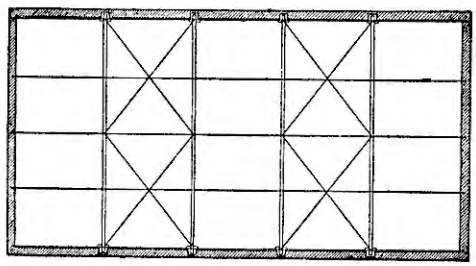
Фиг. 285.

промежутках между фермами, где не находятся подвижные стыки прогонов, чтобы не препятствовать удлинению последних от изменения температуры.

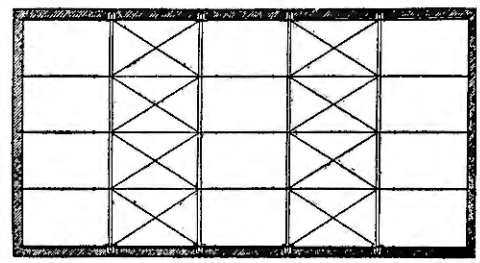
Ветровые связи устраиваются обыкновенно в виде диагоналей из углового или плоского железа и располагаются в плоскости верхнего пояса (фиг. 286, 287, 288). Они обеспечивают взаимное расположение ферм, противодействуют опрокидыванию их от давления ветра и вместе с поперечными связями обуславливают устойчивость. Так как каждые две соседние фермы, соединенные ветровыми связями, приобретают устойчивость, то оказывается достаточным соединять связями каждую ферму с одной

из соседних, не соединяя с остальными, как это видно на фиг. 286, 288; связи при этом надо располагать в тех промежутках между фермами, где не находятся подвижные стыки прогонов, если они сконструированы со свешенными концами (уравновешенные).

Диагонали связей бывают одиночные (фиг. 289) и двойные (фиг. 286 и 287); при небольших пролетах применяют для них угловое или тавровое

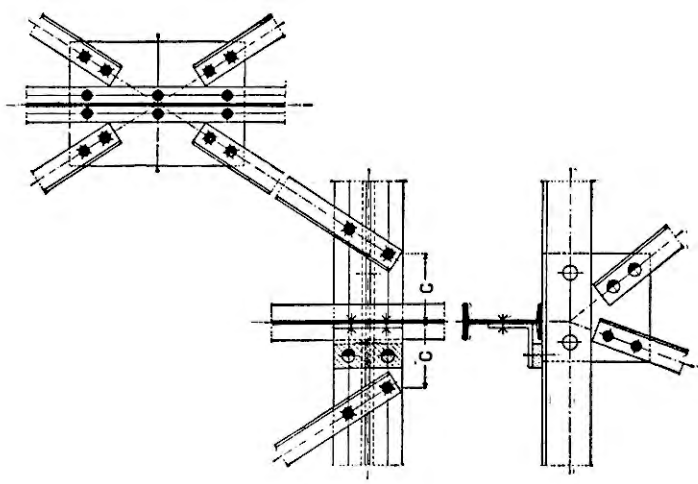


Фиг. 286.



Фиг. 287.

железо, при больших пролетах — корытное железо или составное сечение. Жестким диагоналям отдают предпочтение пред таковыми из полосового или круглого железа, так как полосовое железо трудно натягивать, особенно при малых сечениях, а круглое железо требует дорого стоящих соединений; кроме того, их приходится часто подтягивать посредством муфт.



Фиг. 288.

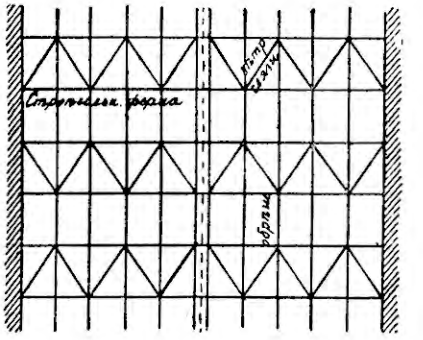
При малых пролетах соединяют диагоналями опорные и коньковые узлы, как показано на фиг. 286; при больших пролетах и большом расстоянии между фермами диагонали ставят между смежными прогонами (фиг. 287) или между прогонами чрез один, другой.

Угол, образуемый верхним поясом с диагоналями, должен быть не меньше 30° и не больше 55°; лучше всего 45°.

Прикрепление ветровых связей производится посредством соединительного листа толщиной в 8—10 *мм*, приклепываемого к верхнему поясу; каждую связь приклепывают к листу по крайней мере двумя заклепками.

На фиг. 288 показано прикрепление ветровых связей к уголкам верхнего пояса и между собою.

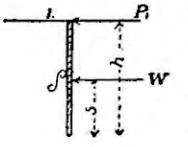
Точный рассчет ветровых связей невозможен, так как нельзя определить те силы от давления ветра по длине здания на крышу, которым они подвергаются. В обыкновенных случаях достаточными оказываются уголки $65 \times 65 \times 8$, $70 \times 70 \times 8$ и $80 \times 80 \times 8$.



Фиг. 289.

Если щипцовая стена представляет конструкцию, связанную с фермами, и опирается на них, то давление ветра на стену передают ветровым связям и определяют вызываемые в них усилия.

Пусть на фиг. 290 щипцовая стена, покрытая волнистым железом или стеклом, подвергается давлению ветра; для определения давления, приходящегося на каждый прогон, площадь стены разделена на соответствующие части.



Если f_1 — площадь, соответствующая прогону 1 в коньке, то давление на нее ветра $W = pf_1$, где $p = 125$ *кг/м²* или 180 *кг/м²*.

Давление P_1 в коньке получим из формулы:

$$P_1 \cdot h = W \cdot s,$$

где s — расстояние центра тяжести от нижней линии (фиг. 290).

Таким же путем определяются силы P_2, P_3, P_4 ..., действующие в местах прикрепления остальных прогонов. Систему диагональных связей можно рассматривать, как решетку балки с параллельными поясами, подверженную действию найденных сил P, и определить усилия связей по способу Кремона и Риттера (фиг. 290).

Фиг. 290.

Краткий обзор развития металлических стропильных ферм.

Применение железа в строительном деле не получило в Европе широкого распространения вплоть до начала XIX века. На востоке, главным образом в Китае, в начале христианской эры строились железные (цепные) мосты; в Индии в середине XIII века перекрывались железом порталы храмов. В Европе до XVIII века железо употреблялось почти исключительно для изготовления оружия и вспомогательных конструкций — различных креплений и связей. Железо было еще слишком дорого для массового применения и кроме того не было еще технических способов и оборудования для изготовления железных конструкций. Поэтому в строительном деле употреблялись почти исключительно дерево и камень. Впервые в Англии, а затем во Франции, Германии и Австрии начали применять железо в виде чугуна с середины XVIII века; чугун применялся сначала для потолочных перекрытий, затем для мостов и стропил. В Манчестере в 1804 г. была применена для двускатной крыши бумагопрядильной фабрики чугунная конструкция, у которой верхний пояс был прямолинейным, а нижний — дугообразный. Чугунные перекрытия были построены у нас на Урале при Петре Великом. В виду того, что чугунные стропильные фермы оказывались тяжелыми и дорогими, в них начали вводить улучшения посредством применения сварочного железа для вытянутых частей. С течением времени все более определялись недостатки чугуна, как строительного материала, как-то: неоднородность, недостаточная упругость, неодинаковое сопротивление сжатию и растяжению, хрупкость при ударах. Для прочности приходилось делать отдельные части больших сечений, вследствие чего значительно увеличивался вес. Постепенно стали применять сварочное железо — сначала в деревянных конструкциях для вытянутых стержней, а затем для постройки стропильных ферм целиком из этого материала. Применение железа в широких размерах относится всецело к XIX веку, в конце которого годовое производство железа возросло с 850.000 тонн в начале века до 38 милл. тонн. Сначала железные конструкции ферм являлись подражанием деревянным (подвесных и шпренгельных систем), затем возникли новые идеи, новые конструкции — вначале двускатные балочные фермы, среди них фермы немецкой системы, английской, бельгийской. Впервые в большом масштабе английские фермы нашли применение при сооружении железнодорожной линии Лондон—Бирмингам. В 1839 г. была предложена система Полонсо; эту же систему независимо от Полонсо предложил немецкий профессор Виггман в том же году. Такими фермами на первых порах было перекрыто несколько крупных зданий (в Париже вокзалы — Сен-Лазарь и Версальский, главное здание промышленной выставки 1876 г., в Неаполе — вокзал (пролет 34,4 *м*) и др.). Свойства железа дали возможность сосредоточить внешние на-

грузки на незначительное число точек, значительно удаленных одна от другой, и достигнуть таким образом перекрытия столь крупных пролетов, о которых нельзя было раньше и думать. Пакстон в 1850 г. построил в Лондоне на первой международной промышленной выставке хрустальный дворец; перекрытия были железные, а опоры и колонны — чугунные, заполнение кровли и стен — из разноцветных стекол. Эта постройка, в которой железо, как строительный материал, получило первенствующее значение, оказала огромное влияние на дальнейшее развитие подобных сооружений в других местах; так, например, были построены, стеклянный дворец в Мюнхене, Дворец промышленности и Национальная Библиотека в Париже и многие другие. Системы стропильных ферм развивались постепенно по мере развития теории и накопления опыта. На развитие металлических конструкций оказало естественно большое влияние улучшение и развитие производства железа, прокатка его и достижения в области строительной механики и графической статики. Успехи этих наук дали возможность уточнить и улучшить расчетную часть, что имело последствием более целесообразное и экономное использование материала.

В начале 50-х годов стали входить в употребление в Англии при сооружении вокзалов параболические и серповидные фермы (вокзал в Ливерпуле в 1851 г., пролет 46,8 метров, и вокзал в Бирмингаме в 1854 г., пролет 63,4 *м*). Из Англии эти фермы перешли на континент. С начала 60-х годов вошли в употребление арочные фермы; сначала в Англии, затем во Франции и Германии; сперва шарниры ставили в пятах арок (Шведлер, 1863 г.), а затем и в ключе (Барлоу и Ордит, 1866—1873 г.г., вокзал св. Панкратия в Лондоне). Шарнирная арочная ферма была применена в 1866/67 г. при постройке вокзала Восточной жел. дор. в Берлине (пролет 36,7 *м*). Арочные фермы получили большое распространение по преимуществу для вокзальных навесов и выставочных зданий.

VI. Рассчет элементов перекрытия.

Рассчет досчатого настила.

1. Досчатый настил из одного ряда досок.

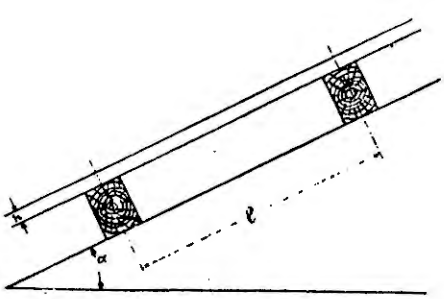
Досчатый настил устраивается на обрешетинах (фиг. 291, 292, 294, 295).

Доски рассчитываются на изгиб, как балка, свободно лежащая на 2 опорах.

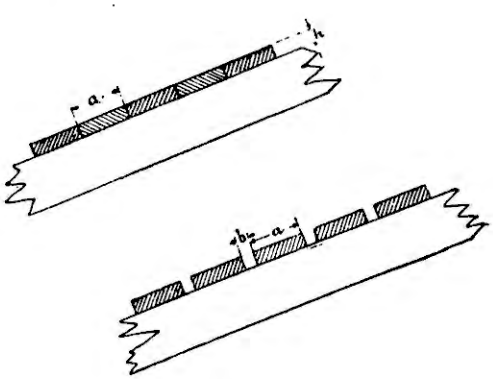
Обозначим толщину доски чрез h *см.*

Обозначим ширину доски через a (см. фиг. 292).

Рассмотрим 2 случая: 1) когда доски образуют сплошную опалубку и 2) когда между досками имеется зазор b.



Фиг. 291.



Фиг. 292.

Постоянные нагрузки:

1) g_1 — вес кровельного материала,

2) g_2 — вес доски в *кг* на 1 пог. *м.*

Пусть q — постоянная нагрузка на 1 пог. *м* общая $= g_1 + g_2$.

Временные нагрузки:

1) Q — сосредоточенный груз от веса человека $= 50$ *кг* (принятый вес в 100 *кг* распределяется на 2 доски).

2) *Нагрузка от давления снега:*

a) при сплошной опалубке и при уклоне крыши α на 1 пог. *м* доски приходится (фиг. 292, вверху):

$$S' = 0{,}01\, a \cos\alpha\, 100 = a \cos\alpha,$$

b) при зазоре b между досками (фиг. 292, внизу):

$$S'' = 0{,}01\, (a + b) \cos\alpha\, 100 = (a + b) \cos\alpha.$$

3) *Давление ветра.*

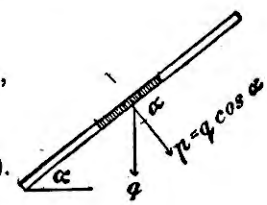
Полное давление ветра, *нормальное* к скату крыши, на 1 пог. *м* доски:

a) при сплошной опалубке

$$W_0' = 180 \cdot 0{,}01\, a \sin(\alpha^0 + 10^0) = 1{,}8\, a \sin(\alpha^0 + 10^0),$$

b) при зазоре b между досками

$$W_0' = 1{,}8\, (a + b) \sin(\alpha^0 + 10^0).$$



Фиг. 293.

Вертикальная нагрузка разлагается на 2 составляющие: одну — нормальную к скату и другую — параллельную скату (фиг. 293).

Последняя производит сжатие или растяжение, вызывая незначительные напряжения, потому в рассчет не принимается.

Нормальная составляющая:

1) от постоянной нагрузки . . . . . $p_1 = q \cos\alpha$
2) „ веса человека . . . . . $Q' = Q$ „
3) „ max. давления снега . . . . . $p_2 = S$ „

Рассмотрим 3 случая:

1-ый случай: постоянная нагрузка + нагрузка от полного давления снега + вес одного человека;

2-ой случай: постоянная нагрузка + нагрузка от полного давления ветра;

3-й случай: постоянная нагрузка + $\frac{3}{4}$ нагрузки от полного давления снега + $\frac{2}{3}$ нагрузки от полного давления ветра.

Для досчатого настила наиболее невыгодным является 1-й случай нагрузки.

Примечания: 1) обычно наиболее невыгодным оказывается случай совместного действия снега и ветра; при крутых уклонах более невыгодным 2-ой случай — отдельное max. давление ветра; 2) во 2-ом и 3-ем случаях нагрузку от человека не учитывают, как указано выше.

1-й случай. Отдельная нагрузка снегом.

Нормальная составляющая ее $p_2 = S\cos\alpha$.

a) при сплошной опалубке:

$$p_2 = S\cos\alpha = a\cos^2\alpha;$$

b) при зазоре b между досками:

$$p_2 = (a+b)\cos^2\alpha.$$

Наибольший изгибающий момент:

$$M'_{\max} = \frac{(p_1+p_2)\,l^2\cdot 100}{8} \text{ в } кг\times см.$$

(l — пролет доски в метрах).

К найденной величине момента надо прибавить изгибающий момент от сосредоточенной нагрузки — веса человека:

$$M''_{\max} = \frac{50\cos\alpha\, l\cdot 100}{4} = 1\,250\, l\cos\alpha.$$

Общий изгибающий момент $M = M' + M''$.

Если принять $q_r = \frac{100}{l}$ равномерно-распределенную нагрузку, эквивалентную сосредоточенной, весу человека, то

$$M''_{\max} = \frac{q_r\ \cos\alpha\cdot 100\, l^2}{8} = \frac{q'_r\, 100\cdot l^2}{8}; \text{ где } q'_r = q_r\cos\alpha.$$

$$M = M' + M'' = \frac{100\, l^2}{8}(p_1 + p_2 + q'_r).$$

2-й случай. Отдельное max. давление ветра:

$$M_{\max} = \frac{(p_1 + W_0)\, l_2\ \ 100}{8}.$$

3-й случай. Совместное действие ветра и снега:

$$M_{\max} = \frac{\left(p_1 + \frac{3}{4}p_2 + \frac{2}{3}W_0\right) l^2\cdot 100}{8}$$

Момент сопротивления доски:

$$W = \frac{ah^2}{6} = \frac{M}{k},$$

где k — допускаемое напряжение на изгиб.

Задаваясь k для сосновой доски $= 80$ *кг/см*^{2} и шириной a, получают:

$$h = \sqrt{\frac{6M}{a\cdot k}}.$$

Пример 16. Рассчитать доску для настила под кровельным железом 12-фунт., при зазоре между досками $b = 5$ *см*, если угол уклона крыши $\alpha = 21°50'$ $\left(\text{уклон } 1:2\frac{1}{2}\right)$ и длина панели $l = 2{,}5$ *м*.

Решение.

Принимаем размеры доски 20 *см* $\times$ 5 *см*.

Постоянная нагрузка на 1 пог. метр доски от веса кровельного железа:

$$g_1 = 7\,(0{,}2 + 0{,}05) = 1{,}75 \text{ кг},$$

от собственного веса доски еловой:

$$g_2 = 600 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}05 = 6{,}0 \quad ,,$$

$$q = 7{,}75 \text{ кг}.$$

1-й случай. Принимаем q округленно 8 *кг*,

$$p_1 = q \cos\alpha = 8 \cdot \cos 21°50' = 8 \cdot 0{,}93 = \backsim 7{,}5 \text{ кг/п. м}.$$

Нормальная составляющая от давления снега:

$$p_2 = (a + b) \cos^2\alpha = (20 + 5) \cos^2 21°50' = 21{,}5 \quad ,,$$

от веса человека

$$p_3 = q_r \cos\alpha = \frac{100}{l}\,0{,}93 = \frac{100}{2{,}5}\,0{,}93 = 37{,}2 \quad ,,$$

$$\text{Общая } q = 66{,}2 \text{ кг/п. м}$$

$$b \text{ округл.} = 66 \text{ кг/п. м}.$$

2-й случай. Max давление ветра, нормальное к скату:

$$W_0 = 180 \cdot 0{,}01\,(a + b) \sin(\alpha° + 10°) = 1{,}8\,(20 + 5) \sin(21°50' + 10°)$$

$$W_0 = 1{,}8 \cdot 25 \cdot 0{,}53 = \backsim 24 \text{ кг/п. м}.$$

3-й случай.

$$p_1 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 7{,}5 \text{ кг/п. м}.$$

$$p_2 = \frac{3}{4} p_2 = \frac{3}{4} \cdot 21{,}5 = 16{,}1 \text{ кг/п. м}.$$

$$W_0' = \frac{2}{3} W_0 = \frac{2}{3} \cdot 24 = 16{,}0 \quad ,,$$

общая $= 39{,}6$ окр. 40 *кг*/п. м.

Наиболее невыгодным оказывается 1-й случай:

$$M_{\max} = \frac{q\,l^2 \cdot 100}{8} = \frac{66{,}0 \cdot 2{,}5^2 \cdot 100}{8} = \backsim 5\,172 \text{ кг/см};$$

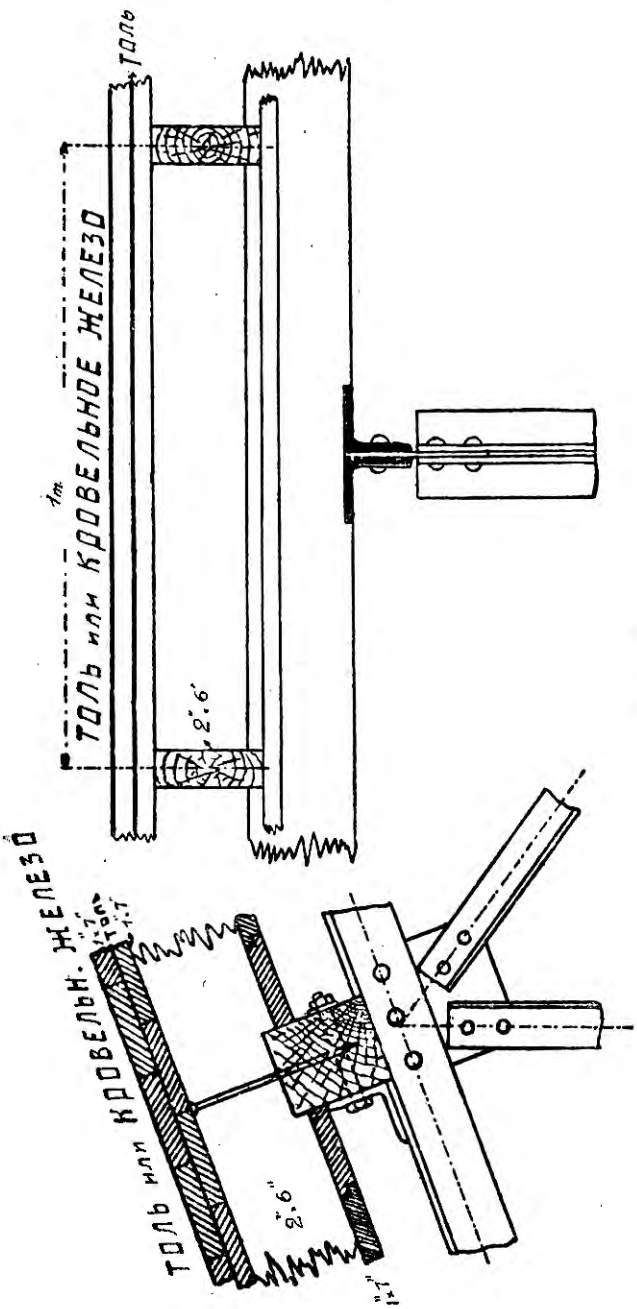
толщина доски:

$$h = \sqrt{\frac{6\,M}{a \cdot k}} = \sqrt{\frac{6 \cdot 5\,172}{20 \cdot 80}} = \backsim 4{,}4 \text{ см},$$

h принято $= 5$ *см* (2″), сечение подходящее.

2. Досчатый настил из 2-х рядов досок.

Для отепления крыши устраивается досчатый настил из 2-х рядов досок с прокладкой между ними войлока, толя или руберойда.



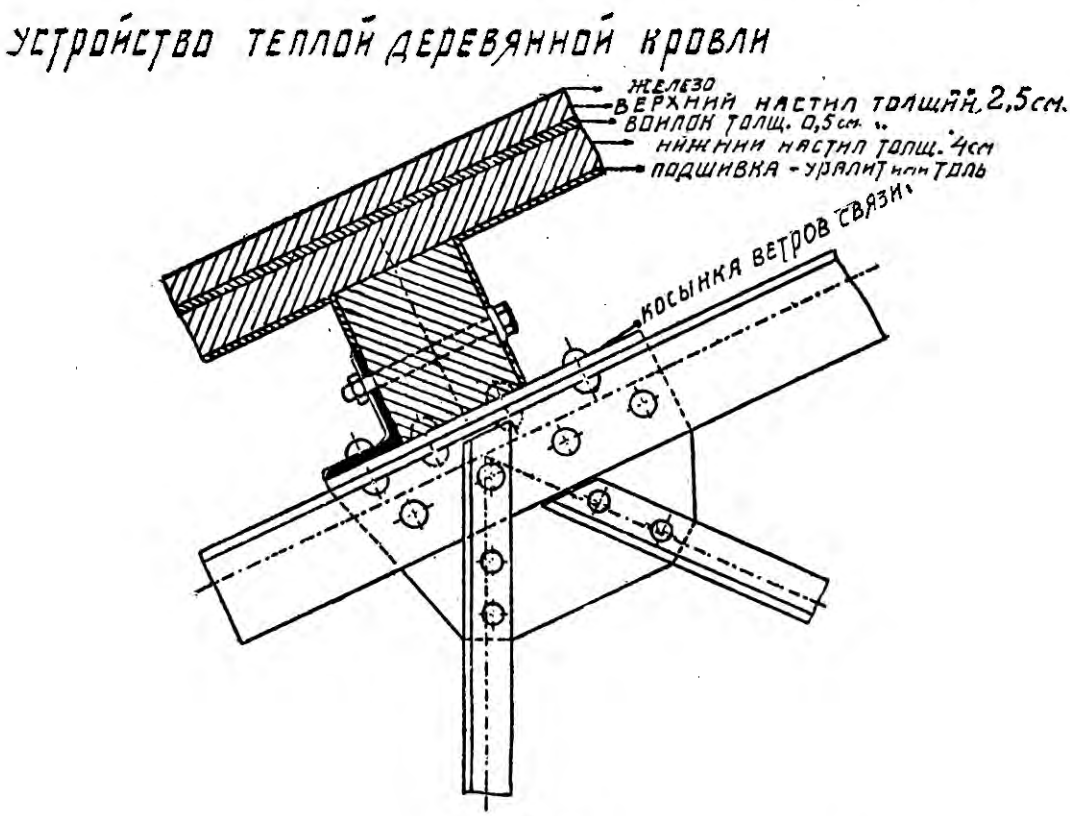
Фиг. 294.

На фиг. 294 показано устройство теплой крыши. На деревянных обрешетинах укладываются деревянные бруски размерами 15 *см* × 5 *см*, в расстоянии 1 метра друг от друга, на них 2 ряда досок с прокладкой между ними толя. Бруски снизу также обшиваются досками толщиной в 2,5 *см*, или вагонкой.

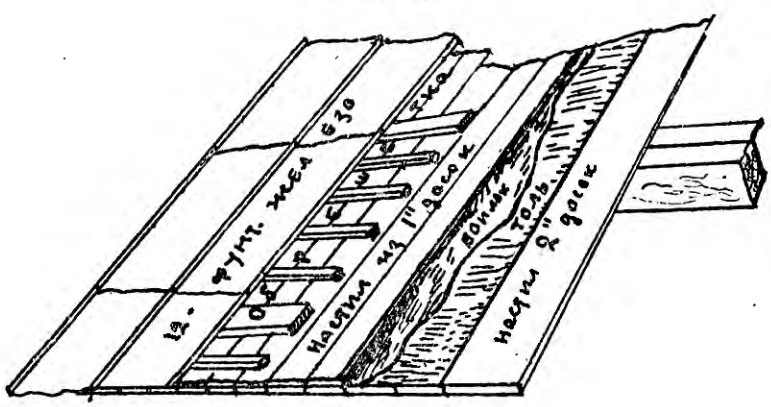
На фиг. 295 представлено отепление крыши, состоящее из двойного досчатого настила с прокладкой войлока.

На фиг. 296 представлено устройство теплой деревянной крыши, состоящее: а) из нижнего настила досок, уложенных на обрешетинах, б) слоя толя и войлока, в) верхнего настила досок, г) обрешетки из брусков 6 *см* × 6 *см* и досок, д) кровельного железа. Железо укладывается на обрешетку, чтобы образовать воздушную прослойку и тем предохранить от ржавления с нижней стороны.

Рассчет настила. Рассчет досок настила производится, как указано выше, при настиле из досок одного ряда, но в рассматриваемом случае



Фиг. 295.



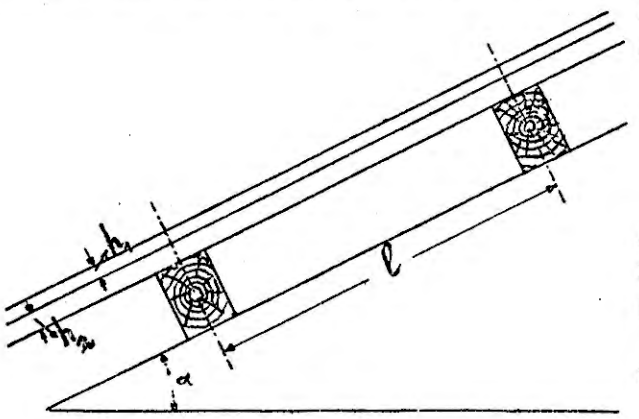
Фиг. 296.

доски обоих настилов участвуют в сопротивлении изгибу и воспринимают соответствующие части всей нагрузки, действующей на кровлю.

Если на 1 пог. метр эта нагрузка составляет p *кг*, то она распределяется на оба настила пропорционально моментам инерции досок или кубам их толщин (фиг. 297).

Если часть этой нагрузки, приходящаяся на верхний настил — p_1, тогда на нижний настил приходится $p_2 = p - p_1$; пусть толщина доски верхнего настила h_1 и момент инерции J_1, а толщина доски настила нижнего h_2, и момент инерции J_2, то

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{J_1}{J_2} = \frac{h_1^3}{h_2^3}.$$



Фиг. 297.

Это положение следует из рассмотрения прогибов настилов, которые должны быть равны.

При пролете l прогибы:

$$\frac{5}{384}\frac{p_1 l^4}{EJ_1} = \frac{5}{384}\frac{p_2 l^4}{EJ_2},$$

отсюда

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{J_1}{J_2} = \frac{\frac{ah_1^3}{12}}{\frac{ah_2^3}{12}} = \frac{h_1^3}{h_2^3},$$

т.-е. нагрузки пропорциональны кубам толщин:

$$\frac{p_1}{p_1 + p_2} = \frac{h_1^3}{h_1^3 + h_2^3};\ p_1 = p\frac{h_1^3}{h_1^3 + h_2^3};\ p_2 = p \cdot \frac{h_2^3}{h_1^3 + h_2^3}$$

Пусть $h_1 = nh_2$, где $n \leqslant 1$.

Тогда

$$p_2 = p\frac{1}{1 + n^3}.$$

Если доски настилов одинаковой толщины ($n = 1$), то

$$p_2 = p_1 = \frac{1}{2}p,$$

т. е. рассчет производится на половину нагрузки p.

Наибольшие напряжения от изгиба пропорциональны толщинам досок:

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{h_1}{h_2}$$

Если толщина досок разная, то, задавшись n, определяют p_2, по которой производится рассчет более толстой доски, как было указано выше.

Пример 17. Требуется для данных, приведенных в 1-м примере, устроить теплую крышу (фиг. 296); угол уклона $\alpha = 21° 50'$; длина панели $l = 2{,}5$ *м*.

Принимаем: размеры доски для нижнего настила 20 *см* × 5 *см*
„ „ „ верхнего „ 20 *см* × 2,5 *см*.

На протяжении = 1,33 *м* — между лежачими фальцами железной кровли — приходится доска размерами 20 *см* × 5 *см* и 4 бруска: 5 *см* × × 5 *см*.

Принимаем 1-ый случай, как наиболее невыгодный.

Поверка напряжения более толстой доски. Собственный вес крыши:

вес	1 *кв. м*	верхнего настила	$= 0{,}025 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 600$ . . .	= 15 *кг*
„	1 „ „	нижнего „	$= 2 \cdot 15$	= 30 „
„	1 „ „	обрешетки	$= \frac{(0{,}2 \cdot 0{,}05 + 4 \cdot 0{,}05 \cdot 0{,}05)\,600}{1{,}33}$	= 9 „
„	1 „ „	кровельного железа	. . . . .	= 7 „
„	1 „ „	войлока	. . . . .	= 1 „
„	1 „ „	толя	. . . . .	= 3 „
			Общий вес	= 65 *кг/м²*

a) на 1 пог. метр доски приходится — $65 \cdot 0{,}2$ . . . = 13 *кг*

b) от веса человека — $\frac{100}{2{,}5}$ . . . . . = 40 „

c) от полного давления снега — $a \cos \alpha = 20 \cdot 0{,}93 =$ окр. 19 „ (см. стр. 235)

Итого вертикальная нагрузка = 72 *кг/п. м.*

Нормальная ее составляющая $p = 72 \cdot \cos \alpha = 72 \cdot 0{,}93 = 67$ *кг/п. м.*

Принимаем p округл. = 70 *кг*.

Нагрузка, приходящаяся на доску нижнего настила:

$$p_2 = p \frac{1}{1 + n^3}, \text{ где } n = \frac{h_1}{h_2} = \frac{2{,}5}{5} = \frac{1}{2}; \; p_2 = 70 \frac{1}{1 + \frac{1}{8}} = \text{окр. } 63 \text{ кг};$$

$$M_{max} = \frac{p_2 l^2 \cdot 100}{8} = \frac{63 \cdot 2.5^2 \cdot 100}{8} = \text{окр. } 5\,000 \text{ кг} \times \text{см}.$$

Момент сопротивления сечения доски

$$W_2 = \frac{a h_2^2}{6} = \frac{20 \cdot 5^2}{6} = 83{,}3 \text{ см}^3.$$

Напряжение материала

$$\sigma_2 = \frac{M}{W} = \frac{5\,000}{83{,}3} = \text{окр. } 60 \text{ кг/см}^2$$

(меньше допускаемого напряжения $k = 80$ *кг/см²*).

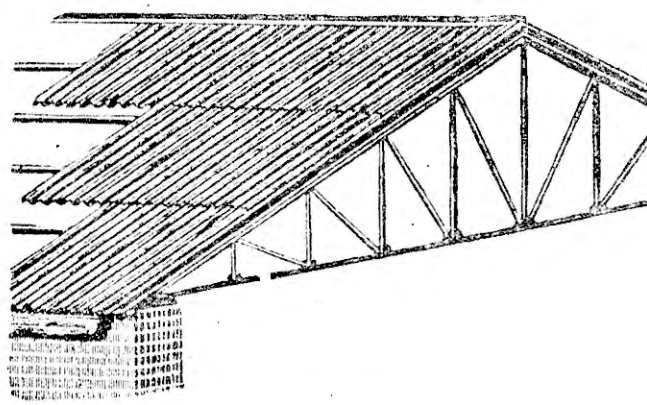
Напряжение доски верхнего настила:

$$\sigma_1 = \sigma_2 \frac{h_1}{h_2} = 60 \cdot \frac{1}{2} = 30 \ кг/см^2.$$

Принятые размеры досок — подходящие.

Волнистое железо.

Волнистое железо, вследствие огнестойкости и большого сопротивления сравнительно с незначительным весом, является выгодным настилом. Недостатком является большая теплопроводность. На фиг. 293 представлена кровля из волнистого железа.



Фиг. 298.

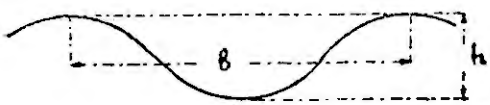
Расстояние между осями гребней (фиг. 299) называется *шириной* волны b, а вертикальное расстояние между вершиной и низом волны называется — *высотой* h.

Различают 2 типа волнистого железа: *плоское* и *балочное*.

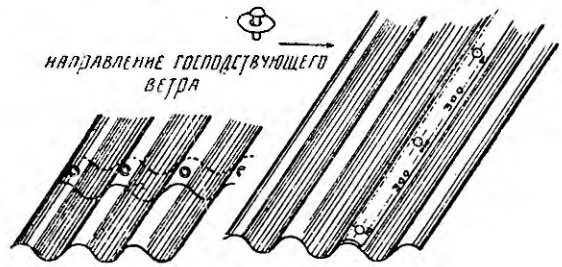
Если $h < \frac{b}{2}$, то железо называется *плоским*, при чем сечение волн составлено из одних частей круга. Для перекрытия крыш применяется плоское волнистое железо толщиною 1 — 2 *мм*; меньше 1 *мм* не берут, как вследствие быстрого проржавения, так и вследствие деформации при хождении по кровле. Длина листа — 2,0 — 4 *м*, ширина — 0,45 — 0,9 *м*. Недостатком волнистого железа является большая теплопроводность, вследствие чего зимой бывает холодно, а летом жарко, а затем ржавление железа, почему следует применять *оцинкованное железо*. Волнистое железо укладывается по преимуществу на железных обрешетинах, расстояние между которыми берется от 2,5 — 3 *м*.

Соединение листов производится посредством заклепок диаметром 6 и 8 *мм*; при 6 *мм* расстояние между заклепками 300 — 400 *мм* (фиг. 300 слева), при 8 *мм* — 400 — 500 *мм*.

Соединение листов в направлении, перпендикулярном коньку крыши, показано на фиг. 300. Напуск краев на 5—7 *см*; под заклепочной головкой ставится шайбочка для передачи давления на большую поверхность. На фиг. 300 (справа) представлено соединение листов параллельно коньку. Заклепки рас-



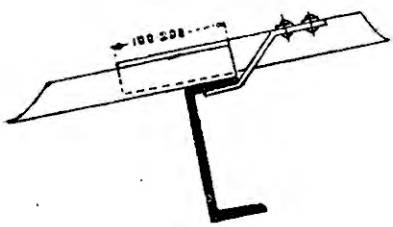
Фиг. 299.



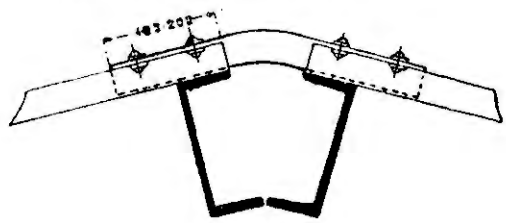
Фиг. 300.

полагаются по гребням. Чем меньше уклон, тем больше делается напуск — перекрытие краев листов нижних верхними.

При уклоне	$\frac{1}{1,5}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2,5}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3,5}$	$\frac{1}{4}$
величина напуска *см*:	8	12	14	16	18	20

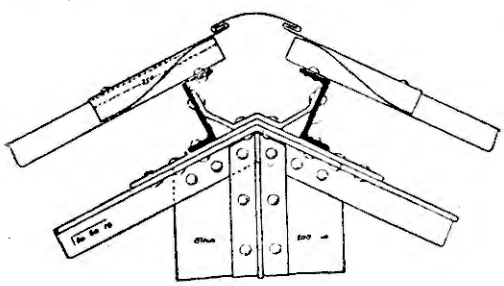


Фиг. 301.

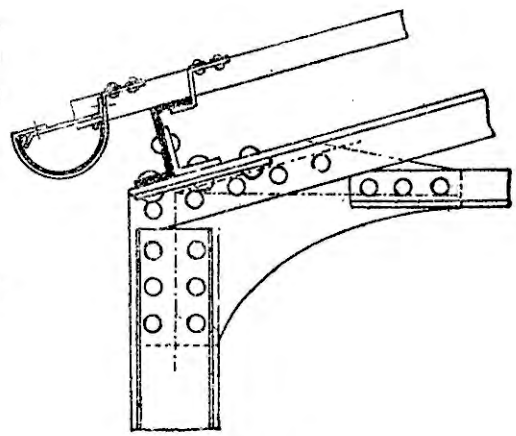


Фиг. 302.

Прикрепление к железным обрешетинам производится посредством крючков размерами 30 × 3 *мм* или 50 × 6 *мм*, как показано на фиг. 301.



Фиг. 303.



Фиг. 304.

Крючки ставятся чрез 3—4 волны. Перекрытие в коньке показано на фиг. 302, 303 и 265, а на фиг. 304 — у желоба.

Рассчет. Рассчет волн железа для ширины в 1,0 *м* производится как для балки, свободно лежащей на 2-х опорах.

Допускаемое напряжение $k = 1\,000$ *кг/см*^{2}.

Задавшись размерами железа, проверяют напряжение.

Сосредоточенную нагрузку от веса человека принимают распределенной на 2 волны. Зная момент сопротивления W выбранного профиля в полосе шириной в 1 *м*, определяют момент сопротивления 2-х волн. Если b *мм* — ширина волны, то число волн на 1 *м* $= n = \frac{1\,000}{b}$.

Момент сопротивления 2-х волн $W_2 = \frac{W \cdot 2}{n}$ (см. пример 3).

Момент инерции (приближенно) для полосы шириной в 1 *м*:

$$J = 0{,}1\ [0{,}103 + 0{,}186\ (h : b)] \cdot h^2\ \delta, \text{ — в } см^4,$$

где δ — толщина.

Момент сопротивления:

$$W = [0{,}196 + 0{,}354\ (h : b)] \cdot h \cdot \delta \text{ — в } см^3.$$

Пример 18. Рассчитать волнистое железо, если расстояние между обрешетинами $l = 2{,}5$ *м*, угол уклона $\alpha = 21°50'$. (вариант к 1 примеру).

Решение.

Принимаем железо: $150 \times 60 \times 1^1/_2$ *мм*; вес 1 *кв. м* $= 16$ *кг*;

W — момент сопротивления полосы шириной в 1 *м* $= 27$ *см*^{3}.

Разлагаем вертикальные нагрузки на 2 составляющие: одну — нормальную к скату и другую — параллельную к скату; нормальная к скату, составляющая от собственного веса $16 \cdot 0{,}93 =$ окр. 15 *кг*.

Принимаем 1-й случай, как наиболее невыгодный (собственный вес + полное давление снега + вес человека).

Нормальная составляющая от снега:

$$S_1 = 100 \cdot \cos^2\alpha = 100 \cdot 0{,}93^2 = \text{окр. } 86\ кг.$$

Определяем напряжение железа от равномерно-распределенной нагрузки — веса и снега:

$$\sigma_1 = \frac{M_1}{W}$$

Изгибающий момент:

$$M_1 = \frac{(15 + 86)\ 2{,}5^2 \cdot 100}{8} = \text{окр. } 7\,890\ кг \times см,$$

$$\sigma_1 = \frac{7\,890}{27} = \text{ок. } 292\ кг/см^2$$

Определяем напряжение σ_2 от сосредоточенной нагрузки — веса человека, распределенной на 2 волны (см. выше).

В полосе железа шириною в 1 *м* число волн

$$n = \frac{1\,000}{150} = 6{,}6$$

W_2 — момент сопротивления 2-х волн:

$$W_2 = \frac{27 \,.\, 2}{6{,}6} = \text{ок. } 8{,}2 \ см^3.$$

Изгибающий момент:

$$M_2 = \frac{100 \,.\, \cos\alpha \,.\, l}{4} = \frac{100 \,.\, 0{,}93 \,.\, 250}{4} = 5\,812 \ кг \times см.$$

Напряжение $\sigma_2 = \frac{M_2}{W_2} = \frac{5\,812}{8{,}2} = \text{ок. } 709 \ кг/см^2.$

Общее напряжение от равномерно-распределенной нагрузки и сосредоточенной:

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 = 292 + 709 = 1\,001 \ кг/см^2.$$

Сечение — подходящее.

Рассмотрим 3-й случай действия нагрузок.

Нормальное максим. давление ветра $W_0 = 95$ *кг*.

При совместном действии ветра и снега общая нормальная к скату составляющая:

$$q = 15 + \frac{3}{4}86 + \frac{2}{3}95 = \text{окр. } 143 \ кг.$$

Изгибающий момент:

$$M = \frac{143 \,.\, 2{,}5^2 \ 100}{8} = 11\,172 \ кг \times см.$$

Напряжение материала:

$$\sigma = \frac{11\,172}{27} = \text{ок. } 414 \ кг/см^2.$$

Рассчет обрешетин.

1. Рассчет верхних обрешетин.

Обрешетины располагаются параллельно скату и рассчитываются по наибольшей нагрузке, как балка, свободно лежащая на 2-х опорах, хотя представляют собой неразрезную балку на 3-х или 4-х опорах, что идет в пользу прочности. При параллельном расположении ферм обрешетины располагаются на одинаковом расстоянии *a* друг от друга — 0,9 *м* — 1,25 *м*, чаще всего 1,0 *м*. Верхние обрешетины делаются деревянными и имеют то преимущество, что к ним можно прибить досчатый настил.

Для железных обрешетин применяют швеллера и двутавровые балки малых профилей.

Нагрузки — согласно выше указанных 3-х случаев.

Нагрузка, равномерно-распределенная, слагается из:

1) собственного веса самой обрешетины:

пусть g' — вес 1 пог. *м* (для предварительного рассчета принимают $g' = 10$ *кг* или задаются размерами и исчисляют вес 1 пог. *м*);

2) веса кровельного материала, досчатого настила или брусков:

пусть g'' приходится на 1 *кв. м* поверхности крыши;

3) давления снега:

S *кг* на 1 *кв. м* горизонт. проекции;

4) давление ветра:

W_0 на 1 *кв. м* поверхности крыши.

Вертикальная нагрузка разлагается на 2 составляющие (фиг. 269): одну — нормальную к скату и другую — параллельную к скату.

Составляющие вертикальных нагрузок на пог. *м*:

1) от собств. веса обрешетины:

нормальная $g_1 = g' \cos\alpha$

параллельная $g_1 = g' \sin\alpha$

2) от g'':

нормальная $g_2 = g'' \cos\alpha \; a$

параллельная $q_2 = g'' \sin\alpha \; a.$

3) от давления снега:

нормальная

$$S_1 = S \cos\alpha \,.\, \cos\alpha \,.\, a = S \cos^2\alpha \,.\, a,$$

параллельная

$$S_2 = S \cos\alpha \sin\alpha \,.\, a = \frac{S}{2} \sin 2\alpha \,.\, a.$$

4) на 1 пог. *м* нормальное давление ветра:

$$W = W_0 \,.\, a.$$

Общая нормальная нагрузка:

$$p = g_1 + g_2 + S_1 + W$$

Параллельная скату нагрузка:

$$q = q_1 + q_2 + S_2.$$

Если пренебречь *незначительным* влиянием продольной силы, то рассчет деревянной обрешетины производится проще и размеры искомого сечения определяются по требуемому моменту сопротивления:

$$W_{\text{тр.}} = \frac{pl^2 \,.\, 100}{8 \,.\, k} = \frac{bh^2}{6}.$$

Задавшись шириной b и допускаемым напряжением $k = 80$ *кг/см²*, получают:

$$h = \sqrt{\frac{75}{4} \cdot \frac{p}{b} \frac{l^2}{80}} = 0{,}48\ l \sqrt{\frac{p}{b}},$$

где l — пролет в метр.

Для наиболее экономичного сечения при $\frac{b}{h} = \frac{5}{7}$, $h = 1{,}12\, l \sqrt[3]{p}$.

Если учесть влияние продольной силы на всю длину балки $Q = ql$, то расчет производится по формуле:

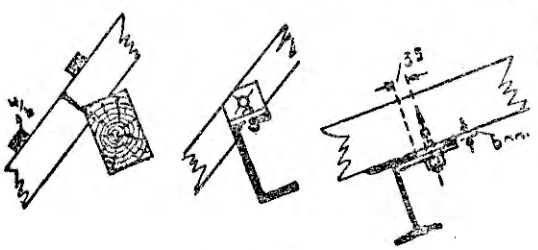
$$k = \frac{Q}{F} + \frac{M}{W},$$

где

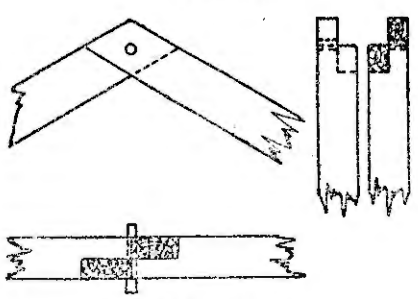
F — площадь сечения,

M — изгибающий момент.

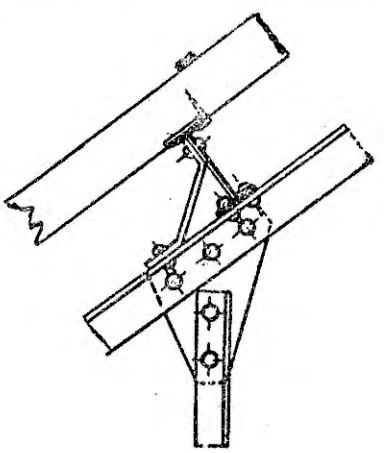
На фиг. 305, 306 представлены способы прикрепления верхних обрешетин к нижним — деревянным и железным, а на фиг. 307 — соединение обрешетин в коньке.



Фиг. 305.



Фиг. 307.



Фиг. 306.

Пример 19. Рассчитать верхнюю обрешетину для толевой кровли, если расстояние между обрешетинами $a = 1{,}0$ *м*, угол наклона $\alpha = 21°50$ и рассчетный пролет $l = 3{,}8$ *м*.

Решение.

Нагрузки на 1 пог. *м*. обрешетины *нормальные* к скату:

1) от веса самой обрешетины $= 10 \cdot \cos 21°50' = 10 \cdot 0{,}93 = 9{,}3$ *кг* (принимаем вес пог. $м = 10$ *кг*);

2) от веса досчатаго настила (ординарного) и толя:

$$35 \cos 21°50' = 35 . 0{,}93 = 32{,}5 \text{ кг};$$

3) от полного давления снега:

$$100 \cos^2 \alpha = 100 . 0{,}93^2 = 86 \text{ кг};$$

4) от max. давления ветра (см. табл. № 2, стр. 97) = 95 *кг*;

5) от веса человека на 1 пог. метр — эквивалентной равномерно-распределенной нагрузки:

$$\frac{200}{3{,}8} . 0{,}93 = 49 \text{ кг}.$$

1-й случай.

$$9{,}3 + 32{,}4 + 86 + 49 = \text{окр. } 117 \text{ кг}.$$

2-й случай.

$$9{,}3 + 32{,}4 + 95 = \text{окр. } 137{,}0 \text{ кг}.$$

3-й случай.

$$9{,}3 + 32{,}4 + \frac{3}{4} 86 + \frac{2}{3} 95 = \text{окр. } 169 \text{ кг}.$$

Наиболее невыгодный — 1-й случай.

Требуемый момент сопротивления:

$$W_{\text{тр}} = \frac{p\ l^2}{8 . k} = \frac{177 . 3{,}8^2 . 100}{8 . 80} = \text{окр. } 400 \text{ см}^3.$$

Подбираем сечение

$$14 \times 12 \text{ см с } W = 392 \text{ см}^3.$$

Напряжение:

$$k = \frac{M}{W} = \frac{177 . 3{,}8^2 . 100}{8 . 392} = 81 \text{ кг/см}^2.$$

2. Прогоны (нижние обрешетины).

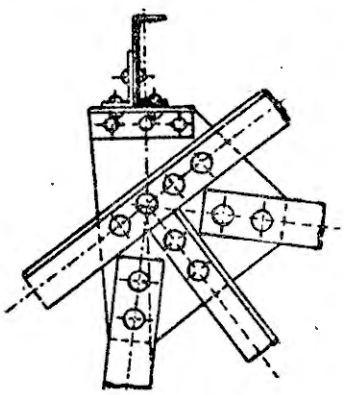
Прогоны располагаются над узлами фермы и передают в них нагрузки, действующие на крышу. Прогоны делаются деревянными и железными; железные бывают или в виде обыкновенных неразрезных балок, или многопролетных с шарнирами, обыкновенно со свешенными концами и одинакового сечения по всей длине (см. ниже). Прогоны располагают либо вертикально (фиг. 264, 308), либо перпендикулярно к скату (фиг. 263, 306, 311, 312).

Деревянные прогоны (фиг. 295) делаются прямоугольного сечения и применяются при расстояниях между фермами до 3 — 4 *м* по преимуществу тогда, если к ним прибивается непосредственно досчатый настил.

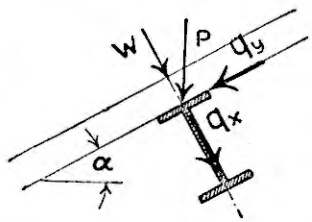
Предпочтительнее железные прогоны, так как допускают большее расстояние между фермами — до 8 — 10 *м*, однако обычно расстояние

колеблется в пределах 4 — 8 *м*, вследствие чего требуется меньше ферм для перекрытия.

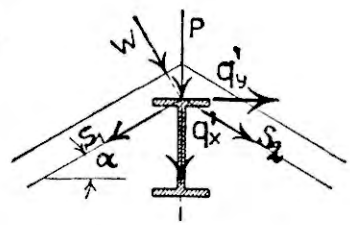
Наиболее употребительные формы поперечного сечения: двутавровое I — железо, корытное [и зетовое Z; для небольших пролетов (расстояний между фермами) применяют также угловое сечение (фиг. 312). Если прокатные профиля балок оказываются недостаточными, применяют клепанные балки или фермы. Прогоны из Z ставят перпендикулярно к скату, обращая верхнюю полку к коньку (фиг. 301, 302, 303, 311); при таком положении момент сопротивления для вертикальных сил больше.



Фиг. 308.

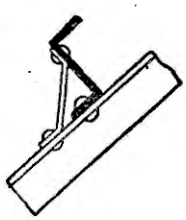


Фиг. 309.

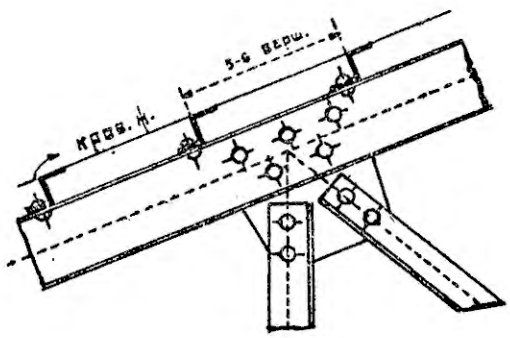


Фиг. 310.

При крутых уклонах и легких кровлях может оказаться более выгодным расположение стенок двутавровых балок и швеллеров, перпендикулярное к скату; при пологих скатах и тяжелых кровлях стенки выгоднее ставить вертикально (см. ниже).



Фиг. 311.



Фиг. 312.

Нагрузки. Собственный вес и давление снега представляют вертикальную нагрузку, давление ветра принимается нормальным к скату крыши. Определяют нагрузку, приходящуюся на погонную единицу длины — на 1 *м* и 1 *см*.

При положении стенки двутавровой I или корытной балки [, нормальном к скату (фиг. 309), разлагают вертикальную нагрузку q на 2 составляющие: одну q_x, нормальную к скату, другую q_y, ему параллель-

ную. Если положение стенки указанных балок вертикально, то разлагают давление ветра на те же 2 составляющие (фиг. 310).

Если боковая нагрузка q_y (фиг. 309) воспринимается самим прогоном, то он соответственно должен быть рассчитан, что имеет место по преимуществу при деревянных прогонах и железных — зетового сечения (Z).

Чтобы лучше использовать материал прогонов двутаврового и коробчатого сечения, их разгружают, освобождая от действия нагрузки q_y.

В этом случае прогон (нижняя обрешетина) подвергается действию нагрузки в плоскости оси $y-y$ (фиг. 309) от вертикальной нагрузки P и давления ветра W; нагрузка $q_x = W + P . \cos\alpha$.

Разгрузка прогона от q_y производится различными способами:

а) Если имеются верхние обрешетины, параллельные скату крыши, и коньковый прогон (фиг. 310), то все боковые усилия q_y переносят на коньковый прогон, для чего с ним должны быть соединены все верхние обрешетины.

На фиг. 310 представлена нагрузка конькового прогона, состоящая из вертикальной нагрузки P, давления ветра W и из усилий S_1, S_2 — равнодействующих перенесенных усилий q_y остальных прогонов. Разлагая W, S_1 и S_2 на вертикальную и горизонтальную составляющие, получаем следующие нагрузки, действующие на прогон по 2-м взаимно-перпендикулярным направлениям:

Вертикальная нагрузка $q_x = P + W . \cos\alpha + (S_1 + S_2) . \sin\alpha$.

Горизонтальная „ $q_y = W . \sin\alpha +$ разность между $S_1 . \cos\alpha$ и $S_2 \cos\alpha$.

При симметричности фермы и вертикальной нагрузке усилия $S_1 = S_2 = S$, в этом случае:

$$q_x' = P + W . \cos\alpha + 2S . \sin\alpha$$

$$q_y' = W . \sin\alpha.$$

Соответственно указанным нагрузкам надо производить рассчет прогона.

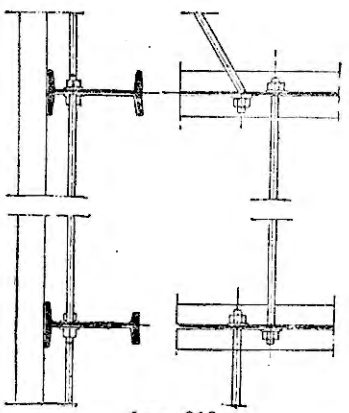
б) Если коньковый прогон имеется, но отсутствуют верхние обрешетины, как, например, при кровле из волнистого железа, древесноцементной, железобетонной, то боковые усилия q_y остальных прогонов переносятся на коньковый прогон посредством круглых стержней, как указано на фиг. 313.

в) Если не имеется конькового прогона, то при наличии верхних обрешетин боковые усилия прогонов передаются посредством верхних обрешетин на концевые прогонов, расположенные над опорами. В этом случае сечение концевых прогонов усиливается.

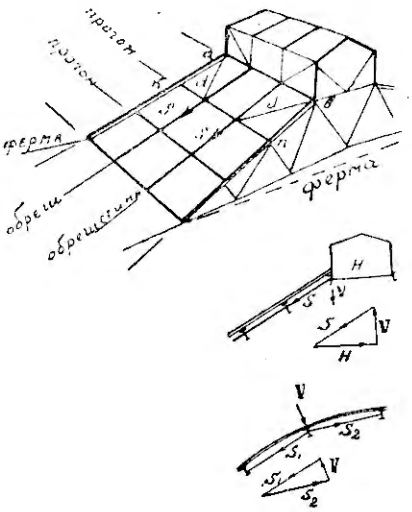
г) Боковые усилия q_y воспринимаются решетчатой (шпренгельной) балкой, расположенной в плоскости крыши (фиг. 309), при чем пояса

(нижний—*mn* и верхний—*ab*) составляют сами прогоны, а стойки образованы верхними обрешетинами, добавлены диагонали *d*.

д) Если имеется фонарь (фиг. 314), то боковые усилия q_y передаются на его прогоны *ab*; при этом, разлагая *S* на вертикальную и горизонтальную составляющие, получаем для прогонов *ab* дополнительную вертикальную нагрузку *v*; горизонтальные составляющие *H* при симметричности фермы и вертикальной нагрузки воспринимаются железной стяжкой *k*.



Фиг. 313.



Фиг. 314.

3. Рассчет прогонов.

Если прогон—деревянный или железный двутаврового ⊥ или коробчатого сечения ⊏ — лежит на 2-х или нескольких стропильных фермах, то он при действии сил q_x и q_y рассчитывается на косой изгиб, как балка на 2-х опорах.

При положении главной оси инерции *Y*, *перпендикулярном* к скату (фиг. 315), направления давления ветра совпадают с этой осью сечения, а вертикальная нагрузка образует с ней угол α.

При положении оси *Y* *вертикальном* (фиг. 316) с ней совпадает вертикальная нагрузка, а плоскость давления ветра пересекает ее под углом α.

Надо найти моменты от нагрузок, действующие по направлениям главных осей сечения *X* и *Y*.

Можно или разложить нагрузку, не совпадающую с осью, по двум направлениям *X* и *Y*, (фиг. 315, 316) и найти соответственно изгибающие моменты M_1 и M_2, или определить изгибающий момент от нагрузки *M* и разложить его по указанным направлениям на 2 составляющих момента.

При положении оси Y, перпендикулярном к скату (фиг. 315), изгибающий момент M_v от вертикальной нагрузки разлагается на 2 составляющих момента:

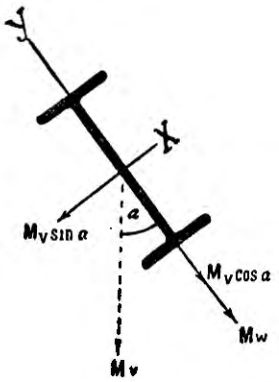
$$M_v \sin\alpha \text{ и } M_v \cos\alpha;$$

по направлению оси X действует лишь один момент — составляющий от $M_1 = M_v \sin\alpha$, а по направлению оси Y — от вертикальной нагрузки $M_v \cos\alpha$ и момент от давления ветра M_w.

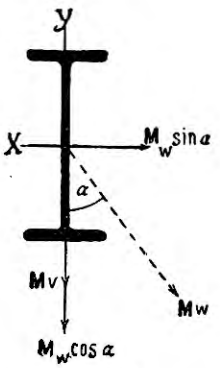
При вертикальном положении оси Y (фиг. 316) разлагается момент M_w от давления ветра на 2 составляющих:

$$M_w \sin\alpha \text{ и } M_w \cos\alpha.$$

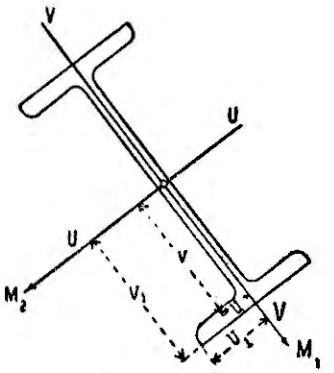
По оси Y действует $M_w \cos\alpha$ и момент от вертикальной нагрузки M_v, а по оси X — $M_w \sin\alpha$.



Фиг. 315.



Фиг. 316.



Фиг. 317.

Пусть M_1 (фиг. 317) — общий изгибающий момент по направлению Y и M_2 — общий изгибающий момент по направлению X, тогда напряжение для точки, наиболее удаленной от обеих главных осей инерции, представится выражением:

$$\sigma_{max} = \frac{M_1}{W_1} + \frac{M_2}{W_2} \leqslant k$$

(эта формула применима для прямоугольного сечения, I и [).

Для дерева (сосны) $k = 80 - 100$ *кг/см*².

Для железа $k = 1000$ *кг/см*².

Сечение приходится подбирать пробами.

Для облегчения подбора сечения из I и [железа преобразовывают вышеприведенную формулу в следующую:

$$k = \frac{M_1}{W_1} + \frac{M_2}{W_2} = \frac{1}{W_1}\left(M_1 + M_2 \frac{W_1}{W_2}\right).$$

Обозначив отношение $\frac{W_1}{W_2}$ чрез c, получают:

$$W_1 = \frac{M_1 + c\,M_2}{k}.$$

Коэффициент c для различных профилей имеет различные значения; для предварительного подбора принимают c: для [— железа $= 6$; для I железа $= 8{,}7$ (русского нормального сортамента).

Определив W_1 по предварительно принятому коэффициенту c, подбирают профиль по сортаменту и проверяют, введя в рассчет соответствующее значение $c = \frac{W_1}{W_2}$ из таблиц 8 и 9 (см. ниже).

Надо убедиться, какой случай действия нагрузок является наиболее невыгодным и служит основанием для подбора сечения.

Для прямоугольного сечения, имеющего высоту h и ширину b,

$$W_1 = \frac{b\,h^2}{6} \text{ и } W_2 = \frac{h\,b^2}{6}.$$

Из формулы

$$W_1 = W_x = \frac{M_1 + c\,M_2}{k}$$

следует, что с уменьшением M_2 убывает и № профиля.

1) При вертикальном положении стенки I и [$M_2 = M_w \sin\alpha$.

2) При нормальном к скату $M_2 = M_v \sin\alpha$.

Если $M_w < M_v$, то выгоднее вертикальное положение,

если $M_w > M_v$, то целесообразнее 2-ое положение, нормальное к скату.

Если прогон подвергается нагрузке, действующей в плоскости вертикальной стенки (боковое усилие q_y устранено одним из вышеуказанных способов), то рассчет производится значительно проще и получается экономия в материале.

Требуемый момент сопротивления

$$W = \frac{M}{k},$$

$M = \frac{Q \cdot l}{8}$, где Q — равнодействующая всей равномерно-распределенной нагрузки в *кг*, l — пролет в *см*.

Выбрав по найденному значению W из сортамента профиль балки, необходимо проверить на прогиб, который не должен превосходить $\frac{1}{600}\,l$.

Наибольший прогиб в середине прогона

$$f_{\max} = \frac{5}{384} \cdot \frac{Q\,l^3}{E\,J}$$

ТАБЛИЦА 8.

Значения c для профилей корытного железа русского нормального сортамента.

№ профиля.	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
W_x в $см^3$	28,5	42,65	61,9	89,2	119,2	159,2	202	257,3	314,4	338	762	557
W_y „ „	7,02	8,86	11,67	15,35	19,2	24,26	29,4	36,0	42,6	51	59,2	69,7
$c =$	4,0	4,81	5,3	5,81	6,21	6,56	6,87	7,15	7,38	7,6	7.8	8,0

ТАБЛИЦА 9.

Значения коэффициента c для профилей двутаврового железа русского нормального сортамента.

№ профиля.	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38
W_x в $см^3$	55,7	81,3	113,6	154,4	201,4	258,5	325	403	491	592	706	833	975	1132
W_y „ „	7,95	10,8	14,26	18,4	23,24	28,83	35,36	42,75	51,1	60,5	70,9	82,5	95,3	109,3
$c =$	7,0	7,53	7,97	8,34	8,67	8,96	9,19	9,43	9,61	9,79	9,96	10,1	10,23	10,36

Эта формула преобразуется в более простую:

$$\left(J = \frac{Wh}{2},\ M = \frac{Ql}{8},\ \frac{M}{W} = \sigma\right).$$

$$f_{\max} = \frac{\sigma \cdot l^2}{h}, \text{ где}$$

σ — напряжение в *кг/см*^{2},
l — пролет в *м*,
h — высота балки в *см*,
$f_{\max}$ — наибольший прогиб в *см*.

Если в середине прогона действует сосредоточенная нагрузка P, то

$$f_{\max} = 0{,}775\,\frac{\sigma \cdot l^2}{h}.$$

4. Рассчет прогона зетового сечения.

Указанный выше способ не может служить для определения профиля ⊥ — железа, так как оно не имеет точек, которые одновременно были бы удалены от обеих главных осей инерции сечения.

Стенка ⊥ ставится перпендикулярно к скату (фиг. 318).

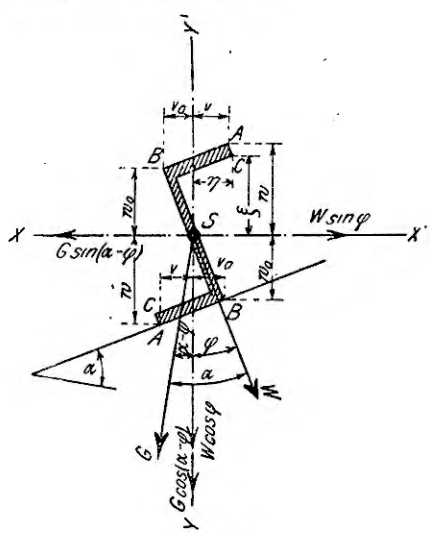
Наибольшее напряжение, как алгебраическая сумма напряжений от изгиба в плоскостях Y—Y и X—X, будет либо для точек A, либо для точек B.

Для этих точек проверяется прочность прогона.

Пусть: G — вертикальная нагрузка и W — нагрузка, нормальная к скату,

α_0 — угол наклона крыши,

φ — угол между главной осью инерции Y и осью стенки балки (в сортаменте для каждого профиля даны значения tg φ),



Фиг. 318.

$\alpha - \varphi - \beta^0$ — угол между осью Y и вертикалью $= \alpha^0 - \alpha_1{}^0$.

Разлагаем силы G и W на 2 составляющие по направлениям главных осей инерции. Соответствующие составляющие для силы G (фиг. 318):

$$Y_1 = G\cos\beta = G\cos(\alpha - \varphi)$$

$$X_1 = G\sin\beta = G\sin(\alpha - \varphi),$$

для силы W

$$Y_2 = W \cos \varphi$$

$$X_2 = W \sin \varphi.$$

Сила, действующая по направлению Y:

$$G_1 = Y_1 + Y_2 = G \cos \beta + W \cos \varphi = G \cos (\alpha^0 - \varphi^0) + W \cos \varphi^0$$

Сила, действующая по направлению X:

$$G_2 = X_1 + X_2 = G \sin \beta + W \sin \alpha_1 = G \sin (\alpha^0 - \varphi^0) + W \sin \varphi^0.$$

Если рассчетный пролет l в метрах, то соответствующие изгибающие моменты:

$$M_1 = \frac{G_1 l \cdot 100}{8} \text{ в } кг \times см.$$

$$M_2 = \frac{G_2 i \quad 100}{8} \quad \text{„} \quad \text{„}$$

Напряжение для опасных точек:

$$\sigma = \frac{M_1}{W_x} + \frac{M_2}{W_y}$$

Если координаты точки $A = \xi$ и η,

$$\text{то } W_x = \frac{J_x}{\xi}, \quad W_y = \frac{J_y}{\eta}$$

J_x и J_y даны в сортаменте; координаты ξ и η вычисляются при ширине b полки и высоте h

$$y = w_0 + b \sin \varphi = \frac{h}{2} \cos \varphi + b \sin \varphi;$$

$$x = b \cos \varphi - \frac{h}{2} \sin \varphi.$$

Для точки B с координатами y_0 и x_0.

$$W_x = \frac{J_x}{w_0} \text{ и } W_y = \frac{J_y}{v_0};$$

$$w_0 = \frac{h}{2} \cos \varphi; v_0 = \frac{h}{2} \sin \varphi.$$

При рассмотрении различных случаев нагрузки надо учесть знаки напряжений.

Так, при действии одной вертикальной нагрузки составляющие сил в плоскости Y дают верхние знаки, а составляющие в плоскости X — нижние знаки (фиг. 319 a) (— сжатие, + растяжение).

На фиг. 319 b указано положение знаков при действии ветра.

Указанный прием утомителен, связан со многими вычислениями. Для упрощения рассчета Meyerhof приводит следующий способ. Ось вертикальной стенки сечения рассматривается, как ось Y, а ось, проходящая чрез центр тяжести перпендикулярно к Y, как ось X.

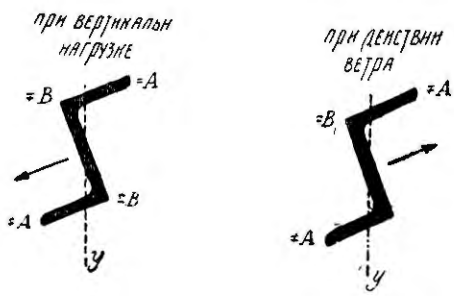
Определяют M_x и M_y — моменты, действующие в плоскостях осей Y и X, как в балках $\overline{\underline{I}}$ и $\overline{\underline{L}}$, и вычисляют равнодействующий момент (фиг. 320)

$$M_R = \sqrt{M^2_x + M_y^2}$$

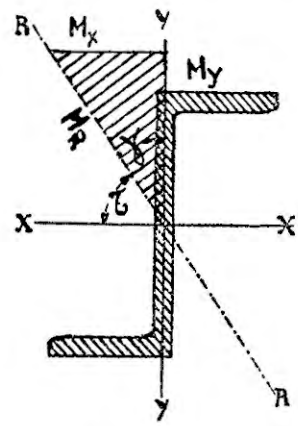
и угол γ, составляемый плоскостью момента M_R с осью Y, по

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{M_x}{M_y}$$

По углу γ определяется угол τ, образуемый плоскостью момента M_R с положительной осью X.



Фиг. 319.



Фиг. 320.

Обозначим чрез W_τ величину момента сопротивления Z для угла τ; тогда наибольшее напряжение

$$\sigma = \frac{M_R}{W_\tau} \leqq k$$

при $k = 1000$ *кг/см*²

$$W_\tau = 0{,}001\, M_R.$$

В таблице 10 даны в *см*³ значения W_τ для **Z** — железа немецкого сортамента для большого числа углов между $0^0 - 180^0$.

При помощи этой таблицы производится подбор сечения, как это ниже указано на примере.

ТАБЛИЦА 10.

Прогоны зетообразных обрешетин
(по Meyerhof'у).

Положение плоскости сил		Моменты сопротивления W_τ см³ для Z-образного железа немецкого нормального сортамента. №№ профилей.										
Величина угла τ	tg τ	3	4	5	6	8	10	12	14	16	18	20
0°	+ 0,0000	2,16	2,79	3,70	4,48	6,66	9,33	12,6	16,8	21,5	27,1	33,5
5°	+ 0,0875	1,97	2,67	3,57	4,35	6,52	9,15	12,4	16,5	21,2	26,9	33,2
10°	+ 0,1763	1,75	2,53	3,47	4,26	6,42	9,07	12,3	16,4	21,1	26,7	33,1
12°30′	+ 0,2217	1,67	2,43	3,43	4,23	6,40	9,04	12,3	16,4	21,2	26,8	33,1
15°	+ 0,2679	1,59	2,34	3,32	4,19	6,39	9,05	12,3	16,5	21,2	26,9	33,2
17°30′	+ 0,3153	1,52	2,26	3,24	4,16	6,39	9,06	12,4	16,5	21,3	27,0	33,4
20°	+ 0,3640	1,46	2,19	3,14	4,07	6,40	9,09	12,4	16,6	21,4	27,2	33,7
22°30′	+ 0,4142	1,41	2,13	3,08	4,00	6,43	9,14	12,5	16,7	21,6	27,5	34,0
25°	+ 0,4663	1,36	2,08	3,01	3,93	6,45	9,22	12,6	16,9	21,8	27,8	34,4
27°30′	+ 0,5206	1,32	2,03	2,96	3,88	6,49	9,29	12,8	17,1	22,1	28,1	34,9
30°	+ 0,5774	1,29	1,99	2,92	3,83	6,47	9,41	12,9	17,4	22,4	28,5	35,4
32°30′	+ 0,6371	1,26	1,96	2,87	3,79	6,43	9,53	13,1	17,6	22,8	29,0	36,0
35°	+ 0,7002	1,23	1,93	2,84	3,75	6,40	9,70	13,3	18,0	23,2	29,6	36,8
37°30′	+ 0,7673	1,20	1,90	2,81	3,73	6,39	9,70	13,6	18,3	23,7	30,3	37,7
40°	+ 0,8391	1,18	1,88	2,79	3,71	6,38	9,73	13,9	18,7	24,3	31,0	38,6
42°30′	+ 0,9163	1,17	1,86	2,78	3,70	6,40	9,78	14,1	19,2	24,9	31,9	39,6
45°	+ 1,0000	1,15	1,85	2,76	3,70	6,43	9,84	14,2	19,8	25,7	32,9	40,8
47°30′	+ 1,0913	1,14	1,83	2,75	3,70	6,46	9,92	14,3	20,2	26,5	33,9	41,2
50°	+ 1,1918	1,13	1,83	2,75	3,71	6,51	10,0	14,5	20,4	27,3	35,2	43,8
51°	+ 1,2349	1,12	1,82	2,75	3,72	6,54	10,1	14,6	20,6	27,5	35,7	44,4
52°	+ 1,2799	1,12	1,82	2,76	3,73	6,56	10,1	14,7	20,7	27,7	36,2	45,1
53°	+ 1,3270	1,12	1,82	2,76	3,74	6,59	10,2	14,8	20,9	27,9	36,8	45,9
54°	+ 1.3764	1,11	1,82	2,77	3,75	6,62	10,2	14,9	21,1	28,1	37,2	46,7
55°	+ 1,4281	1,11	1,82	2,77	3,76	6,65	10,3	15,0	21,2	28,4	37,5	47,5
56°	+ 1,4826	1,11	1,82	2,78	3,77	6,68	10,4	15,1	21,4	28,6	37,9	48,1
57°	+ 1,5399	1,11	1,82	2,79	3,78	6,72	10,4	15,2	21,6	28,9	38,3	48,6
58°	+ 1,6003	1,11	1,83	2,79	3,80	6,76	10,5	15,4	21,8	29,1	38,6	49,1
59°	+ 1,6643	1,11	1,83	2,80	3,81	6,80	10,6	15,5	22,0	29,4	39,1	49,6
60°	+ 1,7321	1,10	1,83	2,81	3,83	6,84	10,7	15,6	22,2	29,7	39,5	50,2
61°	+ 1,8040	1,10	1,84	2,82	3,85	6,90	10,8	15,8	22,4	30,1	39,9	50,8
62°	+ 1,8807	1,11	1,84	2,83	3.87	6,94	10,9	15,9	22,6	30,4	40,4	51,4
63°	+ 1,9626	1,11	1,85	2,84	3,89	7,00	11,0	16,1	22,9	30,7	40,9	52,1
64°	+ 2,0503	1,11	1,85	2,86	3,91	7,05	11,1	16,3	23,1	31,1	41,4	52,8

Продолжение.

Положение плоскости сил		Моменты сопротивления W_τ см³ для Z-образного железа немецкого нормального сортамента. №№ профилей.										
Величина угла τ	tg τ	3	4	5	6	8	10	12	14	16	18	20
65°	+ 2,1445	1,11	1,86	2,87	3,94	7,11	11,2	16,4	23,4	31,5	42,0	53,5
66°	+ 2,2460	1,11	1,87	2,88	3,97	7,18	11,3	16,6	23,8	31,9	42,6	54,3
67°	+ 2,3559	1,11	1,87	2,90	3,99	7,24	11,4	16,8	24,0	32,4	43,2	55,1
68°	+ 2,4751	1,11	1,88	2,92	4,02	7,31	11,5	17,0	24,4	32,8	43,8	56,0
69°	+ 2,6051	1,12	1,89	2,93	4,06	7,39	11,7	17,2	24,7	33,3	44,5	56,8
70°	+ 2,7475	1,12	1,90	2,96	4,09	7,46	11,8	17,5	25,0	33,8	45,2	57,7
70°30′	+ 2,8239	1,12	1,90	2,97	4,11	7,50	11,9	17,6	25,3	34,1	45,6	58,2
71°	+ 2,9042	1,12	1,91	2,98	4,12	7,54	11,9	17,7	25,4	34,3	45,9	58,7
71°30′	+ 2,9887	1,12	1,91	2,99	4,14	7,58	12,0	17,9	25,6	34,6	46,3	59,2
72°	+ 3,0777	1,13	1,92	2,99	4,16	7,62	12,1	18,0	25,8	34,9	46,7	59,8
72°30′	+ 3,1716	1,13	1,92	3,01	4,18	7,66	12,2	18,1	26,0	35,2	47,1	60,3
73°	+ 3,2709	1,13	1,93	3,02	4,20	7,71	12,3	18,2	26,2	35,5	47,5	60,9
73°30′	+ 3,3759	1,13	1,94	3,03	4,22	7,76	12,4	18,4	26,5	35,8	47,9	61,5
74°	+ 3,4874	1,13	1,94	3,04	4,24	7,80	12,4	18,5	26,7	36,1	48,4	62,1
74°30′	+ 3,6059	1,14	1,95	3,06	4,26	7,86	12,5	18,7	26,9	36,4	48,9	62,7
75°	+ 3,7321	1,14	1,95	3,07	4,28	7,90	12,6	18,8	27,1	36,7	49,4	63,2
75°30′	+ 3,8667	1,14	1,96	3,09	4,30	7,94	12,7	19,0	27,4	37,1	49,8	64,0
76°	+ 4,0108	1,14	1,97	3,10	4,32	8,01	12,8	19,1	27,6	37,5	50,3	64,6
76°30′	+ 4,1653	1,15	1,98	3,11	4,35	8,05	12,9	19,3	27,9	37,8	50,8	65,2
77°	+ 4,3315	1,15	1,98	3,13	4,38	8,11	13,0	19,5	28,1	38,2	51,3	66,0
77°30′	+ 4,5017	1,15	1,99	3,13	4,40	8,17	13,1	19,6	28,4	38,5	51,9	66,7
78°	+ 4,7046	1,16	2,00	3,15	4,42	8,23	13,2	19,8	28,7	38,9	52,4	67,5
78°30′	+ 4,9152	1,16	2,01	3,17	4,44	8,29	13,3	20,0	29,0	39,4	53,0	68,3
79°	+ 5,1446	1,16	2,02	3,18	4,47	8,35	13,4	20,2	29,2	39,7	53,6	68,9
79°30′	+ 5,3955	1,17	2,02	3,20	4,50	8,40	13,6	20,4	29,5	40,2	54,2	69,7
80°	+ 5,6713	1,17	2.03	3,22	4,52	8,46	13,7	20,5	29,8	40,5	54,7	70,5
80°30′	+ 5,9758	1,17	2,04	3,24	4,56	8,53	13,8	20,7	30,1	41,0	55,4	71,4
81°	+ 6,3138	1,18	2,05	3,25	4,58	8,60	13,9	21,0	30,5	41,5	56,0	72,3
81°30′	+ 6,6912	1,18	2,06	3,27	4,61	8,68	14,0	21,2	30,8	41,9	56,8	73,2
82°	+ 7,1154	1,18	2,07	3,29	4,64	8,75	14,2	21,4	31,1	42,5	57,5	74,1
82°30′	+ 7,5958	1,19	2,08	3,31	4,67	8,82	14,3	21,6	31,4	43,0	58,1	75,0
83°	+ 8,1443	1,19	2,09	3,32	4,71	8,88	14,4	21,8	31,8	43,5	58,9	76,0
83°30′	+ 8,7769	1,20	2,10	3,34	4,74	8,97	14,6	22,1	32,2	44,0	59,7	77,0
84°	+ 9,5144	1,20	2,11	3,37	4,77	9,05	14,7	22,3	32,6	44,6	60,5	78,1
84°30′	+ 10,3854	1,20	2,12	3,39	4,81	9,13	14,9	22,6	33,0	45,1	61,3	79,2
85°	+ 11,4031	1,21	2,13	3,41	4,84	9,19	15,0	22,8	33,3	45,7	62,1	80,2

Продолжение.

Положение плоскости сил		Моменты сопротивления W_τ см³ для Z-образного железа немецкого нормального сортамента. №№ профилей.										
Величина угла τ	tg τ	3	4	5	6	8	10	12	14	16	18	20
85°30′	+ 12,7062	1,22	2,14	3,44	4,88	9,29	15,2	23,0	33,8	46,3	63,0	81,5
86°	+ 14,3007	1,22	2,16	3,45	4,91	9,37	15,4	23,4	34,2	47,0	63,8	82,7
86°30′	+ 16,3499	1,22	2,16	3,47	4,95	9,47	15,5	23,6	34,7	47,6	64,8	83,9
87°	+ 19,0811	1,23	2,18	3,50	4,99	9,57	15,7	23,9	35,1	48,3	65,8	85,3
87°30′	+ 22,9038	1,24	2,19	3,52	5,03	9,68	15,9	24,2	35,6	48,9	66,8	86,7
88°	+ 28,6363	1,24	2,20	3,55	5,07	9,77	16,0	24,6	36,1	49,6	67,8	88,1
88°30′	+ 38,1885	1,25	2,22	3,57	5,11	9,86	16,2	24,8	36,6	50,4	68,9	89,4
89°	+ 57,2900	1,25	2,23	3,60	5,15	9,98	16,4	25,2	37,2	51,2	70,0	91,0
89°30′	+ 114,5887	1,26	2,24	3,62	5,20	10,1	16,6	25,5	37,7	51,9	71,0	92,3
90°	+ ∞	1,26	2,26	3,66	5,25	10,2	16,8	25,7	38,2	52,9	72,4	94,2
180°—(89°30′)	— 114,5887	1,27	2,27	3,69	5,29	10,3	17,1	26,2	38,6	53,6	73,6	95,7
— 89°	— 57,2900	1,28	2,29	3,72	5,34	10,4	17,3	26,6	39,4	54,5	74,9	97,1
—(88°30′)	— 38,1885	1,28	2,30	3,75	5,38	10,5	17,5	27,0	40,0	55,4	76,2	99,4
— 88°	— 28,6363	1,29	2,32	3,77	5,43	10,7	17,7	27,4	40,7	56,3	77,6	101,2
—(87°30′)	— 22,9038	1,30	2,33	3,80	5,49	10,8	18,0	27,8	41,2	57,3	78,9	103,2
— 87°	— 19,0811	1,30	2,35	3,83	5,54	10,9	18,2	28,2	42,0	58,5	80,5	105,3
—(86°30′)	— 16,3499	1,31	2,37	3,86	5,60	11,0	18,4	28,7	42,6	59,4	82,0	107,4
— 86°	— 14,3007	1,32	2,39	3,91	5,66	11,2	18,7	29,2	43,5	60,6	84,0	109,9
—(85°30′)	— 12,7062	1,33	2,40	3,94	5,71	11,3	19,0	29,6	44,2	61,7	85,4	112,0
— 85°	— 11,4301	1,33	2,42	3,97	5,77	11,5	19,3	30,1	45,0	63,0	87,2	114,7
—(84°30′)	— 10,3854	1,34	2,44	4,00	5,84	11,6	19,5	30,6	45,9	64,3	89,2	117,2
— 84°	— 9,5144	1,35	2,46	4,05	5,90	11,8	19,9	31,2	46,7	65,6	91,4	120,2
—(83°30′)	— 8,7769	1,36	2,48	4,10	5,96	12,0	20,2	31,6	47,6	66,9	93,3	122,7
— 83°	— 8,1443	1,37	2,50	4,13	6,03	12,1	20,5	32,3	48,8	68,4	95,5	126,1
—(82°30′)	— 7,5958	1,38	2,52	4,17	6,10	12,3	20,9	32,8	49,5	69,9	97,8	129,1
— 82°	— 7,1154	1,39	2,54	4,22	6,17	12,5	21,2	33,4	50,8	71,1	100,5	132,8
—(81°30′)	— 6,6912	1,39	2,56	4,26	6,24	12,7	21,6	34,1	51,8	73,3	103,1	136,1
— 81°	— 6,3138	1,40	2,58	4,29	6,31	12,9	22,0	34,8	52,9	75,2	105,7	140,1
—(80°30′)	— 5,9758	1,41	2,61	4,35	6,39	13,1	22,4	35,6	54,1	77,0	108,6	143,9
— 80°	— 5,6713	1,42	2,63	4,39	6,48	13,2	22,8	36,4	55,2	79,0	111,7	148,6
—(79°30′)	— 5,3955	1,43	2,66	4,44	6,56	13,5	23,2	37,2	56,8	81,2	114,9	152,9
— 79°	— 5,1446	1,44	2,68	4,48	6,65	13,7	23,5	37,9	58,1	83,3	118,5	157,7
—(78°30′)	— 4,9152	1,45	2,70	4,55	6,74	13,8	24,1	38,8	59,5	85,8	121,8	162,6
— 78°	— 4,7046	1,47	2,73	4,59	6,83	14,1	24,7	39,7	61,3	88,2	125,9	168,1
—(77°30′)	— 4,5107	1,48	2,76	4,65	6,92	14,3	25,2	40,7	62,9	90,7	130,2	173,9
— 77°	— 4,3315	1,49	2,79	4,69	7,02	14,6	25,6	41,5	64,5	93,5	134,6	180,5

Продолжение.

Положение плоскости сил		Моменты сопротивления W_τ см³ для Z-образного железа немецкого нормального сортамента. №№ профилей.										
Величина угла τ	tg τ	3	4	5	6	8	10	12	14	16	18	20
180°—(76°30′)	— 4,1653	1,50	2,82	4,76	7,11	14,8	26,2	42,6	66,2	96,1	139,1	186,9
— 76°	— 4,0108	1,51	3,84	4,81	7,22	15,1	26,8	43,7	68,0	99,2	144,3	194,6
—(75°30′)	— 3,8667	1,52	2,87	4,88	7,32	15,4	27,4	45,0	70,4	102,5	150,0	202,8
— 75°	— 3,7321	1,54	2,91	4,93	7,43	15,7	28,1	46,3	73,0	106,3	156,3	212,3
—(74°30′)	— 3,6059	1,55	2,93	5,00	7,54	16,0	28,7	47,6	75,2	110,5	162,3	220,3
— 74°	— 3,4874	1,56	2,97	5,08	7,67	16,4	29,5	49,0	77,5	114,2	170,0	232,7
—(73°30′)	— 3,3759	1,57	3,00	5,15	7,81	16,7	30,2	50,3	80,0	119,5	177,0	235,1
— 73°	— 3,2709	1,59	3,04	5,21	7,94	17,1	31,0	51,8	83,3	124,5	185,5	222,1
—(72°30′)	— 3,1716	1,61	3,08	5,29	8,06	17,4	31,8	53,8	86,2	129,9	176,8	210,5
— 72°	— 3,0777	1,62	3,12	5,35	8,20	17,8	32,8	55,6	90,1	136,4	167,7	200,1
—(71°30′)	— 2,9887	1,64	3,14	5,43	8,34	18,2	33,7	57,5	93,5	135,7	162,2	190,7
— 71°	— 2,9042	1,65	3,19	5,52	8,51	18,7	34,7	59,9	98,9	129,0	154,5	182,1
—(70°30′)	— 2,8239	1,67	3,23	5,62	8,63	19,1	35,7	61,7	101,7	122,9	147,6	174,3
— 70°	— 2,7475	1,69	3,27	5,68	8,78	19,6	36,8	64,5	96,8	117,3	141,3	167,1
— 69°	— 2,6051	1,72	3,37	5,88	9,13	20,7	39,5	69,9	88,4	107,7	130,1	154,6
— 68°	— 2,4751	1,76	3,45	6,10	9,52	21,9	42,4	68,0	81,3	99,0	120,6	143,3
— 67°	— 2,3559	1,80	3,56	6,29	9,93	23,1	45,9	62,5	75,8	92,3	12,5	134,2
— 66°	— 2,2460	1,84	3,66	6,54	10,4	24,7	47,1	57,9	70,4	86,5	105,4	125,9
— 65°	— 2,1445	1,88	3,77	6,80	10,9	26,4	43,5	53,9	66,2	81,0	99,1	118,6
— 64°	— 2,0503	1,93	3,91	7,04	11,3	28,2	40,5	50,3	62,1	76,6	93,6	112,2
— 63°	— 1,9626	1,98	4,03	7,35	12,0	30,7	37,8	47,2	58,5	72,3	88,7	106,6
— 62°	— 1,8807	2,03	4,18	7,69	12,8	28,2	35,5	44,6	55,6	68,7	84,4	101,7
— 61°	— 1,8040	2,09	4,33	8,06	13,5	26,6	33,5	42,3	52,6	65,3	80,0	96,5
— 60°	— 1,7321	2,15	4,50	8,47	14,4	24,9	31,7	40,2	50,3	62,4	76,1	92,0
— 59°	— 1,6643	2,21	4,67	8,93	15,5	23,6	29,9	38,3	48,1	59,9	72,8	88,3
— 58°	— 1,6003	2,28	4,88	9,43	16,6	22,3	28,5	36,5	46,1	57,3	69,8	84,8
— 57°	— 1,5399	2,35	5,13	10,0	17,7	21,2	27,2	35,0	44,1	54,9	66,8	81,5
— 56°	— 1,4826	2,43	5,38	10,7	16,6	20,2	26,0	33,6	42,2	52,6	64,3	78,5
— 55°	— 1,4281	2,53	5,65	11,5	15,7	19,2	25,0	32,2	40,3	50,5	61,7	75,4
— 54°	— 1,3764	2,62	5,95	12,3	14,9	18,5	24,1	30,9	38,9	48,8	59,9	72,9
— 53°	— 1,3270	2,72	6,29	13,2	14,1	17,7	23,0	29,8	37,5	47,1	57,6	70,6
— 52°	— 1,2799	2,82	6,67	12,5	13,5	17,0	22,2	28,7	36,2	45,5	55,7	68,4
— 51°	— 1,2349	2,95	7,09	11,9	12,9	16,4	21,4	27,6	35,0	44,0	54,0	66,2
— 50°	— 1,1918	3,09	7,63	11,3	12,3	15,8	20,6	26,7	33,8	42,5	52,4	64,3
—(47°30′)	— 1,0913	3,50	9,09	10,1	11,2	14,5	19,0	24,6	31,4	39,6	49,0	60,0
— 45°	— 1,0000	4,02	8,06	9,17	10,2	13,5	17,5	22,9	29,4	37,0	46,0	56,3

Продолжение.

Положение плоскости сил		Моменты сопротивления W_τ cm³ для Z-образного железа немецкого нормального сортамента. №№ профилей.										
Величина угла τ	tg τ	3	4	5	6	8	10	12	14	16	18	20
180°—(42°30′)	— 0,9163	4,76	7,30	8,40	9,41	12,4	16,4	21,5	27,6	34,9	43,4	53,1
— 40°	— 0,8391	5,85	6,67	7,75	8,68	11,6	15,4	20,2	26,1	33,0	41,2	50,4
—(37°30′)	— 0,7673	5,88	6,13	7,14	8,03	10,9	14,5	19,2	24,8	31,4	39,2	48,0
— 35°	— 0,7002	5,35	5,68	6,62	7,51	10,3	13,8	18,2	23,7	30,0	37,5	46,0
—(32°30′)	— 0,6371	4,90	5,24	6,17	7,04	9,75	13,1	17,5	22,7	28,8	36,1	44,2
— 30°	— 0,5774	4,55	4,85	5,81	6,69	9,28	12,6	16,7	21,8	27,7	34,7	42,7
—(27°30′)	— 0,5206	4,20	4,52	5,46	6,34	8,88	12,1	16,1	21,1	26,8	33,5	41,2
— 25°	— 0,4663	3,88	4,24	5,18	6,04	8,52	11,7	15,6	20,3	25,9	32,5	40,0
—(22°30′)	— 0,4142	3,57	3,99	4,95	5,78	8,21	11,3	15,1	19,7	25,2	31,6	38,8
— 20°	— 0,3640	3,30	3,77	4,72	5,54	7,94	10,9	14,6	19,2	24,5	30,8	37,9
—(17°30′)	— 0,3153	3,07	3,60	4,52	5,35	7,70	10,6	14,2	18,7	23,9	30,0	37,0
— 15°	— 0,2679	2,88	3,44	4,37	5,18	7,49	10,4	13,9	18,3	23,4	29,4	36,3
—(12°30′)	— 0,2217	2,72	3,29	4,22	5,09	7,30	10,1	13,6	17,9	23,0	28,8	35,6
— 10°	— 0,1765	2,58	3,16	4,08	4,88	7,14	9,92	13,3	17,6	22,5	28,4	35,0
— 5°	— 0,0875	2,35	2,96	3,88	4,65	6,87	9,56	12,9	17,1	21,9	27,6	34,1
180°	— 0,0000	2,16	2,79	3,70	4,48	6,66	9,33	12,6	16,8	21,5	27,1	33,5
Вес 1 пог. метра в kg		3,37	4,23	5,28	6,17	8,67	11,8	14,2	17,9	21,5	26,0	30,2

Пример 20. Стропильная ферма имеет наклон $\frac{1}{2}$ (угол наклона $\alpha = 29°40'$). Определить сечение прогона, если изгибающий момент в вертикальной плоскости:

$$M_v = 49200 \text{ кг} \times \text{см},$$

а изгибающий момент сил в плоскости, нормальной к скату,

$$M_w = 32256 \text{ кг} \times \text{см}.$$

Решение.

1-й случай. Стенка двутаврового I или [коробчатого сечения вертикальна.

Общий момент в вертикальной плоскости:

$$M_1 = M_v + M_w \cos 26°40' = 49200 + 32256 \,.\, 0{,}894 = 79036 \text{ кг} \times \text{см}.$$

Момент по перпендикулярному к стенке направлению

$$M_2 = M_w \sin 26°40' = 32256 \,.\, 0{,}449 = 14483 \text{ кг} \times \text{см};$$

подбираем двутавровое сечение I:

$$W_x = \frac{M_1 + c\ M_2}{k} = \frac{79036 + 8{,}7\ .\ 14483}{1000} = 205\ см^3.$$

Соответствует профиль № 20 с $W'_x = 201{,}11\ см^3$ и $c = 8{,}67$, сечение может считаться подходящим, так как $c = 8{,}67$ незначительно разнится от предварительно принятого (8,7).

2-ой случай. Стенка I нормальна к скату.

$$M_1 = M_w + M_v \cos 26°40' = 32256 + 49200\ .\ 0{,}894 = 76240\ кг \times см.$$

$$M_2 = M_v \sin 26°40' = 49200\ .\ 0{,}449 = 22090\ кг \times см.$$

$$W_x = \frac{M_1 + c\ M_2}{k} = \frac{76240 + 8{,}7\ .\ 22090}{1000} = \backsim 267{,}7\ см^3.$$

Выбираем профиль № 22 (русский нормальный сортамент) с $W_x = 258{,}5\ см^3$.

Значение $c = 8{,}96$.

Вставляя последнее значение c для проверки, получаем:

$$W_x = \frac{76240 + 8{,}96\ .\ 22090}{1000} = 274\ см^3.$$

Для 2-го случая потребовалось более сильное сечение. То же самое получим по отношению к $\sqcup$-железу.

Пример 21. Рассчитать деревянную обрешетину, если крыша крыта толем, расстояние между фермами $l = 3{,}0$ *м*, расстояние между обрешетинами $b = 2{,}7$ *м* и угол наклона $\alpha = 21°50'$ (допускаемое напряжение $k = 80\ \frac{кг}{см^2}$).

Обрешетина перпендикулярна к скату.

Решение.

Рассчетный пролет $l = 3{,}0$ *м*.

Принимаем сечение 18 *см* × 14 *см*.

Собственный вес 1 пог. *м* обрешетины $= 0{,}18\ .\ 0{,}14\ .\ 600 = 15$ *кг*.

Нагрузки на 1 пог. *м* обрешетины разлагаем на 2 составляющие: нормальную к скату и параллельную ему.

Составляющие:

1) От собственного веса обрешетины:

нормальная скату $= 15 \cos 21°50' = 15\ .\ 0{,}93 = 14$ *кг*;

параллельная скату $= 15 \sin 21°50 = 15\ .\ 0{,}37 = 6{,}0$ *кг*.

2) От веса верхней обрешетины:

(на 1 пог. *м* нижней обрешетины приходится 1 верхняя обрешетина; принимаем вес 1 пог. *м* 10 *кг*, получаем вес всей обреше-

тины $= 2{,}7 \,.\, 10 = 27$ *кг*; принимаем также для простоты этот вес равномерно распределенным)

нормальная к скату $= 27 \cos \alpha = 27 \,.\, 0{,}93 = 25$ *кг*;

параллельная скату $= 27 \sin \alpha = 27 \,.\, 0{,}37 = 10$ *кг*.

3) От веса кровли и досчатого настила—35 *кг* на 1 *кв. м*:

нормальная к скату $= 35 \,.\, 2{,}7 \cos 21°50' = 35 \,.\, 2{,}7 \,.\, 0{,}93 =$ окр. 88,70 *кг*;

параллельная скату $= 35 \;\; 2{,}7 \sin 21°50' = 35 \,.\, 2{,}7 \,.\, 0{,}37 = 35$ *кг*.

4) От веса человека на 1 пог. *м* эквивалентной равномерно-распределенной нагрузки: нормальная к скату $= \frac{200}{3} . 0{,}93 = 62$ *кг*,

параллельная скату $= \frac{200}{3} \,.\, 0{,}37 = 25$ *кг*;

5) От max. давления снега:

нормальная скату $= 100 \,.\, 2{,}7 \,.\, \cos 21°50' \,.\, \cos 21°50' = 232$ *кг*;

параллельная скату $= 100 \,.\, 2{,}7 \,.\, \cos 21°50' \sin 21°50' = 93$ *кг*.

6) От max. давления ветра:

нормальное давление $= 95$ *кг* на 1 *кв. м*; на 1 пог. *м* обрешетины $= 95 \,.\, 2{,}7 = 257$ *кг*.

1-ый случай. Полная нагрузка снегом.

Общая нормальная составляющая $= 14 + 25 + 88{,}00 + 62 + 232 = 421$ *кг*.

Общая парраллельная составляющая $= 6{,}0 + 10 + 35 + 25 + 93 = 169$ *кг*.

2-ой случай. Отдельное давление ветра.

Общая нормальная составляющая $= 14 + 25 + 28{,}00 + 256 = 323$ *кг*.

Общая параллельная составляющая $= 6{,}0 + 10 + 35 = 51$ *кг*.

3-ий случай. Совместное действие снега и ветра.

Общая нормальная составляющая:

$$14 + 25 + 88{,}0 + \frac{3}{4} \,.\, 232 + \frac{2}{3} \,.\, 256 = \text{окр. } 471 \text{ кг}.$$

Общая параллельная составляющая:

$$6{,}0 + 10 + 35 + \frac{3}{4} \,.\, 93 = 120 \text{ кг}.$$

Рассмотрим 1-ый и 3-ий случаи комбинированных нагрузок.

Принято сечение 18 *см* $\times$ 14 *см*:

$$W_x = 756 \text{ см}^3; \; W_y = 588 \text{ см}^3.$$

1-ый случай.

$$M_1 = \frac{421 \,.\, 3^2 \,.\, 100}{8} = 47363 \ кг \times см$$

$$M_2 = \frac{160 \,.\, 3^2 \,.\, 100}{8} = 19012 \ кг \times см.$$

Напряжение дерева:

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 = \frac{M_1}{W_x} + \frac{M_2}{W_y} = \frac{47363}{756} + \frac{19012}{588}$$

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 = 62{,}6 + 32{,}4 = 95 \ \frac{кг}{см^2}$$

3-ий случай.

$$M_1 = \frac{471 \,.\, 3^2 \,.\, 100}{8} = 52998 \ кг \times см$$

$$M_2 = \frac{120 \,.\, 3^2 \,.\, 100}{8} = 13500 \ кг \times см.$$

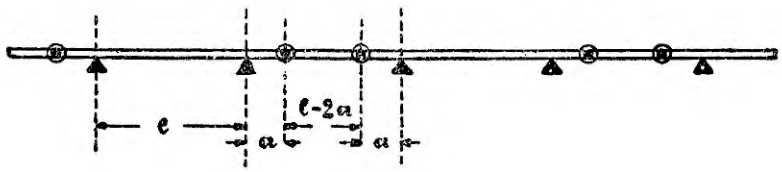
Напряжение дерева:

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 = \frac{M_1}{W_x} + \frac{M_2}{W_y} = \frac{52988}{756} + \frac{13500}{588} = 93 \ кг/см^2.$$

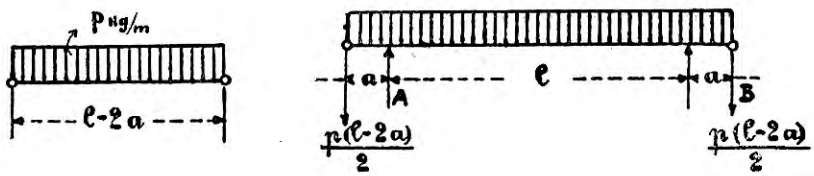
Напряжения более допускаемого (80 $кг/см^2$); принимаем сечение 20 $см \times 16$ $см$.

5. Шарнирные обрешетины.

Они состоят из балок, лежащих на стропильных ногах, и из подвешенных балок в шарнирах консолей (фиг. 321, 322). Они делаются одинако-



Фиг. 321.



Фиг. 322.

вого сечения и для этой цели длину свешенных частей определяют из условия, чтобы при равномерно-распределенной нагрузке по всей обрешетине наибольшие изгибающие моменты по середине цельного пролета, на опоре и в середине подвешенной части были равны.

1. *Подвешенная балка* (фиг. 321, 322,*a*).

Пусть расстояние оси шарнира (фиг. 321) от оси фермы равно a; тогда пролет подвешенной балки $= l - 2a$, где l — расстояние между фермами:

$$M_{max} = M_1 = \frac{1}{8}\ p\ (l - 2a)^2.$$

2. *Балка со свешенными концами* (фиг. 322,*b*).

Q — давление в шарнире, производимое подвешенной балкой $=$

$$= \frac{p\ (l - 2a)}{2}.$$

Величина реакций опор:

$$A = B = \frac{p\ (l - 2a)}{2} + \frac{p\ (l + 2a)}{2} = pl.$$

Момент относительно *середины* балки:

$$M_3 = pl\frac{l}{2} - \frac{p}{2}\ (l - 2a)\ \left(\frac{l}{2} + a\right) - \frac{p}{2}\left(\frac{l}{2} + a\right)^2.$$

По приведении

$$M_3 = \frac{1}{8} p\ (l - 2a)^2 = M_1 \text{ подвешенной балки.}$$

Момент относительно опоры A или B:

$$M_2 = +\frac{p}{2}(l - 2a)\ a + \frac{pa^2}{2} = \pm\frac{pa}{2}\ (l - a).$$

Чтобы все моменты по абсолютной величине были равны между собой, необходимо

$$M_3 = M_2,$$

из последнего равенства

$$a = 0{,}1465\ l$$

или округленно

$$a = 0{,}146\ l \text{ или } a = 0{,}147\ l.$$

Подставляя это значение a в выражение моментов

$$M_3 \text{ и } M_2,$$

получаем:

$$M_1 = M_2 = M_3 = \frac{pl^2}{16},$$

т. е. величина моментов равна *половине* max. момента балки, пролетом l свободно лежащей на 2-х опорах; таким образом уравновешенные обрешетины дают значительное сбережение материала.

Чтобы при 2-х одинаковых пролетах (фиг. 323,*a*) моменты $M_1 = M_2 = M_3$, необходимо дать консоли длину a, равную $0{,}172\,l$ ($x_1 = 0{,}172$).

В этом случае $M_1 = M_2 = M_3 = 0{,}0858\ pl^2$.

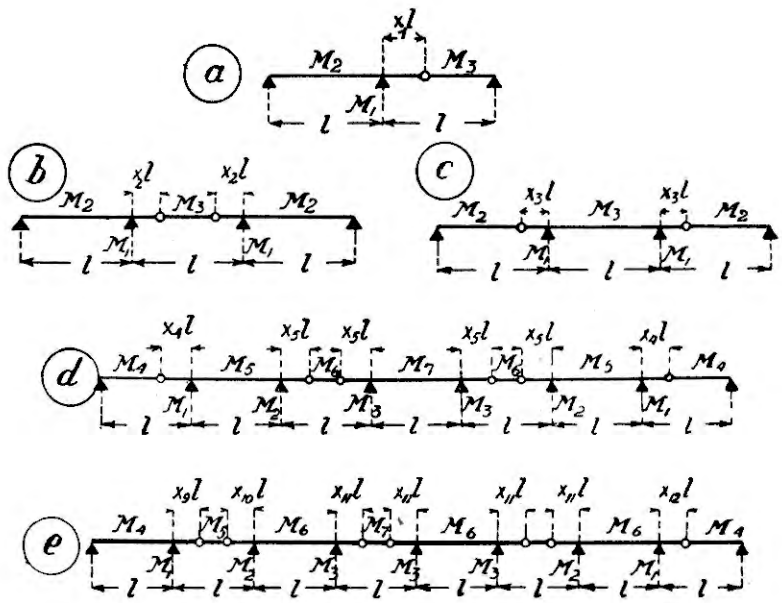
При 3-х одинаковых пролетах l (фиг. 323, b) или делают $M_1 = M_2$, для чего $a = 0{,}22\,l$ ($x_2 = 0{,}22$):

$$M_1 = M_2 = 0{,}0858\ pl^2;\ M_3 = 0{,}0392\ pl^2,$$

или делают $M_1 = M_3$ (фиг. 323, c), $a_1 = 0{,}125\,l$ ($x_3 = 0{,}125$):

$$M_1 = M_3 = 0{,}0625\,pl^2\left(= \frac{pl^2}{16}\right)$$

$$M_2 = 0{,}0957\ pl^2.$$



Фиг. 323.

1) Число пролетов *нечетное*; при устройстве (фиг. 323, d)

$$x_4 = 0{,}125;\ x_5 = 0{,}1465$$

$$M_1 = M_5 = M_2 = M_7 = M_3 = M_6 = 0{,}0625\ pl^2\left(= \frac{pl^2}{16}\right)$$

$$M_4 = 0{,}0957\ pl^2$$

2) Число пролетов *четное* (фиг. 323, e); $x_9 = x_{10} = x_{11} = 0{,}1465$; $x_{12} = 0{,}125$.

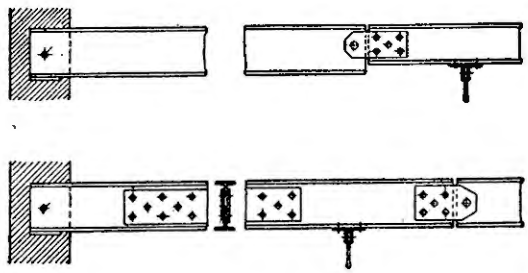
$x_1 = 0{,}1465$; $x_2 = 0{,}125$

$$M_2 = M_4 = 0{,}0957\ pl^2 \text{ (фиг. } e \text{ 325)}.$$

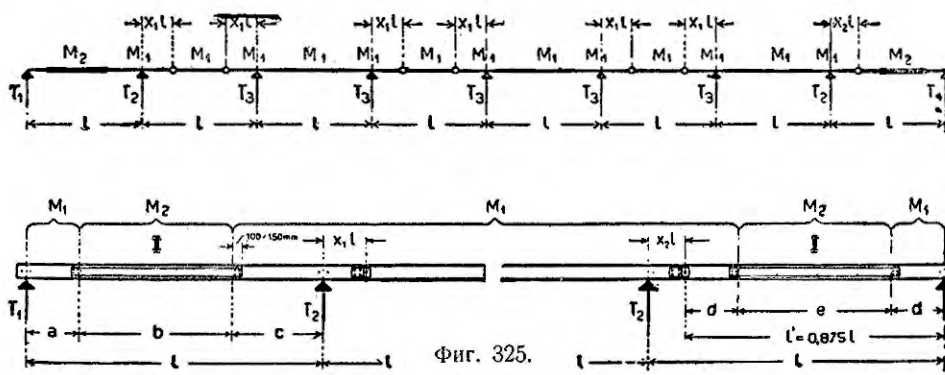
$$M_2 = M_4 = 0{,}0957\ pl^2 \text{ (фиг. 323, } e \text{ 325)}.$$

$$M_2 = M_1 = M_3 = M_5 = M_6 = M_7 = 0{,}0625\ pl^2.$$

Вследствие бо́льшего изгибающего момента балки для боковых пролетов берутся или с более высокими стенками, чем средние (фиг. 324), или те же, что для средних пролетов, но с усилением сечения в соответствующих местах (фиг. 324). При щипцовых стенках подвешенные балки берутся с более высокими стенками (фиг. 324). Если на концах перекрытия установлены фермы, то при большем их числе предпочтительно устройство одного профиля для всего уравновешенного прогона, который усиливается для боковых пролетов (фиг. 325). Усиление для двутаврового сечения I производится приклепыванием накладок из полосового железа или



Фиг. 324.



Фиг. 325.

швеллеров][. В таблице 11 приведены номера профилей I сечения, для которых даны усиления из двух швеллеров; в таблице 12 даны теоретические размеры *a*, *b*, *c*, *d*, и *e* (фиг. 325), относящиеся к усилению; размеры *b* и *e* увеличивают на 100—150 *мм*.

ТАБЛИЦА 11.

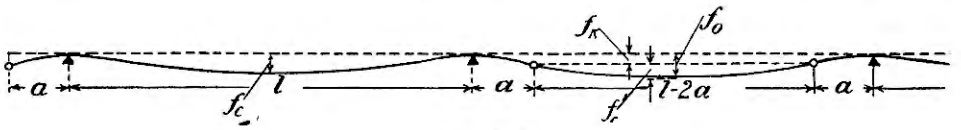
№ профиля I прогона.	Усиление боковых пролетов.	№ профиля I прогона.	Усиление боковых пролетов.
12	][8	20	][14
14	10	22	16
16	12	24	18
18	14	—	—

ТАБЛИЦА 12.

a	b	c	d	e
0,18 l	0,515 l	0,305 l	0,18 l	0,515 l

6. Рассчет шарнирных обрешетин из условия равенства наибольших прогибов [1]).

Выше был произведен рассчет обрешетин из условия равенства наибольших изгибающих моментов в середине цельного пролета на опоре и в середине подвешенной части, при этом величина *max.* момента равна половине *max.* момента балки пролетом l, свободно лежащей на 2-х опорах, и поэтому достигается значительное сбережение материала. Положение шарниров (фиг. 321) определяется расстоянием $a = 0{,}146\,l$. При значительных пролетах можно достичь еще бо́льшей экономии в мате-



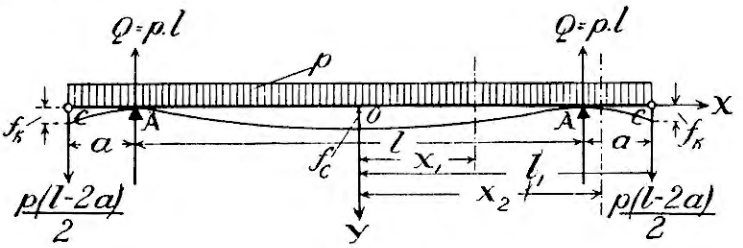
Фиг. 326.

риале, если исходить из допускаемой деформации балки — прогиб $f \leqslant \frac{1}{600}$ и из условия равенства наибольших прогибов в середине цельного пролета и подвешенной части (фиг. 326).

Определение прогибов. По симметрии упругая кривая балки (фиг. 327) состоит из 2-х одинаковых ветвей AC и AO.

Реакция $Q = \frac{p\,(l-2a)}{2} + \frac{p\,(l+2a)}{2} = p\,.\,l.$

Примем начало координат в точке O, ось Y направим вниз, а ось X по оси балки (фиг. 327).



Фиг. 327.

[1]) Исследование этого вопроса произведено инж. T. Schwarz'ом (журн. «Der Eisenbau», 1912, № 9) по способу Мора. Применение мной дифференциального у-ния упругой кривой даст в данном случае более простое решение; кроме того, применения результатов в практическом отношении отличны.

У-ние ветви АО:

$$EJ\frac{d^2y_1}{dx_1^2}=\frac{p\ (l-2a)}{2}\ (l_1-x_1)+\frac{p\ (l_1-x_1)^2}{2}-pl\left(\frac{l}{2}-x_1\right).$$

Интегрируя 2 раза, получаем:

$$EJ\frac{dy_1}{dx_1}=-\frac{p\ (l-2a)}{4}\ (l_1-x_1)^2-\frac{p}{6}\ (l_1-x_1)^3+$$

$$+\frac{pl}{2}\left(\frac{l}{2}-x_1\right)^2+C_1\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ (1)$$

$$EJy_1=\frac{p\ (l-2a)}{12}\ (l_1-x_1)^3+\frac{p}{24}\ (l_1-x_1)^4-\frac{pl}{6}\left(\frac{l}{2}-x_1\right)^3+$$

$$+C_1\ x_1+C_2\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ (2).$$

У-ние ветви АС.

$$EJ\frac{d^2y_2}{dx_2^2}=\frac{p\ (l-2a)}{2}\ (l_1-x_2)+\frac{p\ (l_1-x_2)^2}{2}$$

Интегрируя 2 раза, получаем:

$$EJ\frac{dy_2}{dx_2}=-\frac{p\ (l-2a)}{4}\ (l_1-x_2)^2-\frac{p}{6}\ (l_1-x_2)^3+D_1\ \ .\ .\ (3)$$

$$EJy_2=\frac{p\ (l-2a)}{12}\ (l_1-x_2)^3+\frac{p}{24}\ (l_1-x_2)^4+D_1\ x_2+D_2\ .\ .\ (4).$$

Определение произвольных постоянных.

Они определяются из следующих условий:

$$1)\ \text{при}\ \ x_1=x_2=\frac{l}{2},\ y_1=y_2=O\ \ldots\ldots\ (\mathrm{I})$$

$$2)\ \text{при}\ \ x_1=x_2=\frac{l}{2}\ ,\ \frac{dy_1}{dx_1}=\frac{dy_2}{dx_2}\ \ldots\ldots\ (\mathrm{II})$$

$$3)\ \text{при}\ \ x_1=O,\ \frac{dy_1}{dx_1}=O\ \ldots\ldots\ldots\ (\mathrm{III})$$

(касательная параллельна первоначальной оси балки).

При подстановке значения $x_1=O$ в у-ние (1), имеем:

$$C_1=\frac{pl_1^2\ (l-2a)}{4}+\frac{pl_1^3}{6}-\frac{pl^3}{8}$$

Пусть $a=\alpha l$, $l_1=\frac{l}{2}+a=\frac{l}{2}+\alpha l=l\left(\frac{1}{2}+\alpha\right).$

Подставляя эти значения a и l_1 в выражение C_1, получаем после преобразований:

$$C_1 = \frac{1}{4} pl^3\alpha - \frac{1}{24} pl^3 - \frac{1}{3} p\alpha^3 l_3 =$$

$$= pl^3\left(\frac{1}{4}\alpha - \frac{1}{3}\alpha^3 - \frac{1}{24}\right) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (5).$$

Из условия (II) для $x_1 = x_2 = \frac{l}{2}$ имеем: $D_1 = C_1$ для $x_2 = \frac{l}{2}, y_2 = O$.

Из у-ния (4) получаем:

$$O = \frac{p\,(l-2a)}{12}\left(l_1 - \frac{l}{2}\right)^3 + \frac{p}{24}\left(l_1 - \frac{l}{2}\right)^4 + D_1\frac{l}{2} + D_2 \;;\; \left(l_1 - \frac{l}{2} = a\right).$$

$$O = \frac{p\,(l-2a)}{12}a^3 + \frac{p}{24}a^4 + D_1\frac{l_1}{2} + D_2$$

Вставляя значения $D_1 = C_1$ получаем после преобразований:

$$D_2 = pl^4\left(\frac{\alpha^3}{12} + \frac{\alpha^4}{8} - \frac{\alpha}{8} + \frac{1}{48}\right) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (6).$$

Из условия $x_1 = x_2 = \frac{l}{2}$, $y_1 = y_2$ и из у-ний (2) и (4) имеем: $C_2 = D_2$.

Прогиб в середине балки найдем из у-ния (2) для $x_1 = O$:

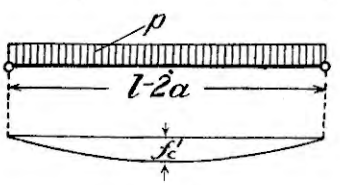
$$EIf_c = pl^4\left(\frac{5}{384} - \frac{\alpha - \alpha^2}{16}\right) = \frac{pl^4}{384}(5 - 24\alpha + 24\alpha^2) \quad . \; . \; (7).$$

Прогиб свешивающегося конца получим из у-ния (4) для $x_2 = l_1$:

$$EIf_к = \frac{pl^4}{24}(-\alpha + 6\alpha^2 - 2\alpha^3 + 5\alpha^4) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (8).$$

Прогиб подвешенной балки в середине (фиг. 328):

$$f'_c = \frac{5}{384}\frac{p\,(l-2a)^4}{EJ}, \text{ так как } a = \alpha l,$$



Фиг. 328.

то

$$f'_c = \frac{5pl^4}{384J}(1 + 8\alpha + 24\alpha^2 - 32\alpha^3 + 16\alpha^4) \quad . \; . \; . \; . \; . \; (9).$$

Этот прогиб имеет балка, лежащая на неподатливых опорах; в нашем случае балка подвешена к концам консолей, прогиб которых определен

выше, поэтому середина подвешенной балки опустится на величину (фиг. 326):

$$f_o = f'_c + f_к = \frac{pl^4}{384\,EJ}(5 - 56\alpha^2 + 216\alpha^2 - 192\alpha^3) \quad . \; . \; . \; . \; (10).$$

Из условия равенства наибольших прогибов f_c и f_o (фиг. 326) находим значение α

$$\frac{pl^4}{384\,EJ} \cdot (5 - 24\alpha + 24\alpha^2) = \frac{pl^4}{384\,EJ}(5 - 56\alpha + 216\alpha^2 - 192\alpha^3),$$

откуда

$$-192\alpha^3 + 192\alpha^2 - 32\alpha = O; \; \alpha^3 - \alpha^2 + \frac{1}{6}\alpha = O.$$

1) $\alpha = O$, т. е. шарнир совмещается с опорой. Имеем 2 балки с равными пролетами, лежащие свободно на 2-х опорах; прогибы равны

2) $\alpha^2 - \alpha + \frac{1}{6} = O.$

$$\alpha = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{1}{6}}\;; \; \alpha_1 = 0{,}7887; \; \alpha_2 = 0{,}2113;$$

$$a_н = \alpha l = 211l \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (11)$$

наибольший прогиб

$$f_c = \frac{pl^4}{384\,EJ} \cdot (5 - 24\alpha + 24\alpha^2) =$$

$$= \frac{pl^4}{384\,EI}(5 - 24 \,.\, 0{,}2113 + 24.0{,}2113^2).$$

$$f_c = \frac{0{,}986\,pl^4}{384\,EI} = 0{,}0025\,\frac{pl^4}{EJ} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (12).$$

Если принять расстояние $a = 0{,}146l$ ($\alpha = 0{,}146$), выведенном из условия равенства моментов, то прогиб в середине балки со свешенными концами

$$f = \frac{pl^4}{384\,EI}(5 - 24\alpha + 24\alpha^2) = \frac{pl^4}{384\,EJ}(5 - 24 \,.\, 0{,}146 + 0{,}146^2 \,.\, 24) =$$

$$= 0{,}052\,\frac{pl^4}{EI} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (13).$$

Как видно, прогиб во 2-м случае в 2 раза больше прогиба балки, когда шарниры расположены на расстоянии $a_н = 0{,}211l$, выведенном из условия равенства прогибов

Величина *max* момента при новом положении шарниров ($a = 0{,}211l$)

$$max M_н = \frac{p(l - 2a_н)}{2} a_н + \frac{pa^2_н}{2} = \frac{p(l - 2 . 0{,}211l) . 0{,}211l}{2} +$$

$$+ \frac{p . 0{,}211^2 l^2}{2} = 0{,}083pl^2 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (14).$$

При расстоянии шарниров $a = 0{,}146l$, $max\, M = 0{,}0625\ pl^2 = \frac{pl^2}{16}$

Как видно, при условии равенства прогибов наибольший изгибающий момент $M_н = 0{,}083pl^2$ почти на 32% больше M — момента для случая равенства моментов.

Величина прогибов.

1) При условии равенства моментов ($a = 0{,}146l$)

$$f = 0{,}0052 \frac{pl^4}{EJ}.$$

Представляем это выражение в следующем виде:

$$f = \frac{0{,}0052}{EJ} \cdot \frac{pl^2}{16} . 16l^2.$$

Подставив сюда значение $M\,max = \frac{pl^2}{16}$, $E = 2150000\ \frac{кг}{см^2}$ и выразив M в $кг \times м$, а l в метрах, получаем:

$$f = 0{,}038 \frac{M . l^2}{J} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (15).$$

(f и I в *см*).

2) При условии равенства прогибов ($a = 0{,}211l$):

$$f_c = 0{,}0025\ \frac{pl^4}{EJ}$$

Это выражение преобразовывается по предыдущему, подставив соответствующее значение $M = 0{,}083pl^2$:

$$f_c = 0{,}014 \frac{M . l^2}{J} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (16).$$

(M в $кг \times м$, l — в *м*).

Практическое применение. При небольших пролетах выгоднее в отношении сбережения материала исходить из равенства моментов, взяв расстояние a для шарниров $= 0{,}146l$; при значительных пролетах (больше 6*м*) выгоднее исходить из равенства прогибов, взяв расстояние a для шарниров $= 0{,}211l$.

В первом случае рассчет ведется на прочность $\left(W = \frac{M\,max}{k};\ W = \frac{pl^2}{16 \cdot k}\right)$ и найденное сечение проверяется на деформацию: $\frac{f}{l} < \frac{1}{600}$.

Во втором случае рассчет надо производить на деформацию, а найденное сечение условию прочности удовлетворяет.

Из формулы (16) имеем: $\frac{f}{0{,}01l} = 0{,}014\ \frac{M \cdot l}{J}$ для $\frac{f_c}{l} = \frac{1}{600}$;

$$J_c = 0{,}084\ Ml \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (17).$$

Где M в *кг* $\times$ *м*, l в *м*

Находим из формулы (17) значение J_c, по которому подбираем сечение.

Из формулы (15) для случая равенства моментов ($a = 0{,}146l$).

$$J = 0{,}23\ Ml \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (18).$$

Где M в *кг* $\times$ *м* и l в *м*.

Покажем решение вопроса на нижеследующем примере:

Пусть $p = 586$ *кг* на пог. *м*, $l = 7{,}0$ *м*.

Наибольший момент

$$M = \frac{pl^2}{16} = \frac{586 \cdot 7 \cdot 700}{16} = 179645\ \text{кг} \times \text{см}.$$

$$W = \frac{M}{1000} = \text{окр. } 180\ \text{см}^3.$$

Подходит профиль I № 20 $W_x = 201{,}4$ *см*³ и $J_x = 2014$ *см*⁴.

Этот профиль не удовлетворяет условию допускаемой деформации.

Из формулы (18).

$$J = 0{,}23\ Ml = 0{,}23 \cdot 1794{,}65 \cdot 7 = 2530\ \text{см}^4.$$

Подходит профиль I № 22 с $W_x = 258{,}5$ *см*³ и $J_x = 2843$ *см*⁴.

Прогиб $f = 0{,}038\ \frac{1794{,}6 \cdot 49}{2843} = 1{,}135$ *см*.; (форм. 15)

$$\frac{f}{l} = \frac{1 \cdot 135}{700} = 0{,}00162 < 0{,}00167.$$

Профиль I № 22 удовлетворяет условию прочности и условию допускаемой деформации, но не экономичности.

Если вести рассчет из условия равенства прогибов, то получим менее сильное сечение.

Требуемый момент инерции из формулы (17).

$$J_c = 0{,}084\ Ml.$$

$M = 0{,}083\ pl^2 = 0{,}083 \,.\, 586 \,.\, 7 \,.\, 700 = 238326$ *кг* $\times$ *см*.

$J_c = 0{,}084 \,.\, 2383{,}26 \,.\, 7 = 1401$ *см*^{4}.

Подходит профиль $\underline{I}$ № 20 с $W_x = 201 \,.\, 4$ *см*^{3} и $J_x = 2014$ *см*^{3}.

Вес 1 пог. *м* 25 *кг*, тогда в первом случае из условия равенства моментов был выше определен профиль $\underline{I}$ № 22, вес пог. метра которого составляет 29,3 *кг*, т. е. получилось более экономичное решение вопроса.

Условие статической определимости. Вся обрешетина (фиг. 321, 325) состоит из частей, соединенных между собой посредством неподвижных и подвижных шарниров, и лежит на стропильных фермах подвижными и неподвижными опорами. Каждая подвижная опора имеет одно неизвестное — величину реакции, неподвижная — 2 неизвестных опорных сопротивления: величину и направление. При n парах ферм число неподвижных опор $= n$, а число подвижных $= n + 2$, считая 2 крайние опоры в щипцовых стенах.

Потому число неизвестных опорных сопротивлений

$$m = 2n + (n + 2) = 3n + 2.$$

Для равновесия всей обрешетины, как целого сооружения, имеются 3 условия равновесия между внешними силами и реакциями, и для определения неизвестных реакций недостает $3n + 2 - 3 = (3n - 1)$ уравнений.

Для статической определимости введены шарниры — неподвижные и подвижные, которыми снабжена как каждая балка со свешивающимися концами, так и подвешенная часть. При n парах ферм число подвижных шарниров $= n$, а число неподвижных $= (n - 1)$.

Как подвижной, так и неподвижный шарнир обуславливает возможность вращения одной части относительно другой, и для равновесия — чтобы такое вращение не имело места — необходимо, чтобы сумма моментов относительно оси шарнира всех сил — внешних и реакций, расположенных слева или справа от шарнира — была равна нулю (0); таким образом получаем дополнительно число условий для равновесия: $n + (n - 1) = 2n - 1$.

Кроме того, подвижной шарнир допускает продольное поступательное перемещение — для равновесия необходимо, чтобы сумма проекций всех сил, активных и пассивных, на направление свободного скольжения была равна нулю (0).

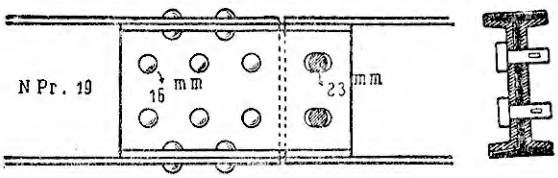
При n подвижных шарнирах получаем дополнительно еще отсюда вытекающих n условий, поэтому все число дополнительных условий для равновесия $= (2n - 1) + n = 3n - 1$, которых недоставало для определения реакций. Конструкция обрешетины статически определима.

Согласно указанного выше относительно опор, следует одни из них сделать подвижными, для чего обрешетины прикрепляют к каждой ферме через одну посредством болта, входящего в овальное отверстие.

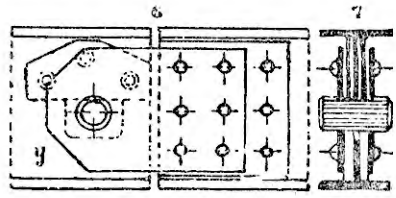
Для уменьшения трения в шарнирах ставят отдельные болты диаметром от 2,5 до 6 *см*.

Конструкция. Для вертикального положения (обрешетин) прогонов устраивают опоры из плоского железа, приклепываемого к поясу фермы, или из двух угольников, которые приклепываются к выпущенному соединительному листу (фиг. 308).

При положении стенки, нормальном к скату, обрешетина прикрепляется непосредственно к поясу фермы. Кроме прикрепления нижней полки, скрепляют также посредством соответствующих приспоблений ее стенку и тем обеспечивают от опрокидывания (фиг. 303, 304, 306).



Фиг. 329.



Фиг. 330.

Обрешетины (прогоны) должны иметь возможность изменять свою длину при изменении температуры. Так как они защищены от прямого действия солнца, то наибольшая разность в изменении температуры принимается $\pm 25^0$; удлинение всей обрешетины при этом $\Delta l = \pm 0{,}000012\, l \,.\, 25 = \pm 0{,}0003\, l$, где l — длина обрешетины в метрах (0,000012 — коэффициент линейного расширения).

Для обыкновенных неразрезных обрешетин устраивают подвижные стыки; возможность изменения длины обусловливается овальными отверстиями (фиг. 329). Обыкновенно ставят 2 болта, располагая их друг над другом; длина овального отверстия делается в $1\frac{1}{2}$ раза больше диаметра болта. Чтобы не препятствовать перемещению, болты не должны быть крепко натянуты.

Прогоны приклепываются к поясам фермы; подвижные стыки располагаются по 2 в тех промежутках между фермами, где нет поперечных связей.

Неподвижный шарнир подвешенной балки (фиг. 321), около которого происходит только вращение, снабжен болтом, проходящим через круглое отверстие соответствующего диаметра; подвижной шарнир имеет для возможности перемещения продолговатое отверстие (фиг. 330).

Пример 22. Рассчитать уравновешенную обрешетину, если угол уклона крыши

$$a = 26^0\,40' \left(\frac{h}{l} = \frac{1}{4}\right),$$

расстояние между прогонами $e = 2{,}5$ *м*, расстояние между фермами $l = 4{,}0$ *м*, вес 1 кв. *м* кровли (двойной слой толя, досчатого настила и верхних обрешетин) составляет 55 *кг* на 1 *кв. м* горизонтальной проекции крыши.

Решение.

Располагаем шарниры в расстоянии $a = 0{,}146\,l$.

Проектируем I № 20, вес 1 пог. *м* = 25 *кг*:

На 1 пог. *м* прогона приходится:

1) от постоянной нагрузки:

$$g = 2{,}5 \,.\, 55 + 25 = 163{,}0 \text{ кг};$$

2) от веса человека на 1 пог. *м* эквивалентной равномерно-распределенной нагрузки:

$$\frac{200}{2{,}5} = 80 \text{ кг};$$

3) от max. давления снега:

$$S = 2{,}5 \cos 26^0 40' \,.\, 100 = 2{,}5 \,.\, 0{,}894 \,.\, 100 = 223 \text{ кг};$$

4) от max. давления ветра:

$W_0 = 108$ *кг* . 2,5 = 270 *кг* (108 *кг* взято из таблицы 2-ой).

Рассмотрим три случая комбинированных нагрузок на обрешетину.

1-й случай. Отдельная нагрузка снегом.

От постоянной нагрузки:

нормальная составляющая $= 162{,}5 \cos\alpha = 162{,}5 \,.\, 0{,}894 = 145$ *кг*;
параллельная скату $= 162{,}5 \sin\alpha = 163{,}0 \,.\, 0{,}449 = 73$ *кг*.

От давления снега:

нормальная составляющая $= 223 \,.\, 0{,}894 = 199$ *кг*;
параллельная скату $= 223 \quad 0{,}449 = 100$ *кг*.

От веса человека:

нормальная составляющая $= 80 \,.\, 0{,}894 = 71$ *кг*;
параллельная скату $= 80 \,.\, 0{,}449 = 36$ *кг*.

Общая нагрузка нормальная $145 + 199 + 71 = 415$ *кг*.

Общая нагрузка, параллельная скату:

$$73 + 100 + 36 = 209 \text{ кг}.$$

2-й случай. Отдельная нагрузка ветром.

Общая нагрузка нормальная скату $= 145 + 270 = 415$ *кг*.

Общая нагрузка параллельная скату $= 73$ *кг*.

3-й случай. Одновременное действие снега и ветра.

Общая нагрузка нормальная скату $= 145 + \frac{3}{4} . 199 + \frac{2}{3} . 270 =$ $= 474$ *кг.*

Общая нагрузка параллельная скату $= 73 + \frac{3}{4} . 100 = 148$ *кг.*

Рассмотрим 1-й и 3-й случаи.

3-й случай.

$$M_1 = \frac{474 . 4^2 . 100}{16} = 47\,400 \text{ кг} \times \text{см.}$$

$$M_2 = \frac{148 . 4^2 . 100}{16} = 14\,800 \text{ кг} \times \text{см.}$$

$$W_x = \frac{M_1 + cM_2}{k} = \frac{47\,400 + 8{,}7 . 14\,800}{1\,000} = \frac{47\,400 + 128\,760}{1\,000} = \text{окр. } 176 \text{ см}^3.$$

По W_x подбираем профиль $\underline{\mathrm{I}}$, № 20 (русский норм. сортамент).

$$W_x = 201{,}4 \text{ см}^3.$$

$$\text{и } W_y = 23{,}24 \text{ см}^3.$$

Напряжение железа:

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 = \frac{M_1}{W_x} + \frac{M_2}{W_y} = \frac{47\,400}{201{,}4} + \frac{14\,800}{23{,}24} = 235 + 636 = 871 \text{ кг/см}^2.$$

1-й случай.

$$M_1 = \frac{415 . 4^2 . 100}{16} = 41\,500 \text{ кг} \times \text{см;}$$

$$M_2 = \frac{209 . 4^2 . 100}{16} = 20\,900 \text{ кг} \times \text{см.}$$

Напряжение железа:

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 = \frac{41\,500}{201{,}4} + \frac{20\,900}{23{,}24} = \text{окр. } 11\,000 \text{ кг/см}^2$$

больше допускаемой величины $k = 1\,000$ *кг/см*², что может быть допущено, так как имеем редкий случай одновременного действия полного давления снега и веса человека в 100 *кг*, сосредоточенного в середине. Если боковое усилие q_y (стр. 250) будет устранено одним из вышеуказанных способов и на прогон таким образом будет действовать нагрузка в плоскости вертикальной стенки, то требуемый момент сопротивления

$$W = \frac{M_1}{K} = \frac{47\,400}{1\,000} = 47{,}4 \text{ см}^3.$$

Принимаем профиль $\underline{\mathrm{I}}$ № 14 с $W_x = 81{,}3$ *см*³., $J_x = 569$ *см*⁴, напряжение σ меньше допускаемой величины.

Поверка на прогиб.

$$f = 0{,}00038\frac{M \cdot l^2}{J}, \text{ где } l \text{ в } м.$$

$$f = 0{,}00038\,\frac{47400 \cdot 16}{569} = 0{,}5\ см; \frac{f}{l} = \frac{0{,}5}{400} = 0{,}00125 \text{ меньше допускаемой}$$

$$\text{величины } \frac{1}{600} = 0{,}00167.$$

Надо еще проверить сечение консольной балки на тот случай, когда при уборке снега 2 смежных с ней пролета с консолями будут от снега очищены, а на пролете l консольной балки снег остался лежать (фиг. 331). В этом случае надо рассчитать консольную балку, как однопролетную, подверженную давлению полного снега и весу человека, сосредоточенному в середине пролета l.

Фиг. 331.

Пример 23. Найти в виде варианта профиль зетового железа — ⊐ — для обрешетины предыдущего примера.

Решение.

Принимаем 3-й случай.

Равнодействующий момент:

$$M_k = \sqrt{M_1^2 + M_2^2} = \sqrt{47\,400^2 + 14\,800^2} = 49\,600\ кг \times см.$$

$$tg\ \gamma = \frac{14\,800}{47\,400} = \text{ок. } 0{,}31$$

$$\gamma = 17^\circ;\ \text{угол } \tau = 90^\circ + 17^\circ = 180^\circ - 73^\circ$$

В момент сопротивления

$$W\tau = \frac{M_k}{k} = \frac{49600}{1\,000} = 49{,}6\ см^3.$$

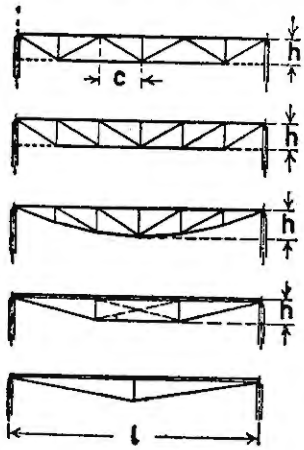
Из таблицы по значению τ и $W\tau$ находим профиль № 12:

$$с\ W\tau = 51{,}8\ см^3.$$

Проверяем напряжение для точки A для комбинированных нагрузок 1-го случая.

Решетчатые обрешетины. Если прокатные профиля для обрешетин оказываются недостаточными, применяют клепанные балки или решетчатые обрешетины, представленные на фиг. 332. Они представляют собой фермы с параллельными поясами, или рыбовидной формы, или балки шпренгельной системы. Высота h (фиг. 332) берется от $\frac{1}{8}$ до $\frac{1}{12}$ пролета l. Если верхние обрешетины лежат в узлах верхнего пояса фермы, то нагрузка

передается в узлы, и решетчатые обрешетины рассчитываются как ферма обычным способом — построением диаграммы Максвелля-Кремоны. В этом случае стержни верхнего пояса рассчитываются по возникающим в них продольным усилиям. Если верхние обрешетины лежат между узлами или нагрузка от кровли передается непосредственно на обрешетину, то стержни ее верхнего пояса получают еще дополнительное напряжение от изгиба. Для определения изгибающих моментов принимают каждый стержень панели фермы свободно лежащим на 2-х опорах, рассчет производится как для простой такой балки. Если длина панели c, то при равномерно-распределенной нагрузке q кровли



Фиг. 332.

$$M = \frac{qc^2}{8}.$$

Так как однако верхний пояс в действительности представляет балку на многих опорах, то для равномерно-распределенной нагрузки принимают следующие величины моментов:

1) наибольший момент для средних пролетов $M_1 = \frac{qc^2}{12}$,

2) » » » боковых » $M_2 = \frac{qc^2}{10}$,

3) » » над узлами » $M_3 = -\frac{qc^2}{18}$.

Собственный вес обрешетины принимается приложенным к узлам верхнего пояса.

Напряжение стержня верхнего волокна:

$$\sigma_b = -\frac{S}{F} - \frac{M}{W_b}.$$

Напряжение нижнего волокна:

$$\sigma_n = -\frac{S}{F} + \frac{M}{W_n}, \text{ где}$$

Фиг. 333.

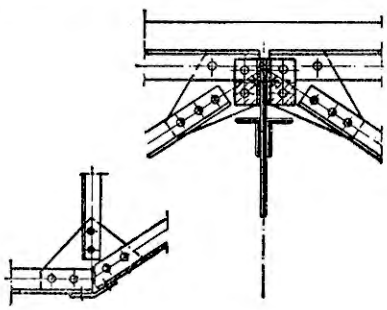
S — усилие стержня,
M — изгибающий момент,
F — площадь,
W_b, W_n — соответствующие моменты сопротивления.

Для сечения, состоящего из 2-х угольников (фиг. 333):

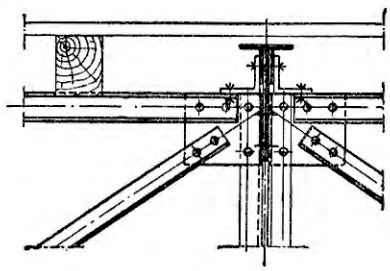
$$W_b = \frac{I}{l_{b_1}}, \quad W_n = \frac{I}{l_n}$$

(см. главу «Подбор сечений»).

Конструкция. На фиг. 334 представлено прикрепление решетчатой обрешетины — ее верхнего пояса — посредством угольников к выходящему фасонному соединительному листу фермы. На фиг. 335 — прикрепление верхнего пояса решетчатой обрешетины, на которой укладываются верхние



Фиг. 334.

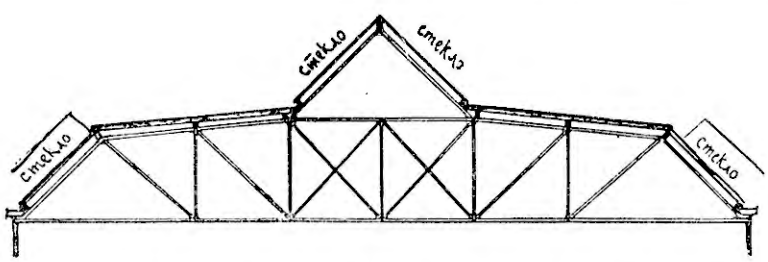


Фиг. 335.

обрешетины; чтобы сделать расстояние между верхним поясом фермы и кровлей возможно меньшим, верхний пояс обрешетины прикреплен посредством соединительных листов к стойкам самой фермы. Если ферма не имеет стоек, то соединение производится посредством угольников, прикрепленных к фасонному (соединительному) листу фермы.

Верхний свет (стеклянное покрытие).

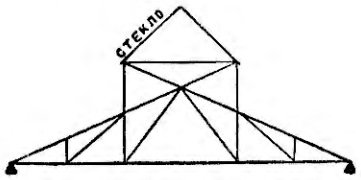
Общие указания. Чтобы широкое помещение достаточно хорошо и равномерно освещалось в средней своей части, необходимо устроить



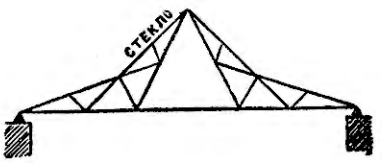
Фиг. 336.

верхнее стеклянное покрытие. Для его устройства, в зависимости от надобности освещения, покрывают более или менее значительную часть крыши стеклом — фиг. 336, 337, 338, 339, 340, 136. Значение дневного света для

жизни и здоровья человека велико, потому и освещение помещений имеет громадное значение, в особенности школьных и фабричных. Продуктивность рабочего, охрана его труда и здоровья в значительной мере зависят от освещения [1]), поэтому, кроме окон, дающих неравномерное и недостаточное освещение, устраивают верхний свет, применяя особые устройства кровли — сплошные световые фонари.

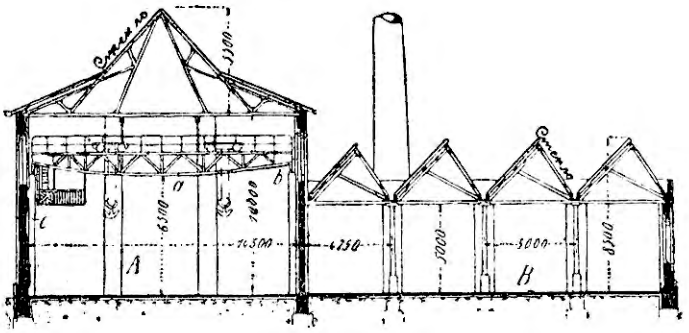


Фиг. 337.



Фиг. 338.

В других странах и по преимуществу в Америке к вопросам освещения относятся с большим вниманием и живым интересом, в особенности к освещению фабрично-заводских зданий.



Фиг. 339.

Рядом наблюдений и исследований установлено, что увеличение освещения рабочих помещений имеет последствием:

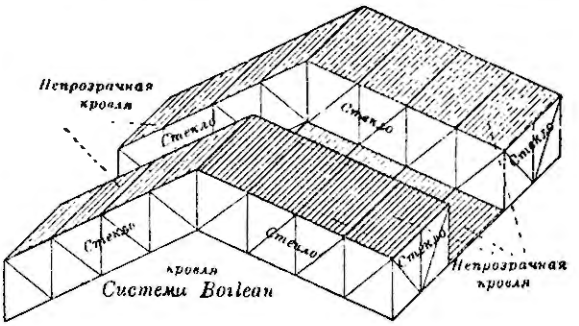
1) сокращение числа несчастных случаев,
2) поднятие производительности,
3) улучшение качества изделий,
4) уменьшение брака.

Стеклянное перекрытие должно иметь значительный уклон. Чем положе покрытие, тем медленнее стекает с него дождевая вода и тем

---

[1]) Плохое, недостаточное освещение портит зрение и вызывает глазные заболевания. По обследованию рабочих в 1922 г. в С.-А. С. Штатах лишь около $^1/_4$ числа рабочих имели нормальное зрение. По данным американской статистики 18% числа несчастных случаев приходится на долю плохого, неправильного освещения.

труднее сделать его водонепроницаемым. Является также затруднительным отвод конденсационной воды, осаждающейся на нижней поверхности стекол из водяных паров внутри здания: при пологих скатах такая вода прямо капает вниз. Кроме того, на пологих перекрытиях держится много снега, который затемняет помещение и лишает устройство своего назначения. При устройстве надо обратить внимание на уклон, чтобы выпавший снег не задерживался на покрытии, в виду чего делают уклон 1 : 1 или бо́льший. Стекла должны иметь достаточно широкую опору, не должны скользить по кровле и опрокидываться ветром. Стекла укладываются на горбылях (фиг. 348) и соединение должно быть водонепроницаемым; это соединение, кроме того, в виду разности коэффициентов расширения железа и стекла, должно допускать расширение горбылей; в противном случае может произойти поломка стекол. Для отвода конденсационной воды должны быть устроены приспособления.



Фиг. 340.

Стеклянное покрытие устраивается:

1) параллельно коньку,
2) перпендикулярно коньку,
3) частью параллельно коньку и частью перпендикулярно коньку,
4) в виде зубчатых (шедовых) крыш.

На фиг. 339 в помещении *A* стеклянное покрытие устроено в виде непрерывного фонаря, расположенного по длине здания в середине или в середине и боковых частях (фиг. 336); такие устройства применяются для фабрик, заводов, пассажей. На фиг. 340 представлены стеклянные перекрытия, расположенные между фермами на некоторой части крыши в направлении, перпендикулярном к коньку.

Устройство фонаря, при котором свет проникает через вертикальные верхние окна, не представляется рациональным; при таком устройстве в помещение проникает мало света.

На фиг. 339 (помещение *B*) и фиг. 132 показаны крыши шедовые с неравными скатами; крутой скат имеет обыкновенно угол наклона в 60° — 70° (делают его и в 90°) и покрывается стеклом, другой скат — другим непрозрачным кровельным материалом. Угол между скатами делают бо́льшей частью в 90°. Вследствие большой остекленной поверхности при ряде таких крыш получается хорошее освещение. Для получения рассеянного света и защиты от прямого действия солнечных лучей устанав-

ливают фермы с кругыми скатами на север, а если это невозможно, то на северо-восток или северо-запад; такие перекрытия применяются часто для фабрично-заводских зданий.

1. Освещенность.

Степень освещения зависит от требований, предъявляемых к данному помещению. Для измерения освещения или степени освещенности принята единица ее — люкс, т. е. та степень освещения, которая сообщается поверхности, расположенной перпендикулярно к световым лучам на расстоянии 1 метра от источника света, силой в 1 свечу Геффнера; кроме свечи Геффнера имеются и другие единицы силы света: принимается также немецкая нормальная парафиновая свеча.

1 люкс = 0,94 парафиновой свечи. Гигиенически допустимая для глаза освещенность 10 люксов. Самый яркий лунный свет дает от 0,1 до 0,26 люкса, а рассеянный дневной свет — 50 — 70 люксов,

Освещенность поверхности в E люксов определяется формулой:

$$E = \frac{I}{r^2} \sin \alpha,$$

где I — число свечей источника света,

r — расстояние поверхности от источника света,

α — угол наклона поверхности к направлению луча.

Эта формула выражает, что освещенность 2-х поверхностей обратно пропорциональна квадратам их расстояний от источника света.

Для мастерских машиностроительных заводов — в зависимости от производимых работ — степень освещения колеблется между 20 и 60 люксами; для грубых работ принимается низшее значение, для тонких работ — 50 — 60 люксов; машинные отделения — 25 — 35 люксов; ткацкие — в зависимости от цвета и рода вырабатываемой ткани — 25 — 45 люксов; рабочие помещения, где производится несложная работа — в 20 люксов [1]).

Задают также для определения освещенности при дневном свете отношение площади верхнего света к площади пола.

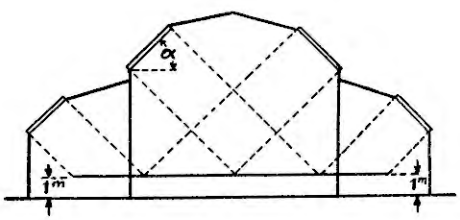
Так, например, для машиностроительных заводов это отношение принимают от $\frac{1}{3}$ до $\frac{4}{10}$; меньше $\frac{1}{4}$ не берут.

Положение фонаря определяют по положению площади, подлежащей освещению, если принять направление лучей, проникающих в помещение, под углом в 45° и рабочую освещаемую поверхность на высоте 1,0 метра от пола мастерской. На фиг. 341 представлен поперечный разрез здания и на высоте 1,0 *м* от пола жирными линиями указаны рабочие площади, подлежащие освещению верхним светом; пунктирными линиями предста-

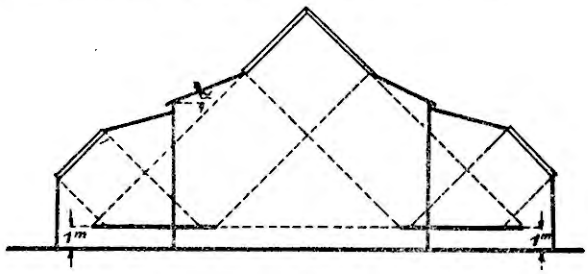
[1]) См. нормы освещенности.

влено направление крайних лучей, определяющих положение фонаря. На фигуре свет распределен почти равномерно по рабочим площадям.

На фиг. 342 представлено для того же здания неправильное положение фонарей, пропускающих то же количество света, что в вышеприведенном случае. Как видно из фиг. 341, некоторая часть рабочей площади освещена вдвое более, как в первом случае, освещение — излишне избыточное, тогда как в средней части значительная часть площади совсем не освещена [1]).



Фиг. 341.



Фиг. 342.

2. Стекла.

Для верхнего освещения применяют: обыкновенное *дутое* стекло, *литое* стекло и *проволочное* стекло.

1) *Дутое* стекло приготовляется дутьем рабочих и получается в виде полых цилиндров, которые затем разрезаются и распрямляются. Толщина листов колеблется от 3-х до 5-ти миллиметров. Размеры листов таковы, что сумма длины и ширины в *см* — при меньшей толщине — не превосходит 200 *см*, а при большей — в $4^1/_2$ — 5 *мм* — не превосходит 164 *см*, т. е. если длина таковых листов 100 *см*, то ширина 64 *см*, если длина 90 *см*, то ширина 74 *см*. Временное сопротивление = 375 *кг/см*²; допускаемое напряжение на изгиб = 125 *кг/см*².

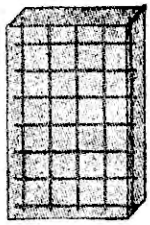
2) *Литое* стекло получается отливкой расплавленной добела стеклянной массы на полированные нагретые металлические плиты; при охлаждении происходит коробление и появляются волосяные трещины; тоньше 6 *мм* не рекомендуется применять; обычно употребляют стекла толщиной от 6 *мм* до 12 *мм*, листы бывают до 2 *м* длины и 1 *м* ширины. Для рассчета толщины стекла принимают среднее значение $R = 260$ *кг/см*²; при коэффициенте безопасности 3 допускаемое напряжение на изгиб = = 85 *кг/см*².

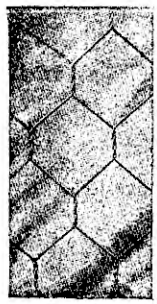
3) *Проволочное* стекло (фиг. 343) отливается, в стеклянную массу вкладывается проволочная сетка толщиной в 1 *мм*, при чем клетки сетки бывают различной величины. Толщина проволочного стекла бывает от 6 до 60 *мм*, для покрытий применяют от 6 до 10 *мм*, чаще — 7 *мм*; реже 8 — 10 *мм*. Наибольшая площадь листов — 1,75 *кв. м*, наи-

[1]) Fabrikbauten. R. Lots.

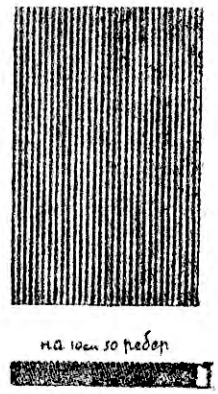
большая ширина — 1,25 *м*, наибольшая длина — 3,5 *м*. Проволочное стекло гораздо лучше сопротивляется действию огня, нежели обыкновенное, так как при жаре оно не ломается и не рассыпается в куски. Оно лучше сопротивляется ударам и обладает большой прочностью. Временное сопротивление $R = 500$ *кг/см*²; допускаемое напряжение на изгиб $= 170$ *кг/см*². Проволочное стекло применяется преимущественно для фабрик и заводов.

4) *Рифленое* стекло применяется с целью получения рассеянного света; толщина стекла 4 — 6 *мм*; допускаемое напряжение на изгиб $= 100$ *кг/см*². На фиг. 344 представлено простое рифленое стекло. Для той же цели служат и матовые стекла.





Фиг. 343.



Фиг. 344.

3. Рассчет толщины стекла.

При рассчете принимают для пологих скатов нагрузку от собственного веса стекла, от давления снега и ветра; для уклонов 1 : 1 и больше принимают только нагрузку от максимального давления ветра, так как снег на таких уклонах не задерживается.

g — вес 1 *кв. м* стекла при толщине 1 *мм* принимают 2,6 *кг*.

Если толщина стекла d *мм*, расстояние между горбылями b *см* и угол уклона α^0, то для полосы стекла шириной в 1,0 *м* нагрузка p на *1 пог. см* пролета b составляет:

$$p = \frac{180 \sin(\alpha + 10) + 2{,}6\, d \cos\alpha}{100} \text{ в кг.}$$

Рассматривая полосу, как балку на 2-х опорах, получаем наибольший изгибающий момент:

$$M = \frac{pb^2}{8},$$

Требуемый момент сопротивления:

$$W = \frac{pb^2}{8 \cdot k},$$

где k — допускаемое напряжение на изгиб.

Момент сопротивления:

$$W = \frac{100 . 0{,}01\, d^2}{6} = \frac{pb^2}{8 . k},$$

отсюда толщина d стекла

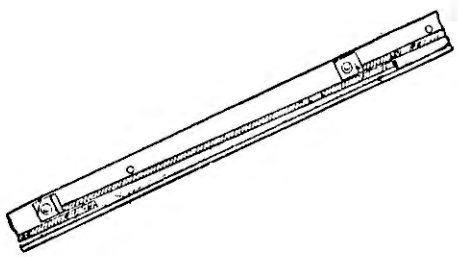
$$\text{в } мм = 0{,}86\, b \sqrt{\frac{p}{k}};$$

k — для дутого стекла = 125 *кг/см*²; для литого — $\frac{R}{3}$ *кг/см*²; для проволочного — 170 *кг/см*² или, при выбранной толщине стекла d *мм*, проверяется напряжение

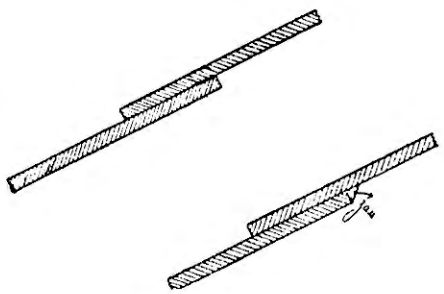
$$k = 0{,}75\, p \frac{b^2}{d^2}.$$

4. Укладка стекол и швы.

При укладке стекол различают *продольные* и *поперечные* швы. Продольные швы приходятся на горбылях, поперечные — параллельно прогонам — образуются перекрытием нижнего стекла верхним.



Фиг. 345.



Фиг. 346.

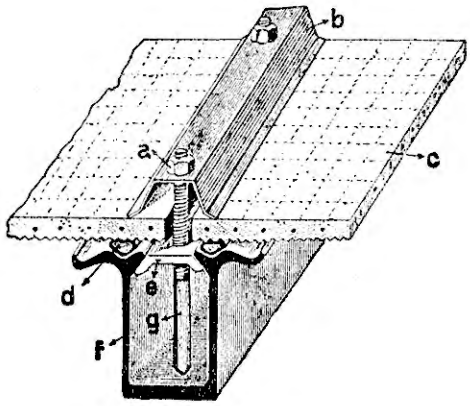
На обрешетины кладутся горбыли, на горбыли — стекла по своей ширине. Ширина опорной полосы для стекол — не меньше 5 — 6 *мм*, чтобы обеспечить правильную передачу давления и предупредить раздавливание мягкой замазки. Для водонепроницаемости продольного шва заделывают замазкой промежуток между стеклом и стенкой горбыля (фиг. 349); для водонепроницаемости поперечного шва делают перекрытие стекол в 12 — 15 *см* (фиг. 345, 346), замазывают также шов тонким слоем замазки (фиг. 346).

Применяется остекление и без замазки, которая под влиянием атмосферы трескается, выкрашивается и тем самым нарушается плотность перекрытия и водонепроницаемость; для этой цели применяют горбыли

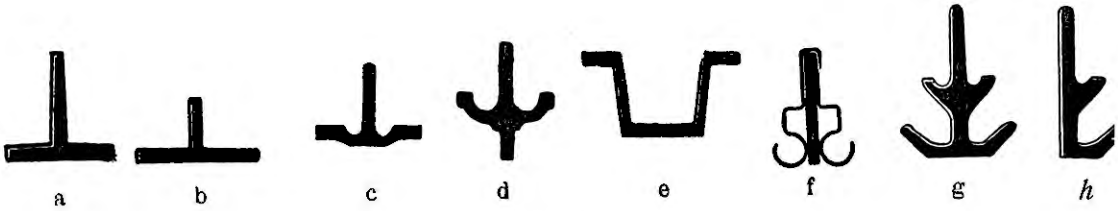
особого сечения (фиг. 347); под стекло кладется обычно прокладка *d* из войлока, джутовой ткани; стекла удерживаются кожухами *b* из оцинкованного железа, соединенными с горбылем посредством винтов *g*.

5. Горбыли.

На фиг. 348 представлены сечения, применяемые для горбылей; большей частью применяют высокое тавровое Т — железо; в редких случаях — сечение, составленное из 2-х уголков. Горбыли должны иметь достаточную опору для стекол; соединение их со стеклами должно быть водонепроницаемым и вместе с тем должно допускать расширение горбылей при перемене температуры независимо от стекол. Чтобы придать стеклам равномерную опору, на горбылях прокладывают слой замазки, толщиной 2 — 5 *мм*, или слой войлока, обернутого свинцовой фольгой. На фиг. 348*f*, представлено сечение горбыля из полосового железа, снабженного кожухом из листового цинка, который поддерживает стекла и одновременно имеет желобки для стока воды. На фиг. 348*d* представлен крестообразный горбыль, имеющий профальцованные желобки, отводящие воду, просачивающуюся вследствие неплотности продольного шва.



Фиг. 347.



Фиг. 348.

Лучшими типами крестообразного сечения являются горбыли, указанные на фиг. 348*g*, *h*, изготовляемые в Германии. Желобки должны быть достаточно глубоки, чтобы не заносились пылью и могли отвести воду. На фиг. 347 показан горбыль, имеющий пред другими то преимущество, что не требует приспособлений для отвода воды — для этой цели служат желобки; кроме того, для плотности шва не приходится применять замазки, о чем упомянуто выше. Имеются различные конструкции таких горбылей.

Тавровый горбыль (фиг. 349) для отвода конденсационной воды снабжают кожухом из листового цинка с желобками внизу. Использование материала для желобчатого сечения в смысле прочности выгоднее, чем таврового, у которого центр тяжести лежит близко к полке. Желобчатые горбыли легче тавровых и крестообразных.

В виду указанных преимуществ желобчатые горбыли получили за границей большое распространение.

Фиг. 349.

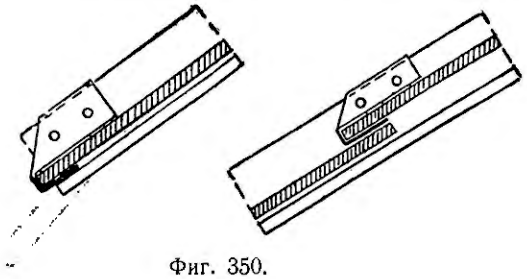
Для тавровых горбылей применяются профиля №№ $3^1/_2 \times 3^1/_2$ до 9×9; ниже $3^1/_2$ не берутся для удобства прикрепления к ним стекол.

Прикрепление стекол.

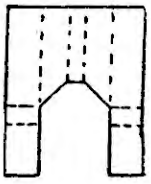
При тавровом сечении прикрепление стекол производится посредством замазки, обыкновенно почти до верха вертикальной полки горбыля (фиг. 349).

При переменном действии дождя и солнца замазка трескается и отстает; в предупреждение этого следует поверхность замазки покрывать масляной краской.

Для предохранения стекол от срывания ветром их скрепляют железными штифтами, продетыми чрез продольные отверстия (фиг. 349); штифты берутся диаметром от 3—5 *мм*, длиною около 50 *мм*; при стеклах



Фиг. 350.



Фиг. 351.

длиною менее 1 метра достаточно 2 штифта на стекло в расстоянии 15 *см* от края; при длине до 1,5 *м* достаточно 3-х штифтов — 2 по краям и 1 посередине; при большей длине на каждые 0,5 *м* прибавляется штифт. Между стеклом и штифтом оставляют зазор от 2—3 *мм*; фальц заполняют треугольным слоем замазки (фиг. 349).

Для предупреждения соскальзывания стекла служат обыкновенно куски углового железа малого сечения (30×30 или 40×40), приклепываемого к вертикальной стенке горбыля (фиг. 345).

Целесообразными являются крючки, медные или железные оцинкованные, которые прикрепляются к вертикальной стенке горбыля (фиг. 350). Крючки вырезываются из листа, как показано на фиг. 351, и сгибаются по пунктирным линиям.

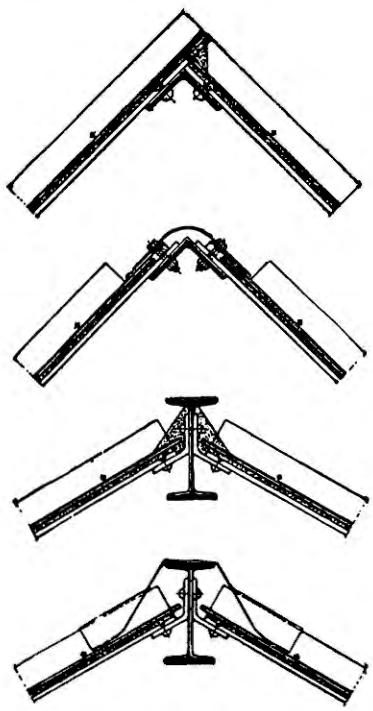
При значительном расстоянии между горбылями для лучшего соединения стекол и предупреждения хлябания при ветре прокладывают крючки из свинцового или железного оцинкованного листа толщиной в 1 *мм*.

Прикрепление стекол в желобчатых горбылях производится посредством винтов или пружин, представляющих из себя оцинкованные стальные полосы толщиной 1 — 3 *мм*, шириной около 40 *мм*.

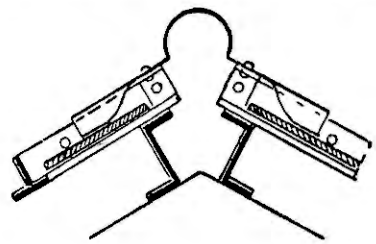
Каждое стекло должно быть захвачено пружинами по крайней мере в четырех точках.

Конструктивные детали.

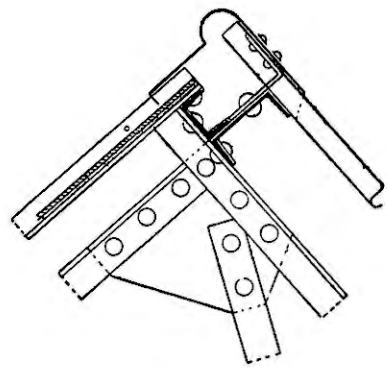
При устройстве конька надо обратить внимание на прочное соединение горбылей с обрешетинами и на водонепроницаемость гребня кровли. Непроницаемость достигается обычно железным оцинкованным листом,



Фиг. 352.



Фиг. 353.

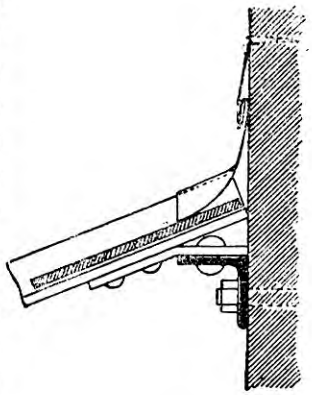


Фиг. 354.

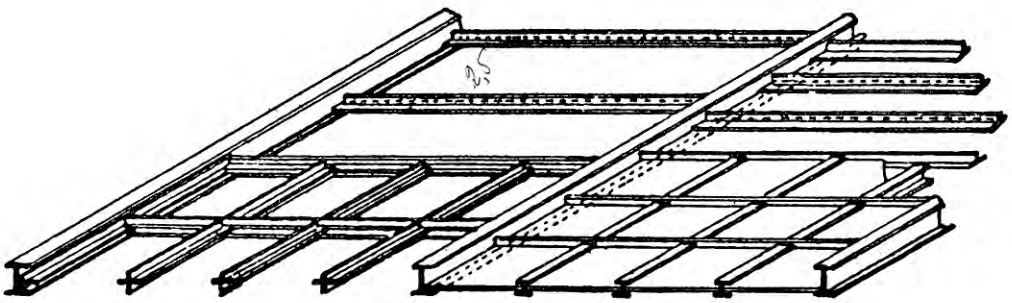
приклепанным к обрешетине или горбылям. На фиг. 352 представлены детали коньков при одиночной обрешетине.

На фиг. 353 представлено устройство конька при 2-х обрешетинах. На фиг. 354 показано устройство конька шедовой фермы, а на фиг. 355 — соединение стеклянного перекрытия со стеной; обрешетиной служит угольник, прикрепленный к стене.

На фиг. 356 представлена конструкция стеклянного потолка, прикрепленного к нижнему поясу ферм и перекрывающего помещение, где имеется наружный верхний свет, в зависимости от устройства — во всю ширину помещения или на соответствующей части. Для придания более красивого вида при внутренней отделке помещения или в целях отепления устраивают между нижними поясами ферм потолок — в зависимости от надобности — или из дерева, или железобетона, или применяя конструкцию Рабитца; часть потолка, где имеется наружный верхний свет, перекрывается стеклом.



Фиг. 355.



Фиг. 356.

Рассчет горбыля.

Горбыль подвергается действию нормального давления ветра и весу стекла.

Если расстояние между горбылями в *см*, l — пролет горбыля в *м* и g — вес 1 *пог. м* его, то на *1 пог. метр* приходится:

1) от веса стекла — 0,01 $b.2{,}6\ d$, где d — толщина стекла в *мм*.

2) от нормального давления ветра

$$0{,}01\ b.180\ \sin\ (\alpha + 10^0) = 1{,}8\ b\ \sin\ (\alpha + 10^0).$$

Вертикальную силу — вес стекла и собственный вес горбыля — разлагаем на 2 составляющих:

1) нормальную скату $= (0{,}026\ bd + g)\ \cos\alpha$

и 2) параллельную скату $= (0{,}026\ bd + g)\ \sin\alpha$.

Последней составляющей в виду ее незначительного влияния пренебрегают.

Считая горбыль, как балку на 2-х опорах, получаем наибольший изгибающий момент

$$M = \frac{[1{,}8\, b \sin(\alpha + 10^0) + (0{,}026\, bd + g) \cos\alpha]\, l^2 . 100}{8}.$$

Принимая допускаемое напряжение

$$k = 1\,000 \ \text{кг/см}^2,$$

получают требуемый момент сопротивления:

$$W_{тр} = \frac{M}{k} = 0{,}001 \ M.$$

ЧЕРТЕЖИ

КОНСТРУКЦИИ НЕКОТОРЫХ ФОРМ
и
УСТРОЙСТВО ПЕРЕКРЫТИЙ

ОПИСАНИЕ.

На листах №№ 1, 2, 3, 4 представлены фермы с деталями конструкции, которые в виду изложенного в книге не требуют пояснений; для перекрытий и ферм, представленных на следующих листах, даны краткие описания, — более подробно можно ознакомиться по указанным источникам.

Листы №№ 5—9. На этих листах представлено перекрытие Актового Зала Киевского Политехнического Института, спроектированное инжен. А. Толчиным [1]). Помещение перекрыто десятью фермами (лист № 5, фиг. 1, 2), из которых восемь попарно расположены на простенках между оконными отверстиями. Расстояние между фермами равно 3,2 *м* и 1,115 *м;* расстояние крайних ферм от поперечных стен—2 *м.* От перекрытия помещения шестью фермами, расположенными на равных расстояниях, пришлось отказаться, так как фермы ложатся на оконные перемычки; при таком расположении вес ферм получается меньше, чем при принятом расположении, но вес железо-бетонного потолка и обрешетин получается больше вследствие бóльшего расстояния между фермами. Рассчетный пролет (фиг. 1) фермы — 19,2 *м;* пролет в свету — 18,6 *м.* Система фермы представлена на фиг. 2. К нижнему поясу фермы (лист 5) подвешен железо-бетонный потолок цилиндрической формы со стрелой под'ема в 1 *м.* Для уменьшения веса конструкции треугольная решетка фермы дополнена стойками и подвесками. Нижний пояс в 2-х крайних панелях (лист 6) состоит из 2-х уголков, в остальных 6-ти панелях из 2-х швеллеров, которые служат потолочными балками; для крайних панелей потолочными балками служат 2 швеллера панелей № 10, которые одним концом прикрепляются шарнирно к IX узлу фермы (лист 6, лист 7, фиг. 13), а другим концом подвижно опираются на чугунную подушку в стене. Верхний пояс состоит из 2-х уголков, на-крест расположенных (лист 6, фиг. 5, лист 8, фиг. 9), к фасонным соединительным листам прикреплены швеллерные прогоны. В плоскости верхнего пояса, как показано на фиг. 6 листа 6 расположены ветровые связи, а на фиг. 7 — поперечные связи в плоскостях стоек IV—VII. На листе 9 показаны детали опор: подвижной на катках и неподвижной, на других листах представлены другие детали конструкции.

Листы №№ 10—12. На листе 10 представлена ферма для котельных мастерских завода Humboldt (Cöln-Kalk) [2]).

---

[1]) См. „Известия Киевского Политехнического Института", 1915 г.
[2]) Журнал „Der Eisenbau", 1911, № 1.

При сооружении этих мастерских была поставлена цель обойтись без дорого стоящего рельсового транспорта материалов и изделий,— в виду чего мастерская оборудована 2-мя мостовыми кранами, подкрановые балки для которых расположены на колоннах вдоль стен и на подвешенной металлической конструкции к главным фермам (лист 10; лист 11, фиг. 6).

Такое устройство вызвано стремлением не стеснять транспорта колоннами, хотя пролет фермы в 40 *м* является очень значительным.

Главные фермы расположены в расстоянии 15 *м* друг от друга и имеют опоры: одну неподвижную (лист 12, фиг. 4) и другую—подвижную на 4-х катках (фиг. 5). Между главными фермами в расстоянии 5 *м* друг от друга расположены промежуточные фермы (лист 11, фиг. 8; лист 11, фиг. 9) пролетом в 20 *м*, которые имеют неподвижную опору на каменных устоях у стен, а другую подвижную в месте *a* (лист 11, фиг. 6 и 8), на поперечных решетчатых балках крановых путей между главными фермами.

В виду значительного пролета (40 *м*) главной фермы, в середине которой подвешены рельсовые пути и в виду значительной нагрузки от кранов, главные фермы сделаны двойными в расстоянии 600 *мм* друг от друга (лист 12, фиг. 4).

На листах 10—12 представлены детали конструкции главной фермы и промежуточной.

Листы №№ 13—15. На листе 13 представлены поперечный и продольный разрез перекрытия вагоностроительного завода в Бреславле [1]). Фермы перекрывают площадь, имеющую в длину 187 *м* и в ширину 72 *м*. Пролет (лист 13) перекрыт фермами на 6 колоннах в расстоянии 14,4 *м* друг от друга. Две боковые фермы *gcdh* (лист 13, фиг. 1) имеют опоры: неподвижную — на железной колонне, заделанной в стене (лист 14, фиг. 2) и подвижную—на жестко укрепленной колонне внутри помещения (лист 14, фиг. 3, лист 15); две фермы *fabe* (лист 13, лист 14, фиг. 3, лист 15) со свешивающимся концом имеют опоры: неподвижную—на стойке *h* (лист 13) и подвижную — на колонне (лист 15, узел 20); средняя часть перекрыта трехшарнирным фонарем (лист 13). Вся система является статически определимой.

Фермы расположены в расстоянии 11 *м* друг от друга (лист 13); прогоны—решетчатые, уравновешенные. Поперечные связи в виде решетчатых балок расположены над колоннами в плоскостях *h* и *i* (лист 13) и в вертикальных плоскостях над узлом 23 (лист 14, фиг. 3); на нижнем поясе последних балок (над узлом 23) расположены пятовые шарниры фонаря в расстоянии 2,75 *м* друг от друга. Ветровые связи расположены в плоскости верхнего пояса. Давление ветра на фонарь при указанном устройстве передается фермами на колонны, заделанные в фундаменте и стенах.

Лист 16. На этом листе представлен навес вокзала Alexanderplatz городской и окружной жел. дороги в Берлине с некоторыми деталями конструкции.

Навес имеет пролет 37,1 *м* и перекрывает на длине 164,1 *м* две платформы и 4 пути. Все перекрытие состоит из 19 двойных трехшарнирных арочных ферм; расстояние между осями одиночных ферм равно 1,5 *м* (фиг. 1 и 10).

---

[1]) Журнал „Der Eisenbau“ 1911, № 8.

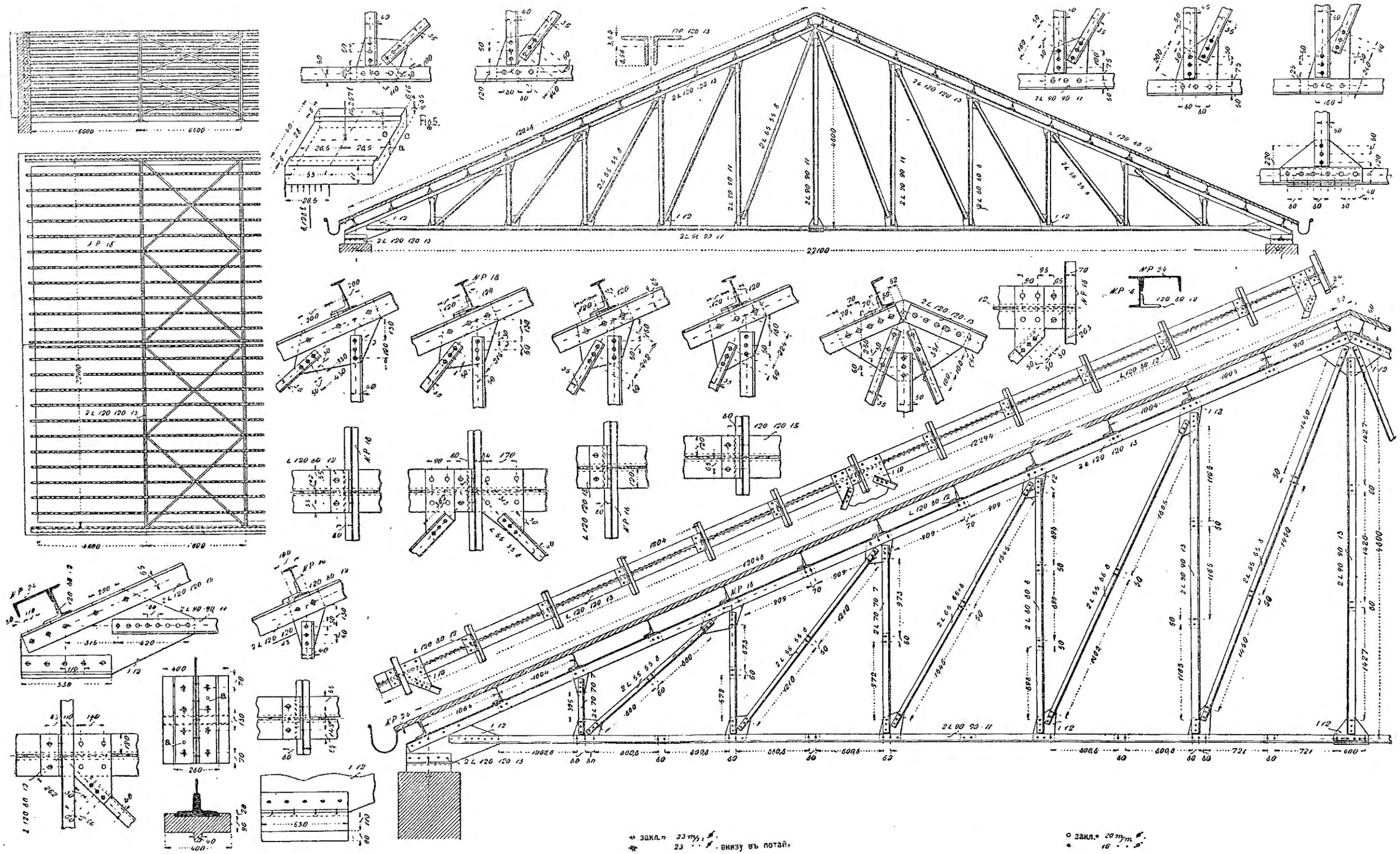
Средних ферм — 17, крайних — 2; расстояние между осями средних двойных ферм — 8,8 *м* (фиг. 1).

Очертание верхнего пояса фермы сделано по коробовой кривой, описанной из 2-х центров, а очертание нижнего пояса — по стрельчатой кривой, сходящейся в ключе. Решетка фермы состоит из стоек и двойных раскосов из полосового железа. Между каждыми двойными фермами в верхней части расположены 5 фонарей (фиг. 1), в нижней части на высоте 6,3 *м* устроены фахверковые стены с большими полуциркулярными окнами (фиг. 1).

В средней части навес перекрыт оцинкованным волнистым железом.

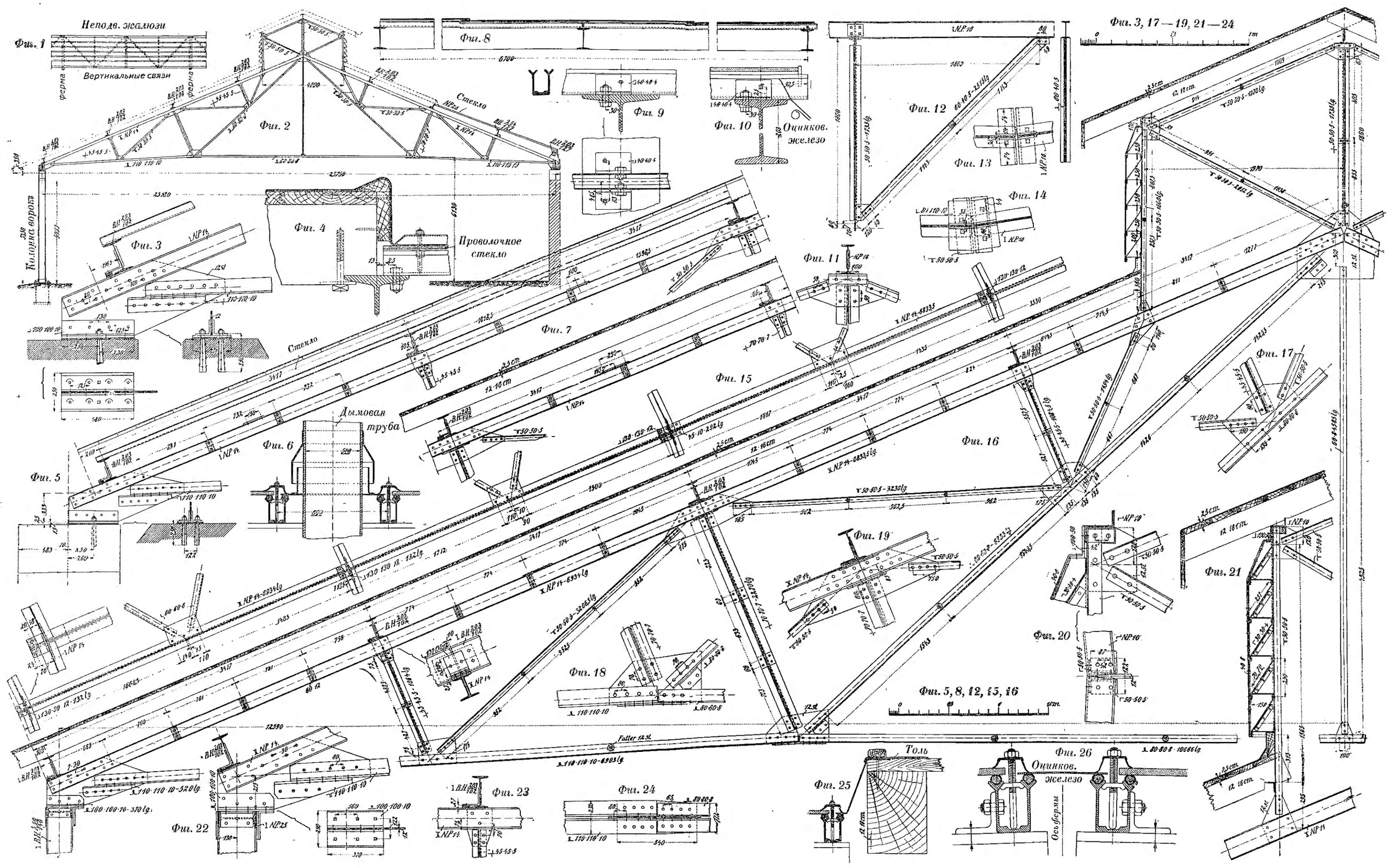
На фигурах листа указаны некоторые детали конструкции.

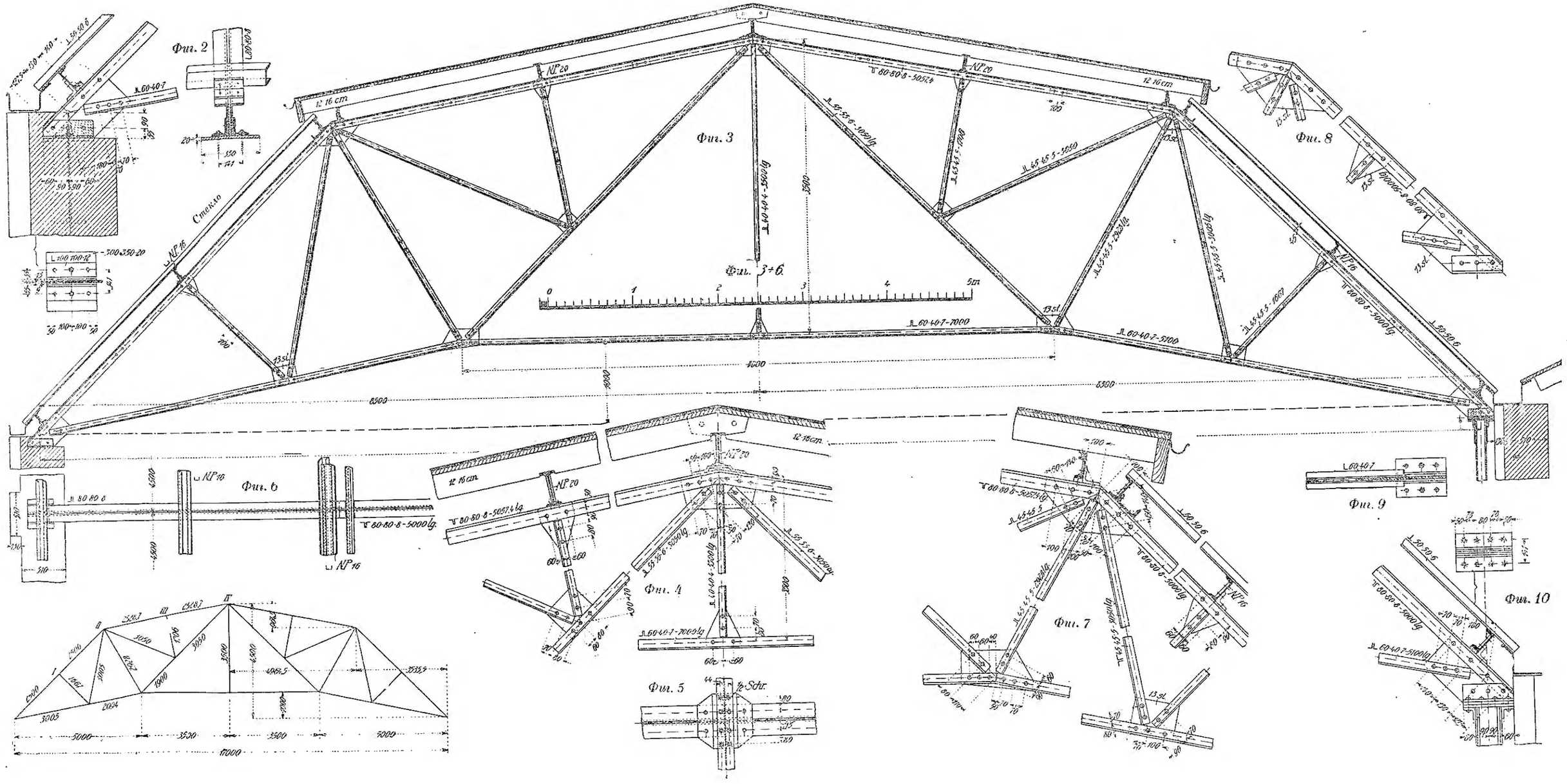
Лист № 1



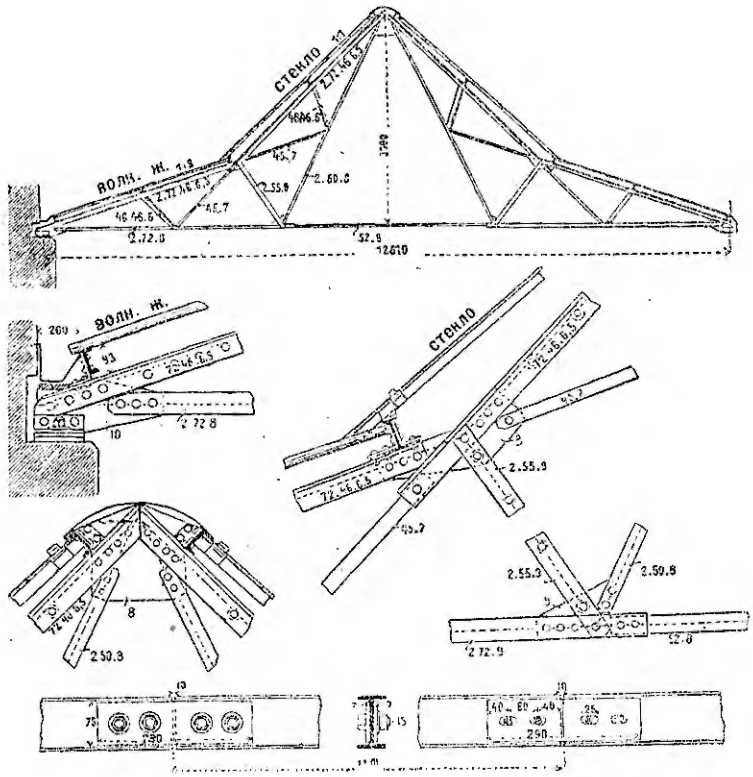
⊕ закл. 23 m/m ⌀.
23 " " внизу въ потай,

○ закл. 20 m/m ⌀.
16 " " ⌀.

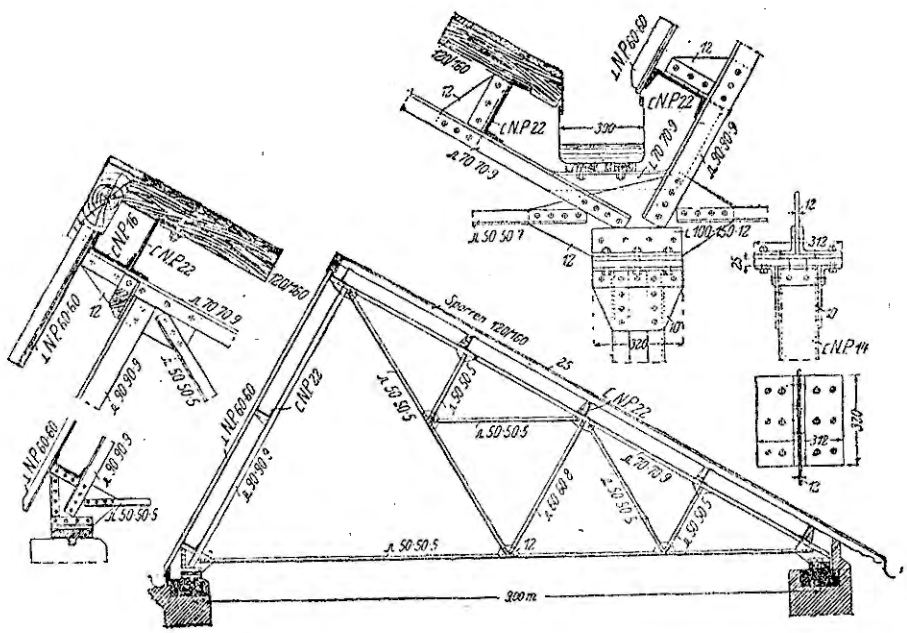

Фиг. 1
Неподв. жалюзи
Вертикальные связи
ферма
ферма
Фиг. 2
Стекло
Фиг. 3
Колонна ворота
Фиг. 4
Проволочное стекло
Фиг. 5
Фиг. 6
Дымовая труба
Фиг. 7
Стекло
Фиг. 8
Фиг. 9
Фиг. 10
Оцинков. железо
Фиг. 11
Фиг. 12
Фиг. 13
Фиг. 14
Фиг. 15
Фиг. 16
Фиг. 17
Фиг. 18
Фиг. 19
Фиг. 20
Фиг. 21
Фиг. 22
Фиг. 23
Фиг. 24
Фиг. 25
Толь
Фиг. 26
Оцинков. железо
Ось фермы
Фиг. 3, 17—19, 21—24
Фиг. 5, 8, 12, 15, 16


Фиг. 2
Фиг. 3
Фиг. 3+6
Фиг. 4
Фиг. 5
Фиг. 6
Фиг. 7
Фиг. 8
Фиг. 9
Фиг. 10
Стекло
12 16 cm
NP 20
NP 16
13 sl.
8500
4000
3500
5000
17000
½ Schr.

Лист № 4

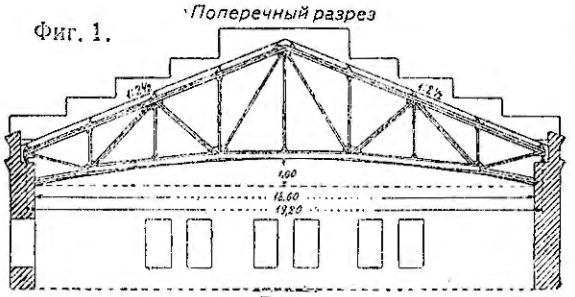


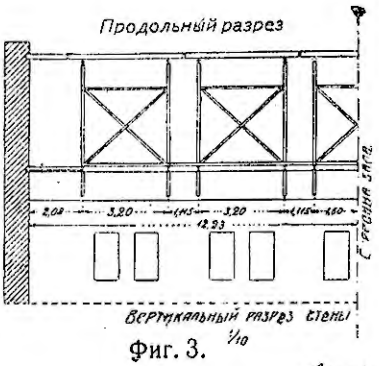
стекло
волн. ж.
стекло



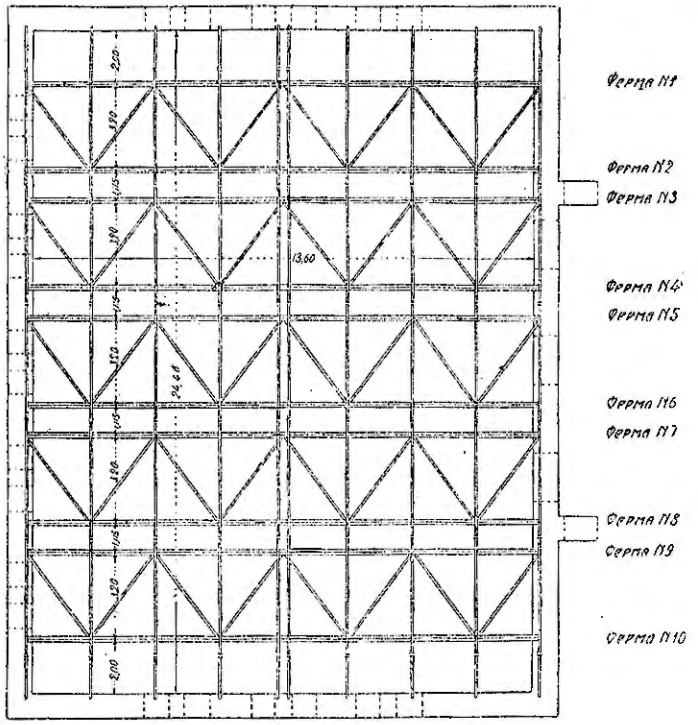
120/160
cNP22
cNP16
cNP14
Sparren 120/160
300 m

Фиг. 1.

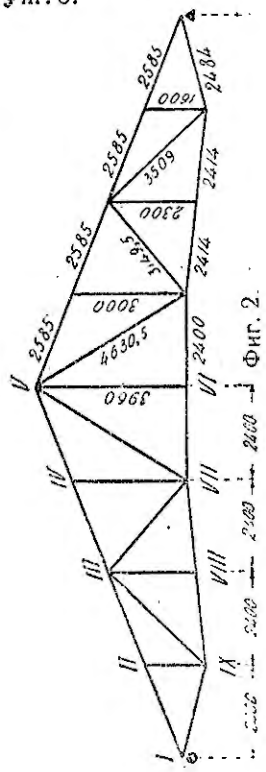




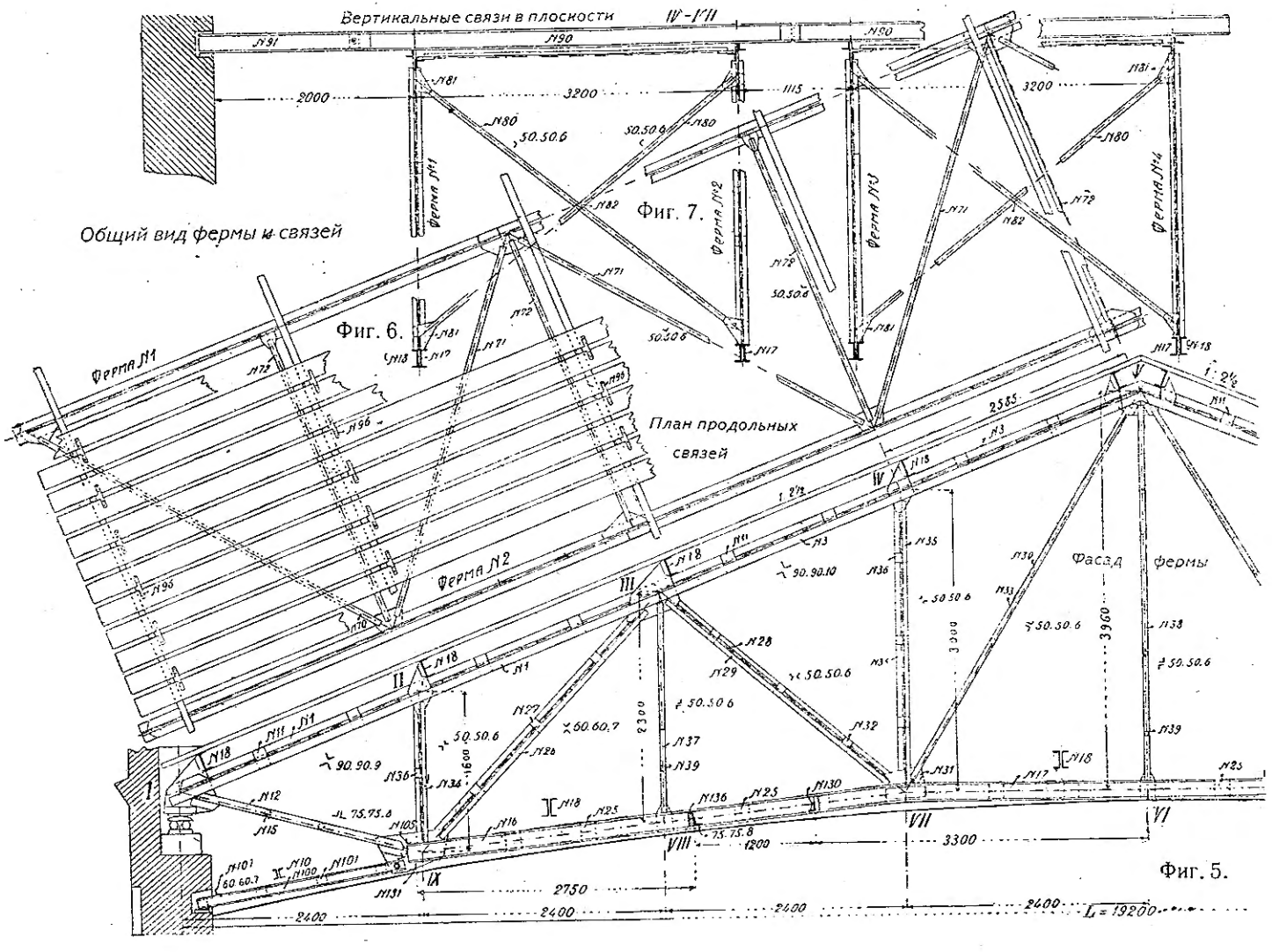
Фиг. 3.



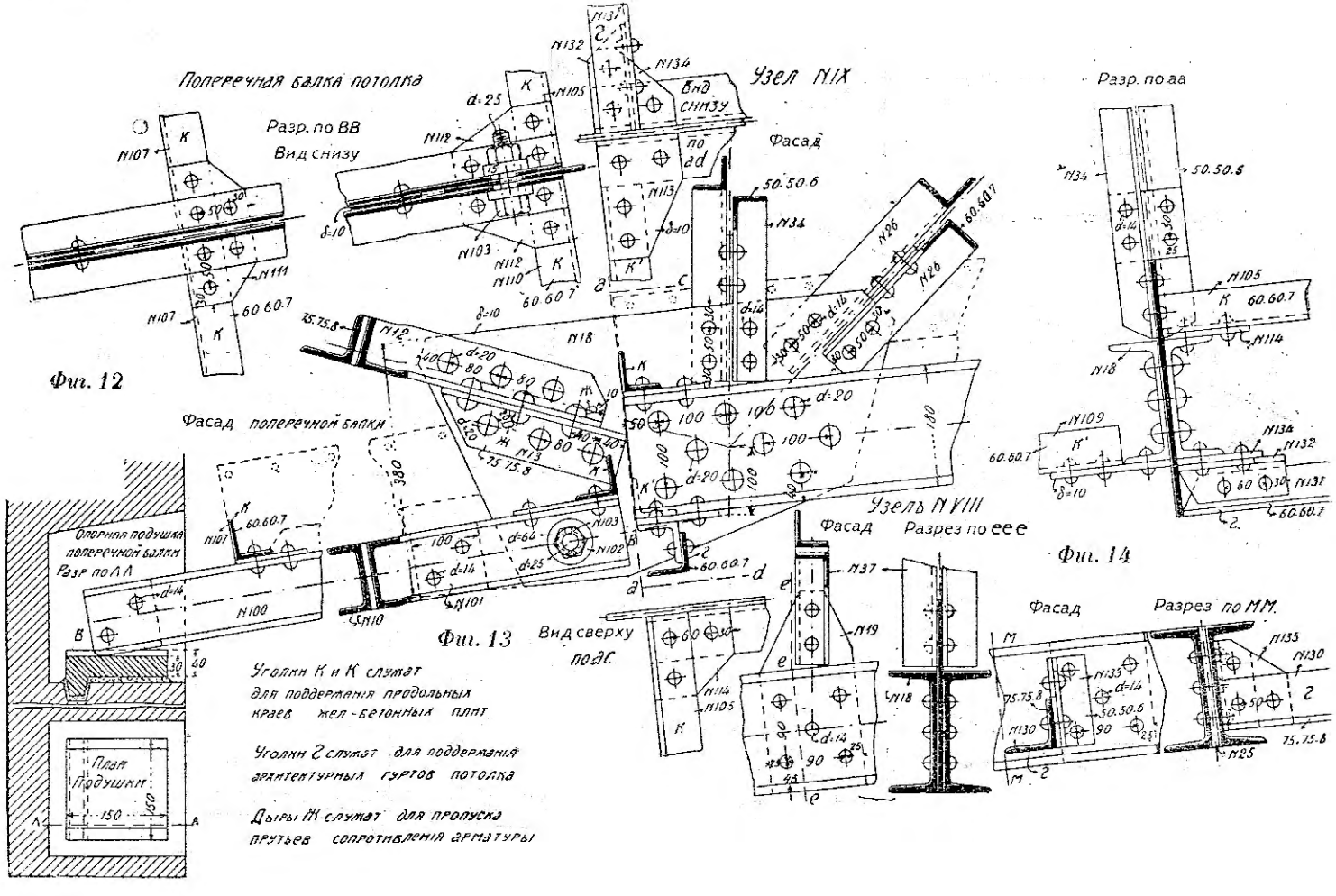
Фиг. 4.



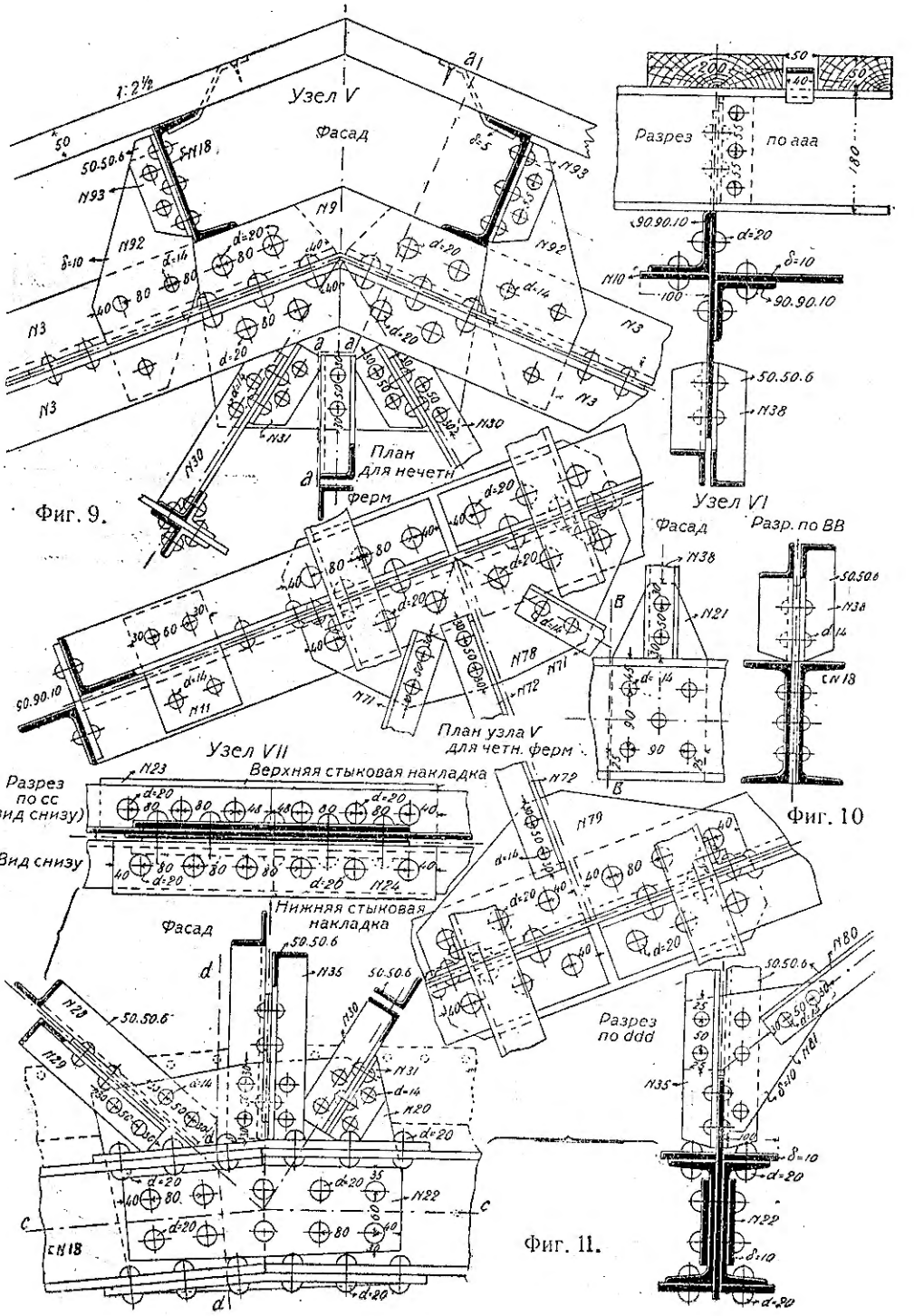
Фиг. 2.


Вертикальные связи в плоскости IV-VII
Общий вид фермы и связей
Фиг. 7.
Фиг. 6.
План продольных связей
Фасад фермы
Фиг. 5.
Ферма №1
Ферма №2
Ферма №3
Ферма №4
L = 19200

Лист № 7


Поперечная балка потолка
Разр. по ВВ
Вид снизу
Фиг. 12
Узел N IX
Вид снизу
Фасад
Разр. по аа
Фасад поперечной балки
Опорная подушка поперечной балки
Разр по ЛЛ
Фиг. 13
Вид сверху по ДС
Узель N VIII
Фасад
Разрез по ееe
Фиг. 14
Фасад
Разрез по ММ.
План подушки
Уголки К и К служат для поддержания продольных краев жел-бетонных плит
Уголки Г служат для поддержания архитектурных гуртов потолка
Дыры Ж служат для пропуска прутьев сопротивления арматуры

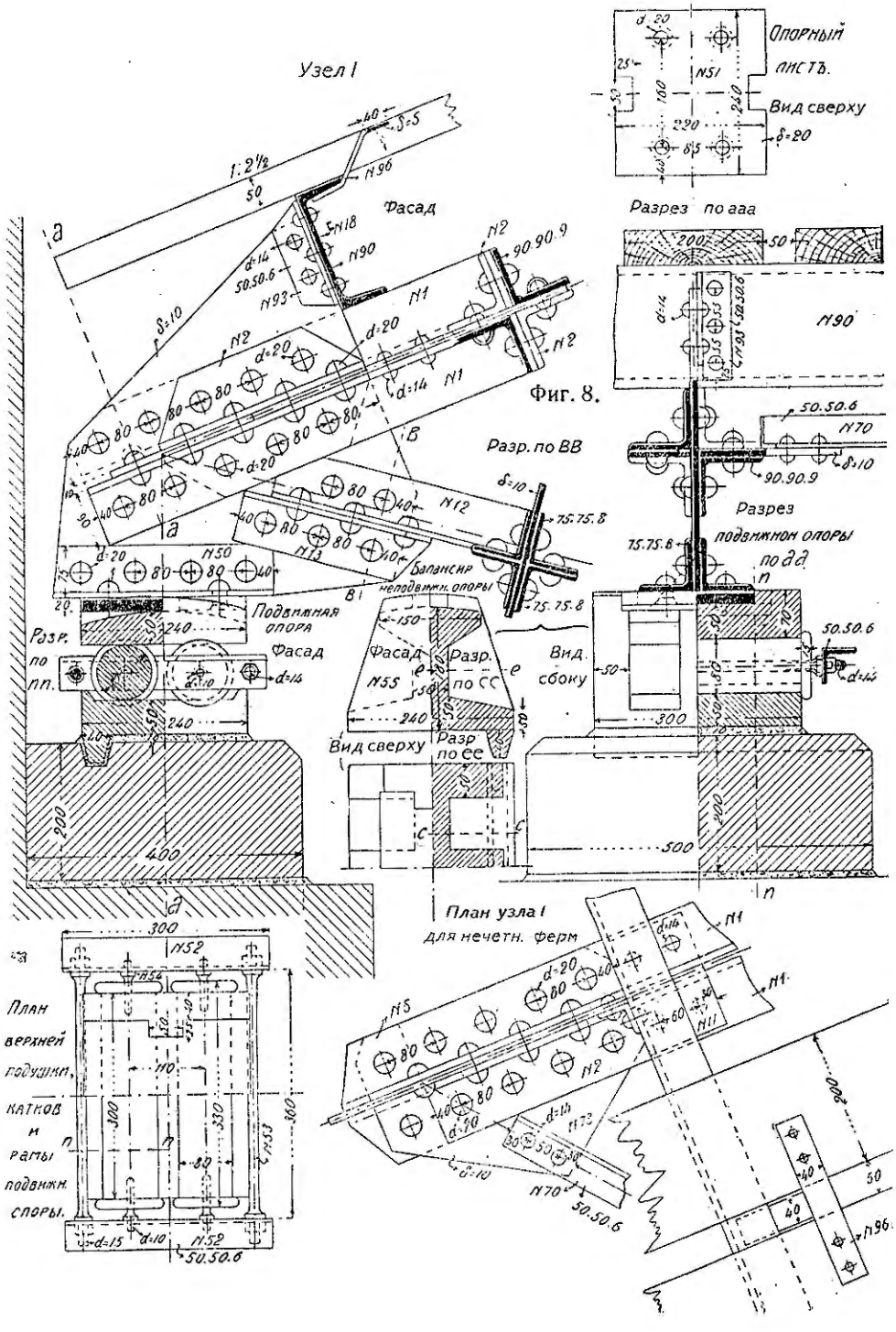
Лист № 8



Фиг. 9.

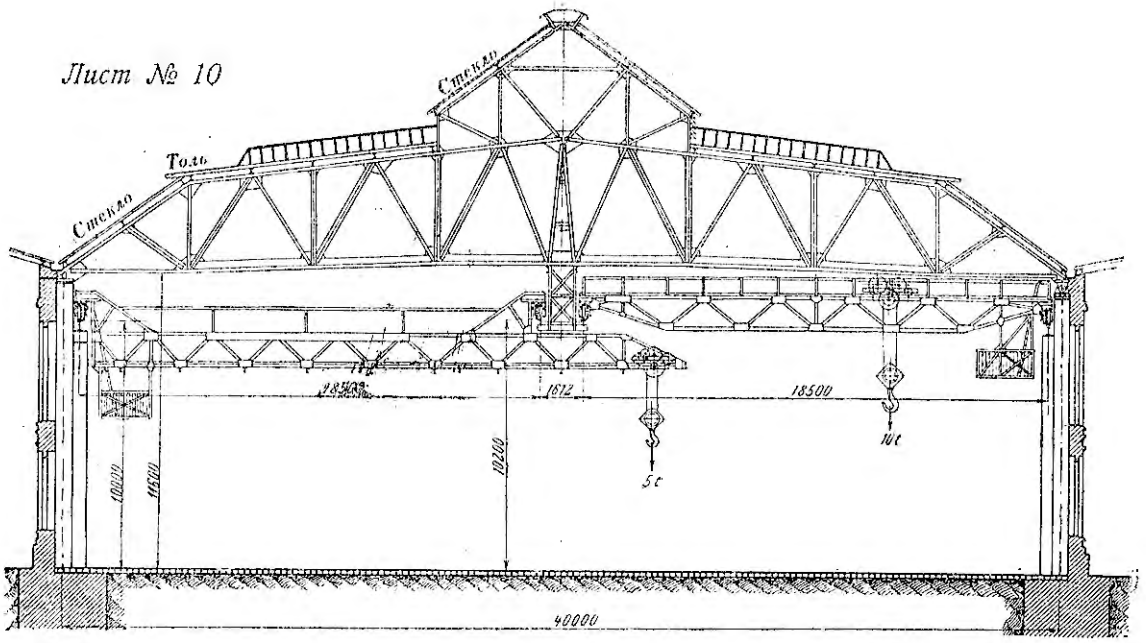
Фиг. 10

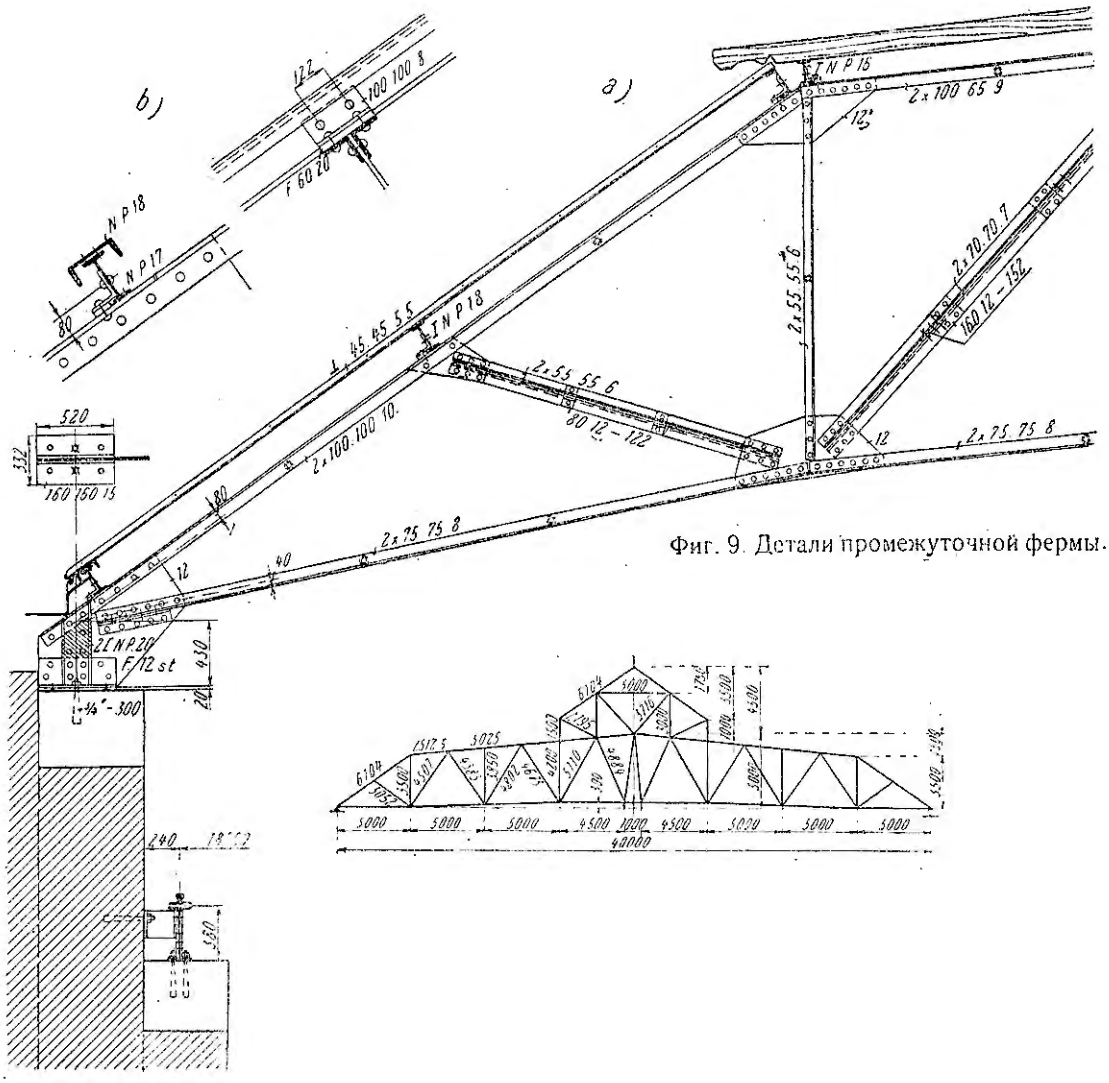
Фиг. 11.


Узел I
Фасад
Разрез по ааа
Опорный лист Ъ.
Вид сверху
Разр. по ВВ
Разрез подвижной опоры по дд
Балансир неподвижн. опоры
Подвижная опора
Разр. по пп.
Фасад
Вид сбоку
Вид сверху
Разр. по СС
План узла I для нечетн. ферм
План верхней подушки, катков и рамы подвижн. опоры.

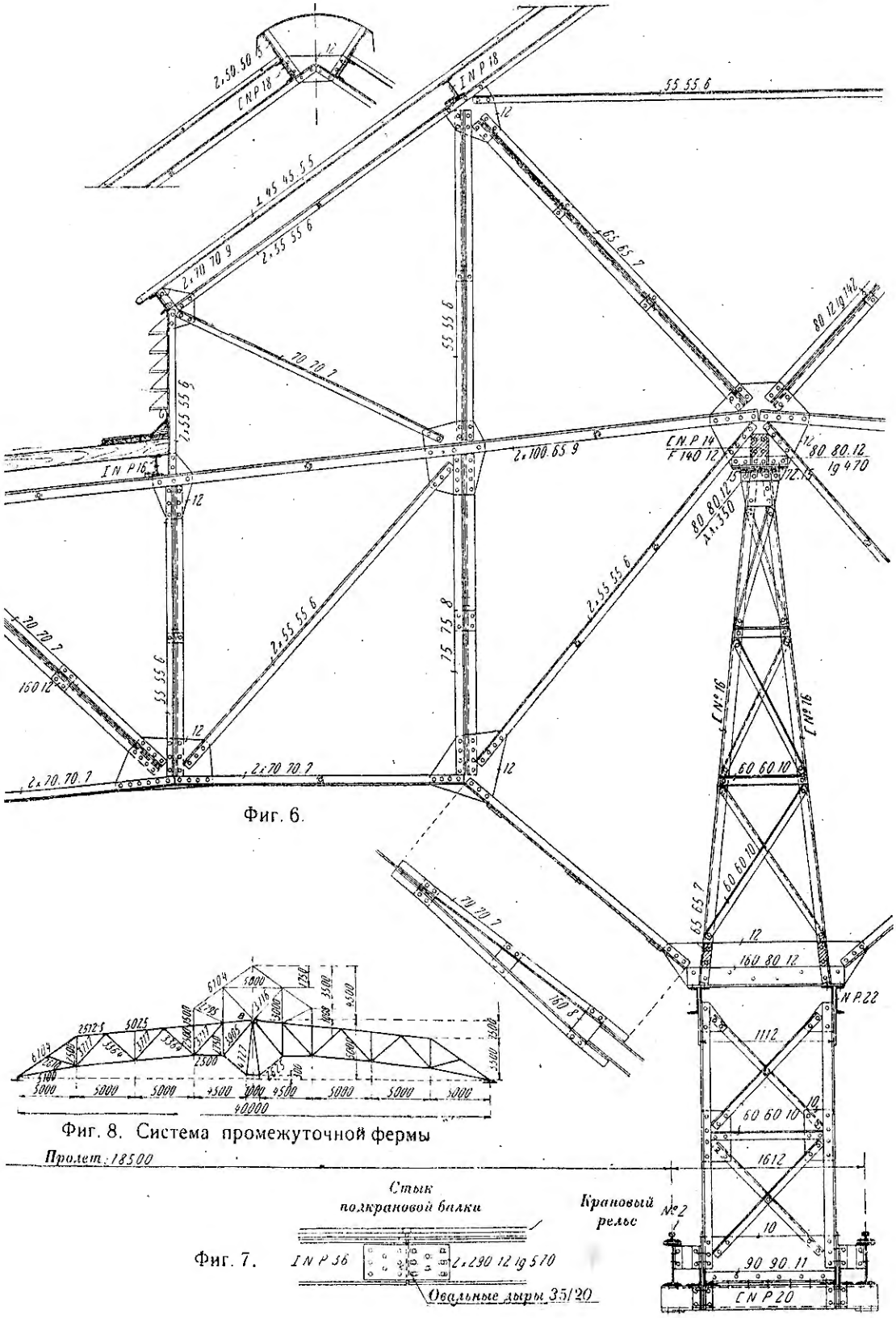
Фиг. 8.

Лист № 10

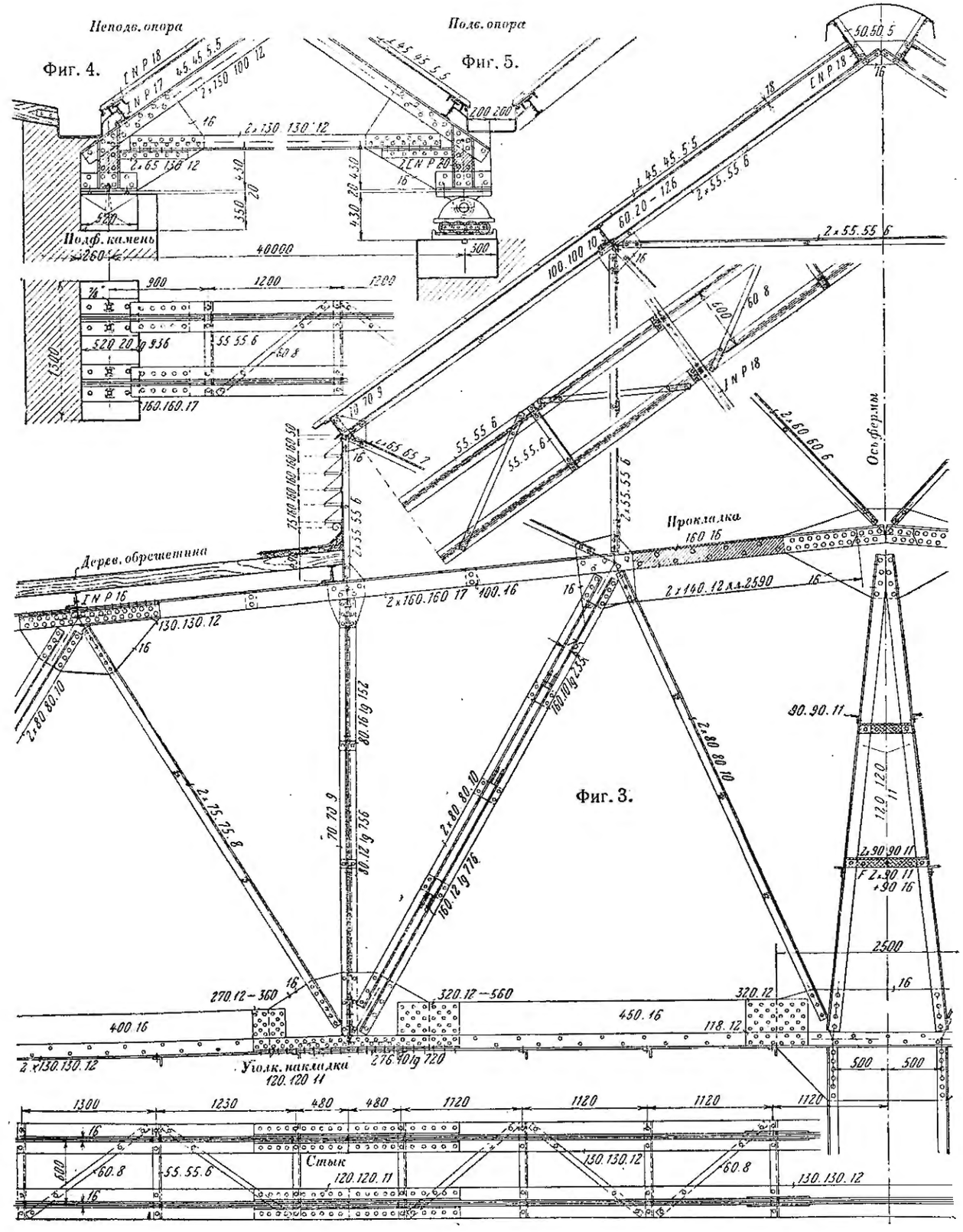




Фиг. 9. Детали промежуточной фермы.

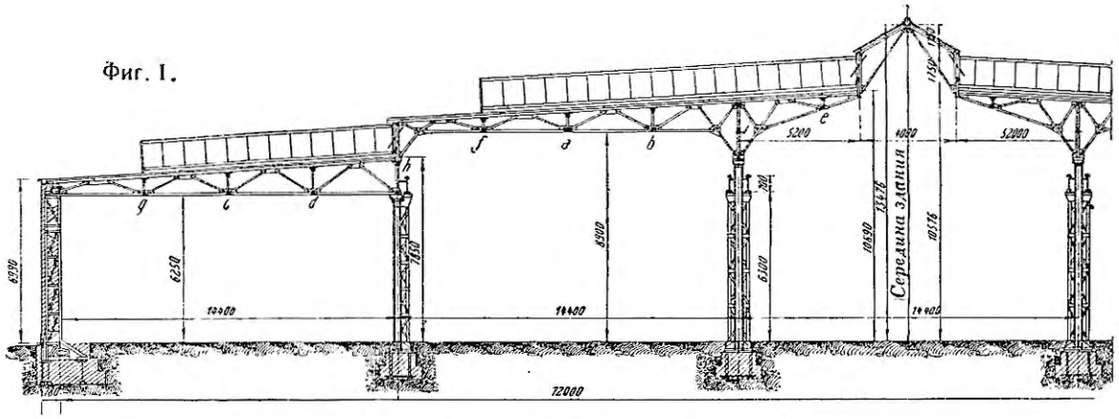

Пролет: 18500
Стык подкрановой балки
Крановый рельс
№2
Овальные дыры 35/20
Фиг. 6.
Фиг. 7.
Фиг. 8. Система промежуточной фермы

Лист № 12

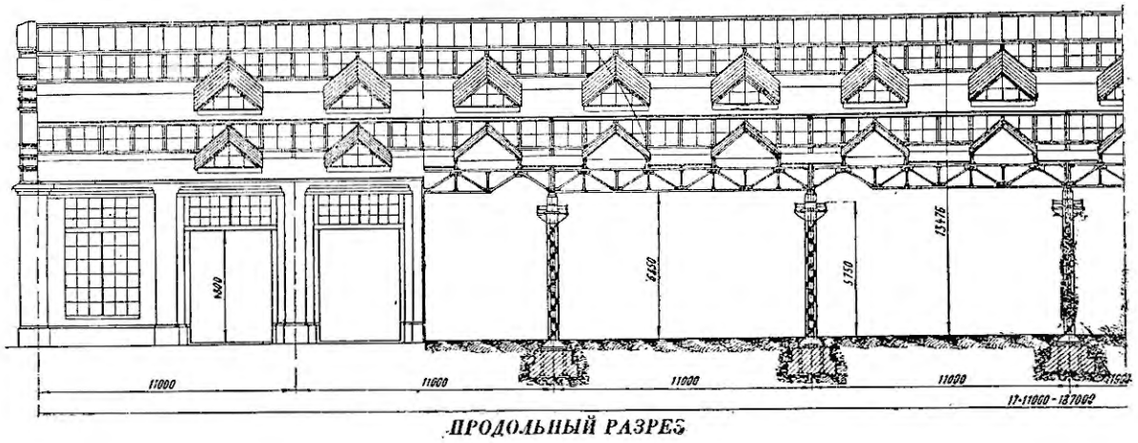


Лист № 13

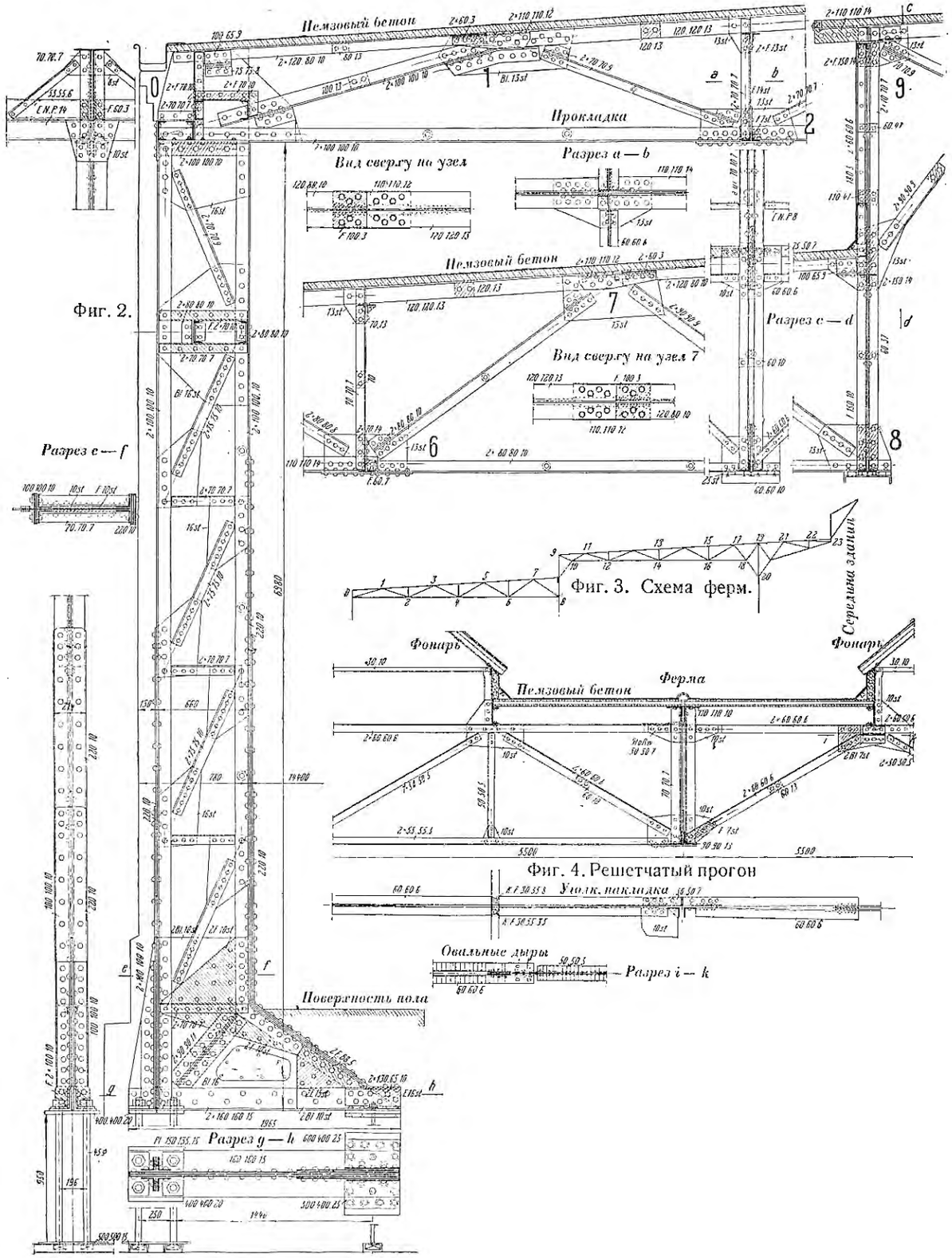
Фиг. 1.



ПОПЕРЕЧНЫЙ РАЗРЕЗ



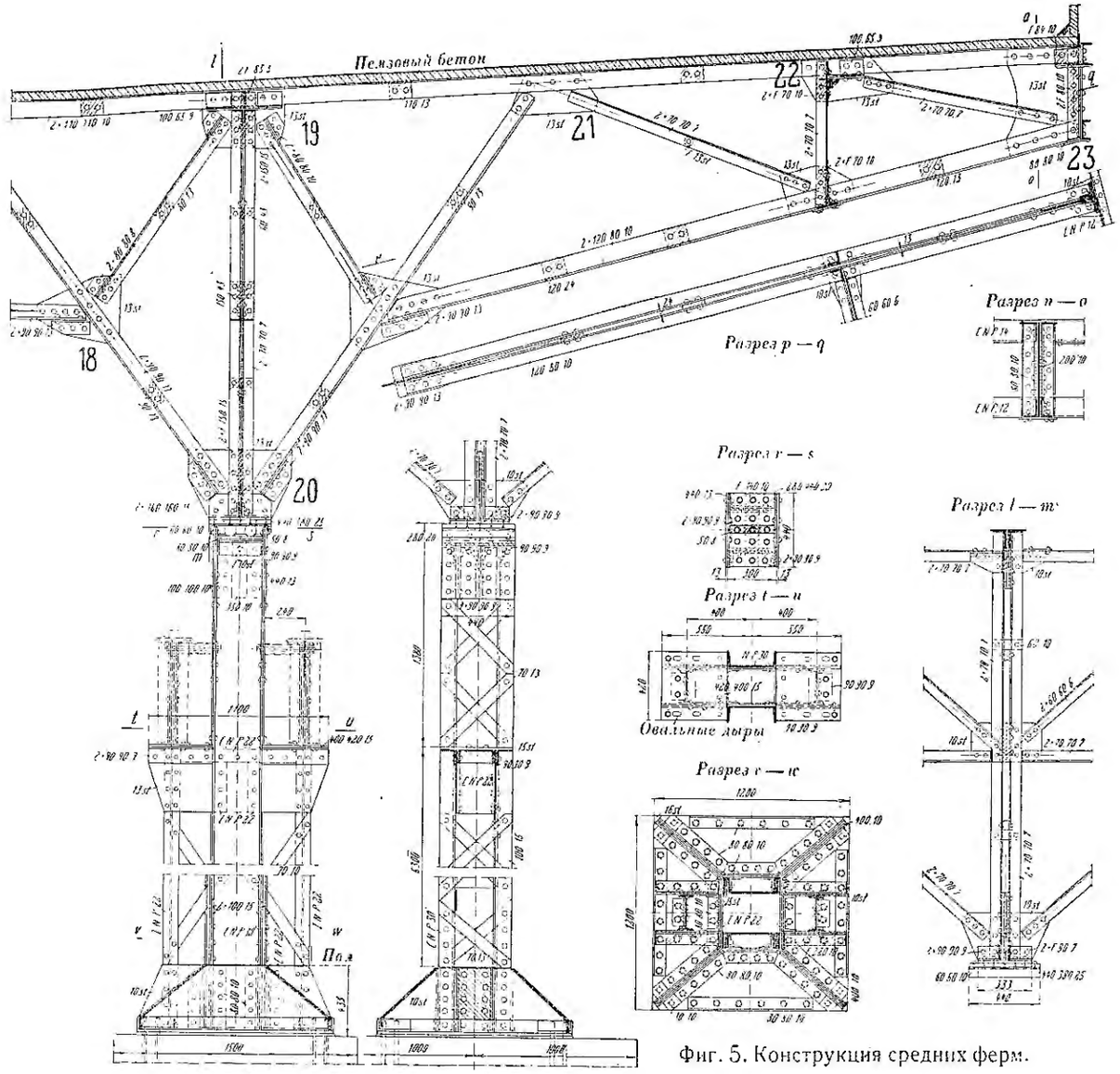
ПРОДОЛЬНЫЙ РАЗРЕЗ



Фиг. 2.

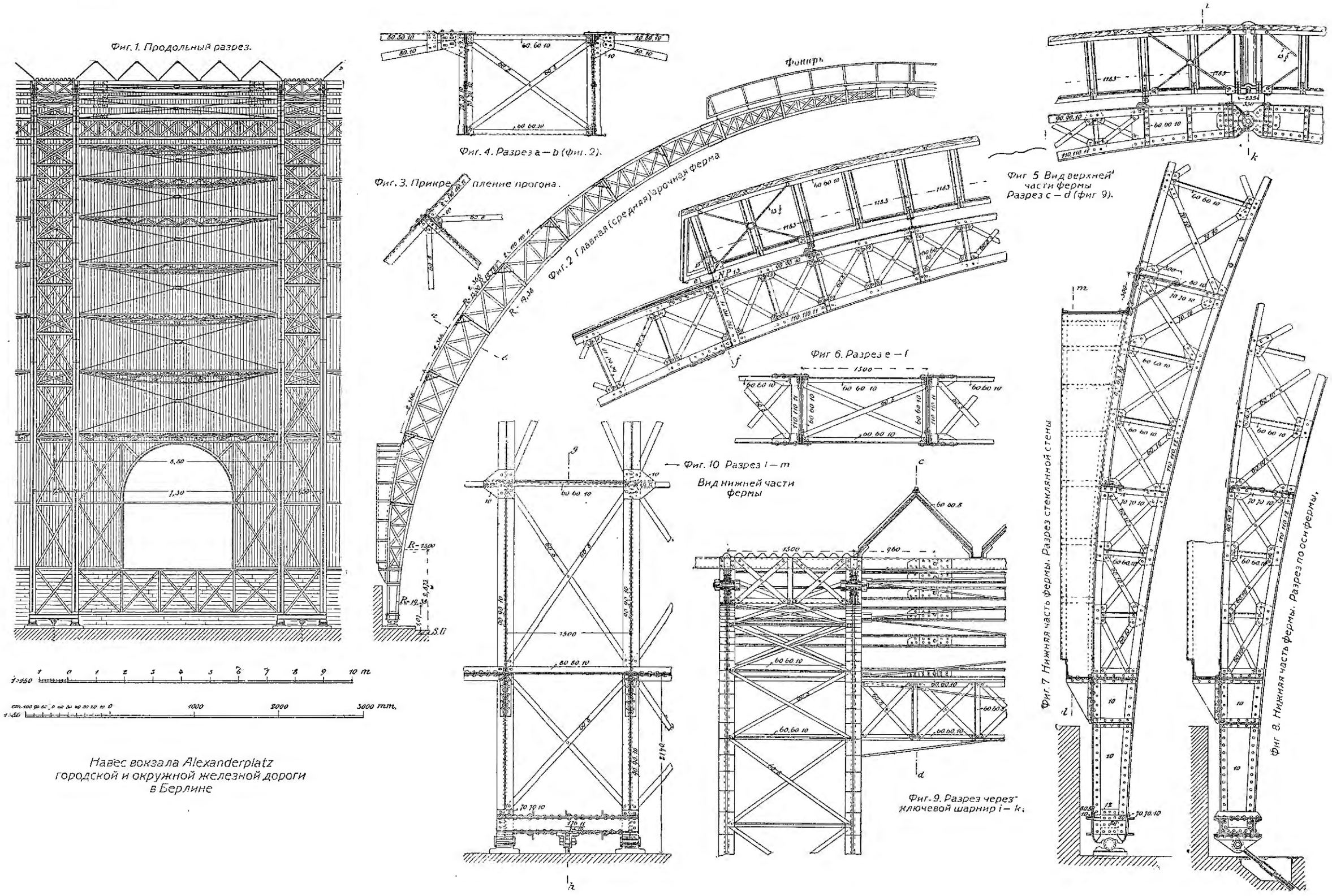
Фиг. 3. Схема ферм.

Фиг. 4. Решетчатый прогон



Фиг. 5. Конструкция средних ферм.

Лист № 16



Навес вокзала Alexanderplatz
городской и окружной железной дороги
в Берлине

Приложение

Справочные данные

ИЗ ТЕХНИЧЕСКИХ УСЛОВИЙ УПРАВЛЕНИЯ МОСКОВСКОГО ГУБЕРНСКОГО ИНЖЕНЕРА (УМГИ)

ВРЕМЕННЫЕ НАГРУЗКИ НА ЗДАНИЯ И СООРУЖЕНИЯ

Временные нагрузки на здания и сооружения, приведенные в нижеследующих параграфах и таблицах, должны располагаться при расчетах наивыгоднейшим образом для прочности и устойчивости рассматриваемых конструкций.

При расчетах нагрузка от действия снега и ветра принимается действующей порознь или вместе.

При совместном действии снега и ветра следует принимать лишь $^3/_4$ нагрузки от снега и $^3/_4$ нагрузки от ветра.

При расчетах частей здания и сооружений, недоступных для какой-либо временной нагрузки, кроме снега и ветра (напр., обрешетины кровли, ступени пожарных лестниц и т. д.), необходимо учитывать нагрузку от веса 1 человека с инструментом — 100 кг.

а) Действие одного снега.

Действие снега принимается по следующим нормам на один кв. метр горизонтальной проекции кровли.

При угле наклона от 0 — 10°	120	кг.
„ „ „ 15°	110	„
„ „ „ 20°	100	„
„ „ „ 25°	90	„
„ „ „ 30°	80	„
„ „ „ 35°	60	„
„ „ „ 40°	40	„
„ „ „ 45°	20	„

При наклоне крыш свыше 45° нагрузка от снега в расчет не принимается.

Для промежуточных значений угла наклона кровли величина давления снега определяется по интерполяции.

В случае конструкции кровли, допускающей возможность образования снеговых мешков, добавочное давление снега должно быть учтено в размерах, действительно могущих иметь место, и исходя из веса слежавшегося снега — 400 кг. в куб. метре.

При определении наибольших усилий в элементах стропил нагрузка от снега располагается в двух комбинациях, а именно: а) на всю поверхность кровли и б) на одну половину кровли, из коих для расчета принимается наиболее невыгодная.

б) Действие одного ветра.

Направление действия ветра принимается горизонтальное. Давление ветра на плоскость, нормальную к воспринимающей ветер поверхности, считается пропорциональным первой степени синуса угла, составляемого поверхностью к горизонту:

$$N = W.\ Sin\alpha,$$

где N — искомое давление ветра нормально к поверхности в кг. на кв. метр.

α — угол наклона поверхности к горизонту,

W — давление ветра на вертикальную плоскость в кг. на кв. метр.

Значение величины W, указанной в предыдущем параграфе, принимается для гражданских сооружений:

а) в застроенных высокими строениями местностях, в городе Москве в пределах Садового кольца, а также в лесистых местах в губернии . . . . . 80 кгр. на кв. м.

б) в окраинной части гор. Москвы и небольших городах . . . 120 „ „ „ „

в) в особо открытых и возвышенных районах вне города Москвы. 150 „ „ „ „

Таблица сопротивлений S заклепок одиночному срезыванию.

R_1 Допускаемое напряжение заклепок на перерезывание в *кг.* на см²		500	550	600	650	700	750	800
d Диаметр *мм*	Площадь сечения *см*²	*S* — сопротивление одной заклепки одиночному перерезыванию в *кг.*						
10	0,7854	393	432	471	511	550	589	628
11	0,9503	475	523	570	618	665	713	760
12	1,1310	566	622	679	735	792	848	905
13	1,3273	664	730	796	863	929	995	1062
14	1,5394	770	847	924	1001	1078	1155	1232
15	1,7671	884	972	1060	1149	1237	1325	1414
16	2,0106	1005	1106	1206	1307	1401	1508	1608
17	2,2698	1135	1249	1362	1476	1589	1703	1816
18	2,5447	1272	1400	1527	1654	1781	1908	2036
19	2,8353	1418	1559	1701	1843	1985	2126	2268
20	3,1416	1571	1728	1885	2041	2199	2356	2513
21	3,4636	1732	1905	2078	2251	2425	2598	2771
22	3,8013	1901	2091	2281	2471	2661	2851	3041
23	4,1548	2078	2285	2493	2701	2908	3116	3324
24	4,5239	2262	2488	2714	2941	3167	3393	3619
25	4,9087	2454	2700	2945	3191	3436	3682	3927
26	5,3093	2655	2920	3186	3451	3717	3982	4247

Таблица сопротивлений заклепок смятию в тоннах

при допускаемом напряжении $\sigma_1 = 1.200$ кг/м²
$\sigma_2 = 1.500$ „

1) Верхнее значение таблицы для $\sigma = 1.200$ кг/м²
2) Нижнее „ „ „ $\sigma = 1.500$ „

Толщина листа в мм	Диаметр заклепок в мм												
	10	12	13	14	16	18	20	22	23	24	26	28	30
6	0,72	0,86	0,94	1,01	1,15	1,30	1,44	1,58	1,66	1,73	1,87	2,02	2,16
	0,90	1,08	1,17	1,26	1,44	1,62	1,80	1,98	2,07	2,16	2,34	2,52	2,70
7	0,84	1,01	1,09	1,18	1,34	1,51	1,68	1,85	1,93	2,02	2,18	2,35	2,52
	1,05	1,26	1,37	1,47	1,68	1,89	2,10	2,31	2,42	2,52	2,73	2,94	3,15
8	0,96	1,15	1,25	1,34	1,54	1,73	1,92	2,11	2,21	2,30	2,50	2,69	2,88
	1,20	1,44	1,56	1,68	1,92	2,16	2,40	2,64	2,76	2,88	3,12	3,36	3,60
9	1,08	1,30	1,40	1,51	1,73	1.94	2,16	2,38	2,48	2,59	2,81	3,02	3,24
	1,35	1,62	1,76	1,89	2,16	2,43	2,70	2,97	3,11	3,24	3,51	3,78	4,05
10	1,20	1,44	1,56	1,68	1,92	2,16	2,40	2,64	2,76	2,88	3,12	3,36	3,60
	1,50	1,80	1,95	2,10	2,40	2,70	3,00	3,30	3,45	3,60	3,90	4,20	4,50
11	1,32	1,58	1,72	1,85	2,11	2,38	2,64	2,90	3,04	3,17	3,43	3,70	3,96
	1,65	1,98	2,15	2,31	2,64	2,97	3,30	3,63	3,80	3,96	4,29	4,62	4,95
12	1,44	1,73	1,87	2,02	2,30	2,59	2,88	3,17	3,31	3,46	3,74	4,03	4,32
	1,80	2,16	2,34	2,52	2,88	3,24	3,60	3,96	4,14	4,32	4,68	5,04	5,40
13	1 56	1,87	2,03	2,18	2,50	2,81	3,12	3,43	3,59	3,74	4,06	4,37	4,68
	1,95	2,34	2,54	2,73	3,12	3,51	3,90	4,29	4,49	4,68	5,07	5,46	5,85
14	1,68	2,02	2,18	2,35	2,69	3,02	3.36	3,70	3,86	4,03	4,37	4,70	5,04
	2,10	2,52	2,73	2,94	3,36	3,78	4,20	4,62	4,83	5,04	5,46	5,88	6,30
15	1,80	2,16	2,34	2,52	2,88	3,24	3,60	3,96	4,14	4,32	4,68	5,04	5,40
	2,25	2,70	2,93	3,15	3,60	4,05	4,50	4,95	5,18	5,40	5,85	6,30	6,75
16	1,95	2,30	2,50	2,69	3,07	3,46	3,84	4,22	4,42	4,61	4,99	5,38	5,76
	2,40	2,88	3,12	3,36	3,84	4,32	4,80	5,28	5,52	5,76	6,24	6,72	7,20
17	2,04	2,45	2,65	2,86	3,26	3,67	4.08	4,49	4,69	4,90	5,30	5,71	6,12
	2,55	3,06	3,32	3,57	4,08	4,59	5,10	5,61	5,87	6,12	6,63	7,14	7,65
18	2,16	2,59	2,81	3,02	3,46	3,89	4,32	4,75	4,97	5,18	5,62	6,05	6,48
	2,70	3,24	3,51	3,78	4,32	4,86	5,40	5,94	6,21	6,48	7,02	7,56	8,10
19	2,28	2,74	2,96	3,19	3,65	4,10	4,56	5,02	5,24	5,47	5,93	6,38	6,84
	2,85	3,42	3,71	3,99	4,56	5,13	5,70	6,27	6,56	6,84	7,41	7,98	8,55
20	2,40	2,88	3,12	3,36	3,84	4,32	4,80	5,28	5,52	5,76	6,24	6,72	7,20
	3,00	3,60	3,90	4,20	4,80	5,40	6,00	6,60	6,90	7,20	7,80	8,40	9,00

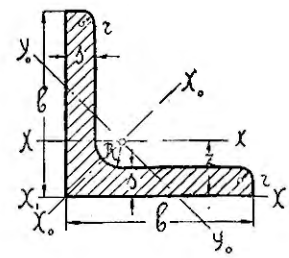
Русский метрический нормальный сортамент.

Равнобокое угловое железо.

X_0, Y_0 главные оси.

$$R = \frac{d_{min} + d_{max}}{2}$$

$$r = \frac{R}{2}$$



Грани полок взаимно параллельны.

№№ профилей	Размеры в миллиметрах				Площ. проф., см²	Вес погонного метра, кг	Расстояние центра тяжести, см	Моменты инерции, в см⁴			
	b	s	R	r	ω	g	z_0	J_{x_1}	J_x	J_{x_0}	J_{y_0}
1½	15	3	3,5	1,75	0,82	0,64	0,47	0,338	0,1528	0,2397	0,0659
		4			1,05	0,82	0,51	0,465	0,1897	0,2921	0,0873
2	20	3	3,5	1,75	1,12	0,88	0,60	0,793	0,392	0,6185	0,1651
		4			1,45	1,14	0,64	1,08	0,492	0,771	0,2124
2½	25	3	4	2	1,43	1,12	0,72	1,535	0,798	1,262	0,3333
		4			1,86	1,46	0,76	2,084	1,012	1,597	0,4273
		5			2,27	1,78	0,80	2,646	1,206	1,888	0,5241
3	30	3	4	2	1,73	1,36	0,84	2,654	1,424	2,26	0,590
		4			2,26	1,77	0,88	3,59	1,824	2,884	0,764
		5			2,77	2,17	0,92	4,54	2,183	3,44	0,925
3½	35	4	5	2,5	2,67	2,10	1,00	5,64	2,954	4,68	1,227
		5			3,28	2,57	1,04	7,13	3,564	5,64	1,493
		6			3,87	3,04	1,08	8,65	4,13	6,50	1,754
4	40	4	6	3	3,08	2,42	1,12	8,33	4,47	7,09	1,859
		5			3,79	2,97	1,16	10,54	5,43	8,59	2,263
		6			4,48	3,52	1,20	12,78	6,31	9,98	2,654
		7			5,15	4,04	1,24	15,06	7,14	11,24	3,040
		8			5,80	4,55	1,28	17,37	7,91	12,4	3,434
4½	45	5	6,5	3,25	4,30	3,37	1,28	14,95	7,87	12,48	3,27
		6			5,09	4,00	1,32	18,11	9,19	14,55	3,84
		7			5,86	4,60	1,36	21,31	10,43	16,47	4,39
		8			6,61	5,19	1,40	24,56	11,60	18,25	4,95
5	50	5	7	3,5	4,80	3,77	1,40	20,43	10,96	17,38	4,55
		6			5,69	4,47	1,44	24,74	12,85	20,34	5,35
		7			6,56	5,15	1,48	29,10	14,62	23,10	6,13
		8			7,41	5,82	1,52	33,50	16,28	25,70	6,87
		9			8,24	6,47	1,56	37,96	17,86	28,10	7,63
5½	55	6	8	4	6,31	4,95	1,56	32,7	17,3	27,4	7,19
		7			7,28	5,71	1,60	38,46	19,73	31,2	8,22
		8			8,23	6,46	1,64	44,3	22,04	34,8	9,24
		9			9,16	7,19	1,63	50,2	24,24	38,2	10,25
		10			10,07	7,90	1,72	56,1	26,3	41,4	11,26

Наибольшая длина (по сортаменту Красного Путиловца) до 100 + 100 + 19 . . . 12 м.
Более крупные . . . . . 18 „

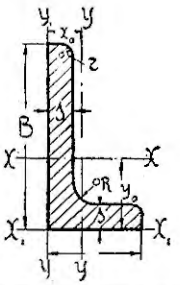
Продолжение.

№№ профилей	Размеры в миллиметрах				Площ. проф., см² ω	Вес погонного метра, кг g	Расстояние центра тяжести, см z_0	Моменты инерции, в см⁴			
	b	d	R	r				J_{x_1}	J_x	J_{x_0}	J_{y_0}
6	60	6	8	4	6,91	5,42	1,69	42,5	22,84	36,15	9,53
		7			7,98	6,26	1,73	49,9	26,05	41,3	10,82
		8			9,03	7,09	1,77	57,4	29,16	46,15	12,16
		9			10,06	7,90	1,81	65,0	32,1	50,7	13,5
		10			11,07	8,69	1,85	72,6	34,9	55,1	14,8
6½	65	6	8	4	7,51	5,89	1,81	54,0	29,36	46,6	12,14
		7			8,68	6,81	1,85	63,4	33,6	53,3	13,9
		8			9,83	7,72	1,89	72,9	37,66	59,7	15,63
		9			10,96	8,60	1,93	82,5	41,5	65,7	17,34
		10			12,07	9,47	1,97	92,1	45,2	71,5	19,03
7	70	7	8,5	4,25	9,39	7,37	1,97	79,0	42,4	67,3	17,53
		8			10,64	8,35	2,02	90,8	47,6	75,5	19,7
		9			11,87	9,32	2,06	102,7	52,6	83,3	21,9
		10			13,08	10,27	2,09	114,7	57,3	90,7	24,0
		13	13	6,5	16,69	13,10	2,19	149,4	69,5	109,2	29,7
7½	75	8	10	5	11,47	9,00	2,13	110,9	58,9	93,3	24,4
		9			12,80	10,05	2,17	125,5	65,1	103,2	27,1
		10			14,11	11,08	2,21	140,2	71,2	112,7	29,7
		11			15,40	12,09	2,25	155,0	77,0	121,7	32,3
		12			16,67	13,09	2,29	170,0	82,6	130,3	34,86
		16	16	8	21,71	17,04	2,41	227,6	100,9	158,0	43,9
8	80	8	10	5	12,27	9,63	2,25	134,6	72,5	114,6	30,4
		9			13,70	10,75	2,30	152,2	79,8	126,9	32,65
		10			15,11	11,86	2,34	170,0	87,2	138,6	35,8
		11			16,50	12,95	2,37	187,8	95,1	149,9	40,3
		12			17,87	14,03	2,41	205,8	102,0	160,7	43,26
9	90	9	11	5,5	15,52	12,18	2,54	215,9	115,7	183,8	47,7
		10			17,13	13,45	2,58	241,0	127,0	201,3	52,5
		11			18,72	14,69	2,62	266,0	137,6	218,0	57,1
		12			20,29	15,93	2,66	291,5	148,0	234,4	61,4
		13			21,84	17,14	2,70	317,0	157,8	250,0	65,5
10	100	9	12,5	6,25	17,36	13,63	2,78	294,5	160,3	255	65,7
		10			19,17	15,05	2,82	328,7	176,3	280	72,7
		11			20,96	16,45	2,86	363,0	191,6	304	79,3
		12			22,73	17,84	2,90	397,6	206,4	327	85,7
		13			24,48	19,22	2,94	432	220,7	349,6	91,8
		14			26,21	20,57	2,98	467	234,5	371	97,6
		15			27,92	21,92	3,02	502	247,7	392	103,1
		16			29,61	23,24	3,05	538	262	412,5	112,0
12	120	10	13	6,5	23,18	18,20	3,31	567	313,5	497	130
		12			27,54	21,62	3,40	685	367	584	150,4
		14			31,82	24,98	3,48	804	419	666	172
		16			36,02	28,28	3,55	924	470	743	197,3
14	140	12	14	7	32,37	25,41	3,89	1086	596	947	245
		14			37,45	29,40	3,97	1273	683	1084	281,3
		16			42,45	33,32	4,05	1462	765	1215	315,8
15	150	16	19	9,5	45,8	35,97	4,27	1779	944	1497	391
		18			51,1	40,15	4,35	2012	1045	1655	434
		20			56,4	44,26	4,43	2246	1141	1806	476
		22			61,5	48,31	4,50	2483	1234	1950	517

Неравнобокое угловое железо.

$$R = \frac{d_{min} + d_{max}}{2}$$

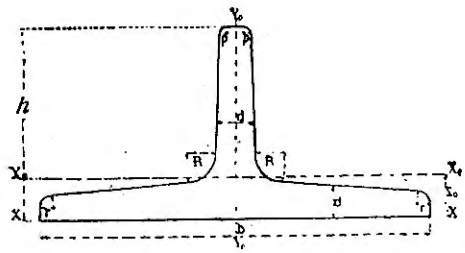
$$r = \frac{R}{2}$$



№№ профилей	Размеры в миллиметрах					Площадь профиля, см²	Весопогон. метра, кг	Раст. центра тяжести, в см		Моменты инерции, в см⁴			
	B	b	s	R	r	ε	g	x_0	y_0	J_{x_1}	J_{y_1}	J_x	J_y
3/2	30	20	3	3,5	1,75	1,42	1,11	0,50	0,99	2,66	0,802	1,267	0,447
			4			1,85	1,45	0,54	1,03	3,58	1,101	1,597	0,561
4/2	40	20	4	4,5	2,25	2,26	1,77	0,48	1,46	8,41	1,112	3,586	0,593
			5			2,77	2,17	0,52	1,50	10,57	1,452	4,34	0,706
4,5/3	45	30	4	5	2,5	2,87	2,25	0,74	1,47	11,95	3,584	5,74	2,03
			6			4,17	3,27	0,81	1,55	18,16	5,59	8,08	2,83
5/2,5	50	25	5	6	3	3,54	2,78	0,60	1,82	20,48	2,606	8,74	1,386
			7			4,80	3,77	0,67	1,91	28,95	4,07	11,52	1,39
6/3	60	30	6	7	3,5	5,09	4,00	0,72	2,19	42,5	5,62	18,13	2,986
			8			6,61	5,19	0,80	2,27	57,14	7,95	22,97	3,75
6/4	60	40	6	7	3,5	5,69	4,47	1,01	1,99	42,6	12,84	20,06	7,07
			8			7,41	5,82	1,08	2,07	57,3	17,63	25,5	8,91
7,5/5	75	50	6	8	4	7,21	5,66	1,20	2,43	84,6	24,75	42,2	14,33
			8			9,43	7,40	1,28	2,51	111,4	33,77	51,9	18,27
			10			11,57	9,08	1,36	2,59	140,2	43,2	62,5	21,84
8/4	80	40	6	8	4	6,91	5,42	0,88	2,84	100,6	12,88	44,8	7,52
			8			9,03	7,09	0,96	2,93	135	17,89	57,5	9,55
			10			11,07	8,69	1,04	3,01	169,7	23,3	69,1	11,36
9/6	90	60	8	9	4,5	11,45	8,99	1,48	2,95	192,0	57,6	92,1	32,65
			10			14,09	11,06	1,56	3,04	241,4	73,4	111,4	39,3
10/5	100	50	8	9	4,5	11,45	8,99	1,12	3,59	263,3	34,0	116,0	19,53
			10			14,09	11,06	1,20	3,67	330,6	43,48	140,6	23,42
10/6,5	100	65	8	9	4,5	12,65	9,93	1,56	3,28	263,5	73,2	127,1	42,5
			10			15,59	12,24	1,64	3,37	331,0	93,0	154,3	51,2
12/8	120	80	10	11	5,5	19,13	15,02	1,95	3,92	570	170,7	275,6	98,2
			12			22,69	17,81	2,03	4,00	686	207,5	323	114,3
13/8,5	130	85	10	12	6	20,65	16,21	2,02	4,24	723	203,8	351	119,1
			12			24,51	19,24	2,10	4,32	871	247,6	412	139
			14			28,29	22,21	2,18	4,41	1020	292,5	470	158
15/7,5	150	75	10	11	5,5	21,63	16,98	1,61	5,32	1113	142	501	85,8
			12			25,69	20,17	1,69	5,41	1340	173,6	589	99,9
15/10	150	100	11	13	6,5	26,47	20,80	2,38	4,84	1222	365	601	215
			13			30,99	24,33	2,46	4,93	1450	435	697	248,3
			15			35,43	28,81	2,53	5,01	1678	507	789	280
16/8	160	80	12	13	6,5	27,54	21,62	1,77	5,72	1620	208,5	719	122
			14			31,82	24,98	1,85	5,80	1896	247,6	823	138,6

Наибольшая длина (по сортаменту Красного Путиловца)
до 95 + 75 + 13 . . . . 12 м.
более крупные . . . . . 18 м.

Низкое тавровое железо.



$$h = \frac{b}{2}$$
$$R = d$$
$$r = \frac{d}{2}$$
$$\rho = \frac{d}{4}$$

Уклон граней ребра 2%
„ „ подошвы 4%

№№ профилей	Размеры, в миллиметрах			Площадь профиля, см² ω	Вес погонн. метра, кг g	Расст. центра тяжести, см z_0	Моменты инерции, в см⁴			Моменты сопротивления в см³	
	b	h	d				J_x	J_{x_0}	J_{y_0}	W_{x_0}	W_{y_0}
5/2,5	50	25	5	3,52	2,76	0,59	2,65	1,407	4,82	0,74	1,93
6/3	60	30	6	5,06	3,97	0,71	5,49	2,92	9,99	1,27	3,33
7/3,5	70	35	6	5,95	4,67	0,79	4,48	8,76	15,77	1,76	4,51
8/4	80	40	7	7,92	6,22	0,91	14,82	8,26	27,5	2,67	6,87
9/4,5	90	45	8	10,18	7,99	1,03	24,2	13,4	44,8	3,86	9,95
10/5	100	50	9	12,72	9,99	1,15	37,4	20,64	69,1	5,36	13,82
12/6	120	60	10	17,02	13,36	1,34	70,9	40,1	132,2	8,6	22,03
13/6,5	130	65	10	18,50	14,52	1,42	89,0	51,6	167,5	10,16	25,77
14/7	140	70	12	23,80	18,68	1,58	135,7	76,1	252,3	14,05	36,04
16/8	160	80	13	29,53	23,18	1'78	217,5	124,1	407,0	19,95	50,88

Высокое тавровое железо.

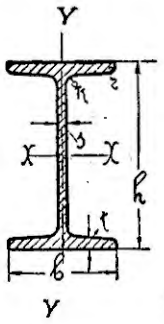
Профиль тот же

$$h = b$$
$$R = d$$
$$r = \frac{d}{2}$$
$$\rho = \frac{d}{4}$$

Уклон граней ребра и подошвы 2%.

№№ профилей	Размеры, в миллиметрах			Площадь профиля, см² ω	Вес погонн. метра, кг g	Расст. центра тяжести, см z_0	Моменты инерции, в см⁴			Моменты сопротивления в см³	
	b	h	d				J_x	J_{x_0}	J_{y_0}	W_{x_0}	W_{y_0}
2,5/2,5	25	25	3,5	1,64	1,29	0,72	1,71	0,863	0,439	0,48	0,35
3,5/3,5	35	35	4,5	2,96	2,32	0,99	5,98	3,08	1,545	1,23	0,88
4,5/4,5	45	45	5,5	4,67	3,67	1,26	15,44	8,05	4,01	2,48	1,78
5/5	50	50	6	5,66	4,44	1,38	23,06	12,2	5,99	3,36	2,39
7/7	70	70	8	10,59	8,31	1,93	83,9	44,3	21,9	8,74	6,26
8/8	80	80	9	13,63	10,67	2,20	140,6	74,6	36,8	12,86	9,2
9/9	90	90	10	17,05	13,38	2,47	222	118	58,2	18,07	12,9

Длина . . . . . 10,5 — 15 метр.



Двутавровое железо.

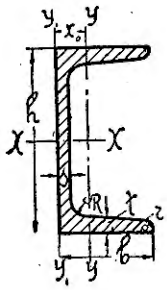
$b = 0{,}32h + 25$ мм.
$s = 0{,}03h + 1{,}5$ „
$t = 1{,}4s$
$R = s$
$r = 9{,}6s$

Уклон внутренних граней полок 14%.

№№ профилей	Размеры, в миллиметрах						Площадь профиля, см²	Вес погонн. метра, кг	Моменты инерции, в см⁴		Моменты сопротивл., в см³	
	h	b	s	t	R	r	ω	g	J_x	J_y	W_x	W_y
8	80	50,6	3,9	5,5	3,9	2,3	8,16	6,406	86,3	9,71	21,6	3,84
10	100	57,0	4,5	6,3	4,5	2,7	11,03	8,659	180,4	16,1	36,1	5,65
12	120	63,4	5,1	7,1	5,1	3,1	14,34	11,257	334,4	25,2	55,7	7,95
14	140	69,8	5,7	7,9	5,7	3,4	18,08	14,193	569	37,7	81,3	10,8
16	160	76,2	6,3	8,8	6,3	3,8	22,26	17,474	909	54,3	113,4	14,26
18	180	82,6	6,9	9,6	6,9	4,1	26,87	21,093	1381	75,9	153,4	18,4
20	200	89,0	7,5	10,4	7,5	4,5	31,91	25,049	2014	103,4	201,4	23,24
22	220	95,4	8,1	11,3	8,1	4,9	37,38	29,343	2843	137,5	258,5	28,83
24	240	101,8	8,7	12,1	8,7	5,2	43,29	33,983	3903	180	325	35,36
26	260	108,2	9,3	13	9,3	5,6	49,63	38,960	5234	231	403	42,75
28	280	114,6	9,9	13,9	9,9	5,9	56,40	44,274	6878	293	491	51,1
30	300	121,0	10,5	14,7	10,5	6,3	63,61	49,934	8881	366	592	60,5
32	320	127,4	11,1	15,5	11,1	6,7	71,25	55,931	11292	542	706	70,9
34	340	133,8	11,7	16,4	11,7	7	79,32	62,266	14161	552	833	82,5
36	360	140,2	12,3	17,2	12,3	7,4	87,82	68,939	17544	668	975	95,3
38	380	146,6	12,9	18	12,9	7,7	96,76	75,956	21499	801	1132	109,3
40	400	153,0	13,5	18,9	13,5	8,1	106,13	83,312	26087	954	1304	124,7

Длина (по сортаменту бывш. об-ва „Продамет“).

	Нормальная.	Наибольшая.
№ 8—10 . .	9 м.	12,8 м.
№ 12—24 . .	16 „	19,2 „
№ 26—40 . .	14 „	19,2 „



Корытное железо.

$b = 0{,}25h + 25$ *мм.*

$s = 0{,}025h + 4$ *мм.* при $h < 100$ *мм.*

$R = 0{,}027h + 3{,}5$ *мм.* при $h > 100$ *мм.*

$t = 1{,}5s$

$R = t$

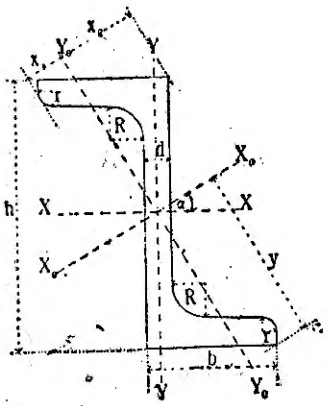
$r = \frac{t}{2}$

Уклон внутренних граней полок 8%.

№№ профилей	Размеры, в миллиметрах						Площадь профиля, см²	Вес погонн. метров, кг	Расход центров тяжести, см	Моменты инерции, в см⁴			Моменты сопротивления, см³	
	h	b	s	t	R	r	ω	g	x_0	J_{y_1}	J_x	J_y	W_x	W_y
5	50	38	5	7,5	7,5	3,75	7,47	5,86	1,41	24,2	27,57	9,44	11,03	3,942
6½	65	42	5,5	8	8	4	9,62	7,55	1,43	34,8	59,9	14,98	18,43	5,42
8	80	45	6	9	9	4,5	11,85	9,30	1,53	48,4	113,9	20,9	28,5	7,02
10	100	50	6	9	9	4,5	13,92	10,93	1,60	65,6	213,2	30,16	42,65	8,86
12	120	55	6,5	9,5	9,5	4,75	17,26	13,55	1,65	92,0	371,6	44,9	61,9	11,67
14	140	60	7	10,5	10,5	5,25	20,92	16,42	1,80	132,2	624	64,5	89,2	15,35
16	160	65	7,5	11	11	5,5	24,92	18,56	1,86	175,6	954	89,0	119,2	19,2
18	180	70	8	12	12	6	29,26	22,97	2,01	239,6	1433	121	159,2	24,26
20	200	75	8,5	12,5	12,5	6,25	33,93	26,64	2,08	306	2018	159,2	202	29,4
22	220	80	9	13,5	13,5	6,75	38,94	30,57	2,23	402	2831	207,8	257,3	36,0
24	240	85	9,5	14	14	7	44,28	34,76	2,30	499	3773	264	314,4	42,6
26	260	90	10	15	15	7,5	49,95	39,21	2,45	685	5045	334	388	51,0
28	280	95	10,5	15,5	15,5	7,75	55,96	43,93	2,53	771	6472	413	462	59,2
30	300	100	11	16,5	16,5	8,25	62,30	48,91	2,68	957	8361	510	557	69,7

Длина (по сортаменту бывш. об-ва „Продамет").

	Нормальная.	Наибольшая.
№ 10	. . . 9 м.	12,8 м.
№ 12—30	. . . 14 „	19,2 „



Зетовое железо.

$b = 0{,}25h + 30$ мм.

$s = 0{,}035h + 3$ мм.

$t = 1{,}5s$

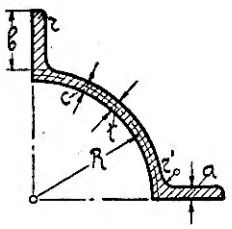
$R = t$

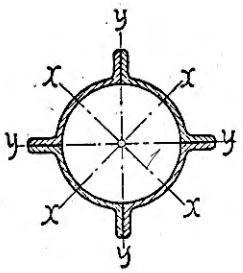
$r = \frac{t}{2}$

Грани полок взаимно параллельны.

№№ профилей.	Размеры, в миллиметрах						Площадь профиля, см² ω	Вес погонного метра, кг. g	Моменты инерции, в см⁴				Расстоян. наиболее удаленн. точек профиля от главн. осей, в см			Угол наклонения оси X_0X_0 к оси XX α
	h	b	s	t	R	r			J_x	J_y	J_{x_0}	J_{y_0}	x_1	x_2	y	
4	40	40	4,5	6,5	6,5	3,25	6,55	5,14	15,24	22,74	26,5	11,53	1,85	0,59	4,27	65°5′
6	60	45	5	7,5	7,5	3,75	9,18	7,21	50,0	37,4	62,0	25,37	1,93	2,04	4,90	35°0′
8	80	50	6	8,5	8,5	4,25	12,51	9,82	120,3	57,4	135,6	42,1	1,89	2,89	5,56	23°51′
10	100	55	6,5	9,5	9,5	4,75	16,01	12,57	241,1	85,6	262,4	64,4	1,94	3,43	6,42	19°7′
12	120	60	7	10,5	10,5	5,25	19,89	15,61	431,5	123,1	456,9	97,7	1,93	4,01	7,29	15°26′
14	140	65	8	11,5	11,5	5,75	24,74	19,42	719	169,8	759	130,7	2,13	4,32	8,30	14°27′
16	160	70	8,5	12,5	12,5	6,25	29,48	23,14	1119	231	1172	178,6	2,25	4,72	9,30	13°27′
18	180	75	9	13,5	13,5	6,75	34,61	27,16	1662	307,5	1731	238,4	2,38	5,11	10,31	12°26′
20	200	80	10	15	15	7,5	41,72	32,75	2448	411,2	2535	324	2,48	5,53	11,29	11°28′
25	250	90	12	18	18	9	59,02	46,33	5306	693	5441	558	2,67	6,37	13,89	93°4′

Квадрантное мелезо.





Веса указаны для железа с удельным весом 7,80.

№№ профилей.	Размеры, в миллиметрах						Для 4 квадрантов					Примечания
	Радиус	Ширина полки	Толщина		Радиусы закруглений		Площадь сечен., в см²	Вес погонн. метра, в кг	Момент инерции для любой оси, в см⁴	Моменты сопротивл., в см³		
			Полки	Стенки								
	R	b	a	t	r'	r	ω	g	I	W_x	W_y	
5	50	35	6	4	6	3	29,8	23,4	576	89,3	66,2	Немецкий нормальный сортамент
5	50	35	8	8	6	3	48,0	37,4	906	135	102	
$7^1/_2$	75	40	8	6	9	4,5	54,9	42,8	2068	237	175	
$7^1/_2$	75	40	10	10	9	4,5	80,2	62,5	2982	331	248	
10	100	45	10	8	12	6	88,1	68,7	5511	501	370	
10	100	45	12	12	12	6	120	94,0	7478	663	495	Профили № $7^1/_2$ и 10 прокатывались Путиловским заводом
$12^1/_2$	125	50	12	10	15	7,5	129	101	12161	917	676	
$12^1/_2$	125	50	14	14	15	7,5	169	132	15788	1165	867	
15	150	55	14	12	18	9	179	140	23637	1515	1120	
15	150	55	17	18	18	9	249	194	32738	2051	1130	

Вес в гк 1 кв. метра листового металла.

Металлы	Толщина в *мм*									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Сварочное железо . .	7,8	15,6	23,4	31,2	39,0	46,8	54,6	62,4	70,2	78,0
Литое железо	7,85	15,7	23,55	31,4	39,25	47,1	54,95	62,8	70,65	78,5
Чугун	7,25	14,5	21,75	29,00	36,25	43,5	50,75	58,0	65,25	72,5
Свинец	11,37	22,74	34,11	45,48	56,85	68,22	79,59	90,96	102,33	113,7
Медь	8,9	17,8	26,7	35,6	44,5	53,4	62,3	71,2	80,1	89,0

Вес круглого железа.

(В килограммах на 1 метр длины).

Удельный вес $\gamma = 7{,}85$—литое железо.

В первом вертикальном столбце помещены десятки, в горизонтальной заглавной строке единицы диаметра d (в мм).

Диаметр d мм	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0,000	0,006	0,025	0,055	0,099	0,154	0,222	0,302	0,395	0,499
10	0,617	0,746	0,888	1,042	1,208	1,387	1,578	1,782	1,998	2,226
20	2,466	2,719	2,984	3,261	3,551	3,853	4,168	4,495	4,834	5,185
30	5,549	5,925	6,313	6,714	7,127	7,553	7,990	8,440	8,903	9,378
40	9,865	10,36	10,88	11,40	11,94	12,49	13,05	13,62	14,21	14,80
50	15,41	16,04	16,67	17,32	17,98	18,65	19,34	20,03	20,74	21,46
60	22,20	22,94	23,70	24,47	25,25	26,05	26,86	27,68	28,51	29,35
70	30,21	31,08	31,96	32,86	33,76	34,68	35,51	36,56	36,51	38,48
80	39,46	40,45	41,46	42,47	43,50	44,55	45,60	46,67	47,75	48,84
90	49,94	51,06	52,18	53,33	54,48	55,64	56,82	58,01	59,21	60,43
100	61,65	62,89	64,15	65,41	66,69	67,97	69,27	70,59	71,91	73,25
110	74,60	75,96	77,34	78,73	80,13	81,54	82,96	84,40	85,85	87,31
120	88,60	90,27	91,77	93,28	94,80	96,33	97,88	99,44	101,01	102,60
130	104,20	105,80	107,43	109,06	110,71	112,36	114,04	115,72	117,41	119,12
140	120,84	122,57	124,32	126,08	127,85	129,63	131,42	133,23	135,05	136,88
150	138,83	140,58	142,45	144,33	146,22	148,12	150,04	151,97	153,91	155,87
160	157,83	159,81	161,81	163,81	165,83	167,87	169,89	171,95	174,01	176,09
170	178,18	180,28	182,40	184,52	186,66	188,82	190,98	193,16	195,35	197,55
180	199,76	201,99	204,22	206,47	208,74	211,01	213,30	215,60	217,91	220,23
190	222,57	224,92	227,28	229,66	232,04	234,44	236,85	239,27	241,71	244,16
200	246,62	249,09	251,57	254,07	256,58	259,10	261,64	264,18	266,74	269,31
210	271,89	274,49	277,10	279,72	282,35	285,00	287,65	290,32	293,00	295,70
220	298,41	301,12	303,86	306,60	309,36	312,12	314,90	317,70	320,50	323,32
230	326,15	328,99	331,85	334,71	337,59	340,48	343,39	346,39	349,23	352,17
240	355,13	358,09	361,07	364,06	367,06	370,08	373,11	376,15	379,20	382,26
250	385,34	388,43	391,53	394,64	397,77	400,91	404,06	407,22	410,39	413,58
260	416,78	419,99	423,22	426,46	429,70	432,97	436,24	439,53	442,82	446,14
270	449,46	452,79	456,14	459,50	462,87	466,26	469,66	473,07	476,49	479,92
280	483,37	486,83	490,30	493,78	497,28	500,79	504,31	507,84	511,38	514,94
290	518,51	522,09	525,31	529,29	532,91	536,54	540,19	543,84	547,51	551,19
300	554,89	—	—	—	—	—	—	—	—	—

Вес полосового железа в килограммах на погонный метр.

Ширина, в *мм*	ТОЛЩИНА В МИЛЛИМЕТРАХ																Ширина, в *мм*
	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
10	0,39	0,47	0,55	0,64	0,71	0,79	0,86	0,94	1,02	1,10	1,18	1,26	1,33	1,41	1,49	1,57	10
20	0,79	0,94	1,10	1,26	1,41	1,57	1,73	1,88	2,04	2,20	2,36	2,51	2,67	2,83	2,98	3,14	20
30	1,18	1,41	1,65	1,88	2,12	2,36	2,59	2,83	3,06	3,30	3,53	3,77	4,00	4,24	4,47	4,71	30
40	1,57	1,88	2,20	2,51	2,83	3,14	3,45	3,77	4,08	4,40	4,71	5,02	5,34	5,65	5,97	6,28	40
50	1,96	2,36	2,75	3,14	3,53	3,93	4,32	4,71	5,10	5,50	5,89	6,28	6,67	7,07	7,46	7,85	50
60	2,36	2,83	3,30	3,77	4,24	4,71	5,18	5,65	6,12	6,59	7,07	7,54	8,01	8,84	8,95	9,42	60
70	2,75	3,30	3,85	4,40	4,95	5,50	6,04	6,59	7,14	7,69	8,24	8,79	9,34	9,89	10,44	10,99	70
80	3,14	3,77	4,40	5,02	5,65	6,28	6,91	7,54	8,16	8,79	9,42	10,05	10,68	11,30	11,93	12,56	80
90	3,53	4,24	4,95	5,65	6,36	7,07	7,77	8,48	9,18	9,89	10,60	11,30	12,01	12,72	13,42	14,13	90
100	3,93	4,71	5,50	6,28	7,07	7,85	8,64	9,42	10,21	10,99	11,78	12,56	13,35	14,13	14,92	15,70	100
110	4,32	5,18	6,04	6,91	7,77	8,64	9,50	10,36	11,23	12,09	12,95	13,82	14,68	15,54	16,41	17,27	110
120	4,71	5,65	6,59	7,54	8,48	9,42	10,36	11,30	12,25	13,19	14,13	15,07	16,01	16,96	17,90	18,84	120
130	5,10	6,12	7,14	8,16	9,18	10,21	11,23	12,25	13,27	14,29	15,31	16,33	17,35	18,37	19,39	20,41	130
140	5,50	6,59	7,69	8,79	9,89	10,99	12,09	13,19	14,29	15,39	16,49	17,58	18,68	19,78	20,88	21,98	140
150	5,89	7,07	8,24	9,42	10,60	11,78	12,95	14,13	15,31	16,49	17,66	18,84	20,02	21,20	22,37	23,55	150
160	6,28	7,54	8,79	10,05	11,30	12,56	13,82	15,07	16,33	17,58	18,84	20,10	21,35	22,61	23,86	25,12	160
170	6,67	8,01	9,34	10,68	12,01	13,35	14,68	16,01	17,35	18,68	20,02	21,35	22,69	24,02	25,36	26,69	170
180	7,07	8,48	9,89	11,30	12,72	14,13	15,54	16,96	18,37	19,78	21,20	22,61	24,02	25,43	26,85	28,26	180
190	7,46	8,95	10,44	11,93	13,42	14,92	16,41	17,90	19,39	20,88	22,37	23,86	25,36	26,85	28,34	29,83	190
200	7,85	9,42	10,99	12,56	14,13	15,70	17,27	18,84	20,41	21,98	23,55	25,12	26,69	28,26	29,83	31,40	200
210	8,24	9,89	11,54	13,19	14,84	16,49	18,13	19,78	21,43	23,08	24,73	26,38	28,02	29,67	31,32	32,97	210
220	8,64	10,36	12,09	13,82	15,54	17,27	19,00	20,72	22,45	24,18	25,91	27,63	29,36	31,09	32,81	34,54	220
230	9,03	10,83	12,64	14,44	16,25	18,06	19,86	21,67	23,47	25,28	27,08	28,89	30,69	32,50	34,30	36,11	230
240	9,42	11,30	13,19	15,07	16,96	18,84	20,72	22,61	24,49	26,38	28,26	30,14	32,03	33,91	35,80	37,68	240
250	9,81	11,78	13,74	15,70	17,66	19,63	21,59	23,55	25,51	27,48	29,44	31,40	33,36	35,33	37,29	39,25	250
260	10,22	12,25	14,29	16,33	18,37	20,41	22,45	24,49	26,53	28,57	30,62	32,66	34,70	36,74	38,77	40,82	260
270	10,60	12,72	14,84	16,96	19,08	21,20	23,31	25,43	27,55	29,67	31,76	33,91	36,03	38,15	40,27	42,39	270
280	10,99	13,19	15,39	17,58	19,78	21,98	24,18	26,38	28,57	30,77	32,97	35,17	37,37	39,56	41,76	43,96	280
290	11,38	13,66	15,94	18,21	20,49	22,77	25,05	27,32	29,59	31,87	34,15	36,42	38,70	40,98	43,25	45,53	290
300	11,78	14,13	16,49	18,84	21,20	23,55	25,91	28,26	30,62	32,97	35,33	37,68	40,04	42,39	44,75	47,10	300
310	12,17	14,60	17,03	19,47	21,90	24,34	26,77	29,20	31,64	34,07	36,50	38,94	41,37	43,80	46,24	48,67	310
320	12,56	15,07	17,58	20,10	22,61	25,12	27,63	30,14	32,66	35,17	37,68	40,19	42,70	45,22	47,73	50,24	320
330	12,95	15,54	18,13	20,72	23,31	25,91	28,50	31,09	33,68	36,27	38,86	41,45	44,04	46,63	49,22	51,81	330
340	13,35	16,01	18,68	21,35	24,02	26,69	29,36	32,03	34,70	37,37	40,04	42,70	45,37	48,04	50,51	53,38	340
350	13,74	16,49	19,23	21,98	24,73	27,48	30,22	32,97	35,72	38,47	41,21	43,96	46,71	49,46	52,20	54,98	350
360	14,13	16,96	19,78	22,61	25,43	28,26	31,09	33,91	36,74	39,56	42,39	45,29	48,04	50,87	53,69	56,52	360
370	14,52	17,43	20,33	23,24	26,14	29,05	31,95	34,85	37,76	40,66	43,57	46,47	49,38	52,28	55,19	58,09	370
380	14,92	17,90	20,88	23,86	26,85	29,83	32,81	35,80	38,78	41,76	44,75	47,73	50,71	53,69	56,68	59,66	380
390	15,31	18,37	21,43	24,49	27,55	30,62	33,68	36,74	39,80	42,86	45,82	48,98	52,05	55,11	58,16	61,23	390
400	15,70	18,84	21,98	25,12	28,26	31,40	34,54	37,68	40,82	43,96	47,10	50,24	53,38	56,52	59,66	62,80	400
410	16,09	19,31	22,53	25,75	28,97	32,19	35,40	38,62	41,84	45,06	48,28	51,50	54,71	57,93	61,15	64,37	410
420	16,49	19,78	23,08	26,38	29,67	32,97	36,27	39,56	42,86	46,16	49,46	52,75	56,05	59,32	62,64	65,94	420
430	16,88	20,25	23,63	27,00	30,38	33,76	37,13	40,51	43,88	47,26	50,63	54,01	57,38	60,76	64,13	67,51	430
440	17,27	20,72	24,18	27,63	31,09	34,54	37,99	41,45	44,90	48,36	51,83	55,26	58,72	62,17	65,63	69,08	440
450	17,66	21,20	24,73	28,26	31,79	35,33	38,86	42,39	45,92	49,46	52,99	56,52	60,05	63,59	67,12	70,65	450
460	18,06	21,67	25,28	28,89	32,50	36,11	39,72	43,33	46,94	50,55	54,17	57,78	61,39	65,00	58,61	72,22	460
470	18,45	22,14	25,83	29,52	33,21	36,90	40,58	44,27	47,96	51,65	55,34	59,03	62,72	66,41	70,10	73,79	470
480	18,84	22,61	26,38	30,14	33,91	37,68	41,45	45,22	48,98	52,75	56,52	60,29	64,06	67,82	71,59	75,36	480
490	19,23	23,08	26,93	30,77	34,62	38,47	42,31	46,16	50,00	53,85	57,70	61,54	65,39	69,24	73,08	76,93	490
500	19,63	23,55	27,48	31,40	35,33	39,25	43,18	47,10	51,03	54,95	58,88	62,80	66,73	70,65	74,58	78,50	500

Волнистое железо (плоское [1]).

отношение $\frac{b}{h}$	Размеры одной волны: ширина b (Миллиметры)	высота h (Миллиметры)	Толщина железа в миллиметрах: 1	1,5	2	2,5	3	4	5	6	Примечания
			Момент сопротивления W для ширины в 1 метр, в кубических сантиметрах								
2,5	50	20	6,6	9,9	13,2						Приблизительные значения: момента инерции . . . . $J = \left(0{,}103 + 0{,}186\frac{h}{b}\right)h^{2b}$ момента сопротивления . $W = \left(0{,}196 + 0{,}354\frac{h}{b}\right)h^{2b}$
	100	40	13,8	21,7	27,6	34,5	41,4				
	150	60		30,9	41,2	51,5	61,8	82,4			
	200	80			55,0	68,7	82,5	110,0	138,5		
	250	100				86,0	103,2	137,6	172,0	206,4	
	300	120					123,9	165,2	206,5	247,8	
2,0	80	40	15,9	22,9	30,6	38,3					
	120	60	22,3	34,3	45,8	57,3	68,7				
	160	80		45,7	61,0	76,3	94,5	122,0			
	200	100			76,4	95,5	114,6	152,8	191,0		
	240	120				114,5	137,9	183,2	229,0	274,8	

Кровельное железо.

Вес 1 кв. метра в килограммах

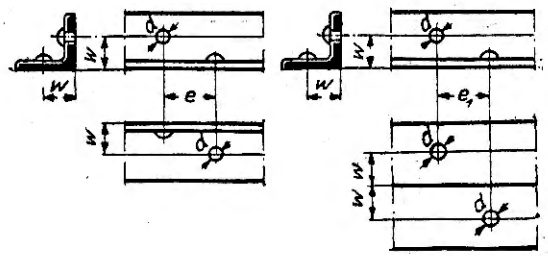
Толщина, мм	Сварочное железо	Литое железо	Сталь	Толщина, мм	Сварочное железо	Литое железо	Сталь	Толщина, мм	Сварочное железо	Литое железо	Сталь
0,30	2,34	2,36	2,36	0,90	7,02	7,07	7,07	2,00	15,6	15,7	15,7
0,375	2,93	2,94	2,95	1,00	7,80	7,85	7,86	2,25	17,6	17,7	17,7
0,40	3,12	3,14	3,14	1,10	8,58	8,64	8,65	2,50	19,5	19,6	19,7
0,438	3,42	3,44	3,44	1,125	8,78	8,83	8,84	2,75	21,5	21,6	21,6
0,50	3,90	3,93	3,93	1,25	9,75	9,81	9,83	3,00	23,4	23,6	23,6
0,562	4,38	4,41	4.42	1,30	10,1	10,2	10,2	3,25	25,4	25,5	25,5
0,60	4,68	4,71	4,72	1,375	10.7	10,8	10,8	3,50	27,3	27,5	27.5
0,625	4,88	4,91	4.91	1,40	10,9	11,0	11.0	3.75	29,3	29,4	29,5
0,68	5,30	5,34	5,34	1,50	11,7	11,8	11,8	4,00	31,2	31,4	31,4
0,70	5,46	5,50	5,50	1,55	12,1	12,2	12,2	4,25	33,2	33,4	33,4
0,75	5,85	5,89	5,90	1,70	13,3	13,3	13,4	4,50	35,1	35,3	35,4
0,80	6,24	6,28	6,29	1,75	13,7	13,7	13,8	5,00	39,0	39,3	39,3
0,875	6,83	6,87	6,88	1,85	14,4	14,5	14,5	5,50	42,9	43,2	43,2

Примечание: Чтобы получить вес 1 кв. фут. в рус. фунт., след. умнож. цифр. табл. на 0,227
1 кв. арш. „ „ „ „ „ „ „ „ 1,234
1 кв. саж. „ „ „ „ „ „ „ „ 11,106

Кровельное железо имеет обыкновенно размеры 1 арш. на 2 арш. и различается по числу фунт. в одном листе (от 6 до 14). Наиболее употребительно литое железо 12-фунт.

[1]) См. фиг. 22.

Расстояние между заклепками и

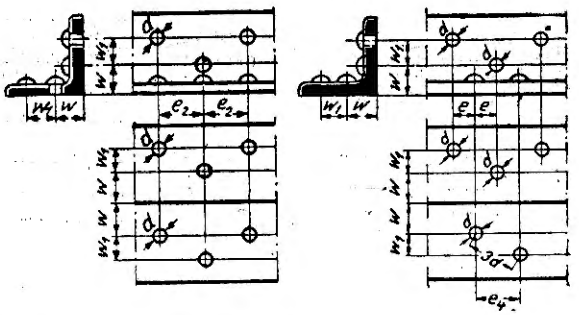


мм

∟	Диаметр заклепки d	Расстояние от края полки w	Расстояния между заклепками e			e_1
35 · 35	Толщина полки =		4	6	—	32
	11	20	15	17	—	
40 · 40	Толщина полки =		4	6	8	33
	11	22	13	16	17	
45 · 45	Толщина полки =		5	7	9	35
	11	25	10	13	16	
50 · 50	Толщина полки =		5	7	9	42
	14 11	28	15 0	17 0	20 12	
55 · 55	Толщина полки =		6	8	10	50
	17 14	30	22 13	24 16	25 19	
60 · 60	Толщина полки =		6	8	10	50
	17 14	32	19 0	22 13	24 16	

∟	Диаметр заклепки d	Расстояние от края полки w	Расстояния между заклепками e			e_1
65 · 65	Толщина полки =		7	9	11	57
	20 17 14	35	23 16 0	25 16 0	27 22 13	
70 · 70	Толщина полки =		7	9	11	58
	20 17 14	37	20 0 0	23 16 0	25 19 8	
75 · 75	Толщина полки =		8	10	12	67
	23 20 17	42	23 0 0	26 17 0	28 20 12	
80 · 80	Толщина полки =		8	10	12	70
	23 20 17	45	17 0 0	22 0 0	25 15 0	
90 · 90	Толщина полки =		9	11	13	77
	26 23 20	50	21 0 0	25 0 0	28 18 0	
100 · 100	Толщина полки =		10	12	14	80
	26 23 20	55	0 0 0	0 0 0	21 0 0	

в равнобоких угольниках.



мм

∟	Диаметр заклепки d	Расстояние от края полки w	w_1	Расстояния между заклепками e			e_2	e_4	∟	Диаметр заклепки d	Расстояние от края полки w	w_1	Расстояния между заклепками e			e_2	e_4
110 · 110	Толщина полки =			10	12	14			140 · 140	Толщина полки =			13	15	17		
	26	45	25	30	33	34	74	74		26	55	45	0	23	26	64	64
	23			22	25	27	65	65		23			0	0	16	53	53
	20			0	0	19	55	55		20			0	0	0	47	40
120 · 120	Толщина полки =			11	13	15			150 · 150	Толщина полки =			14	16	18		
	26	50	30	25	28	30	72	72		26	55	55	21	25	28	60	56
	23			0	18	22	63	63		23			0	0	18	56	42
	20			0	0	0	52	52		20			0	0	0	51	24
130 · 130	Толщина полки =			12	14	16			160 · 160	Толщина полки =			15	17	19		
	26	50	40	26	29	31	67	67		29	60	55	24	28	31	68	68
	23			0	20	23	57	57		26			0	0	21	60	56
	20			0	0	12	45	45		23			0	0	0	56	42
										20			0	0	0	51	24

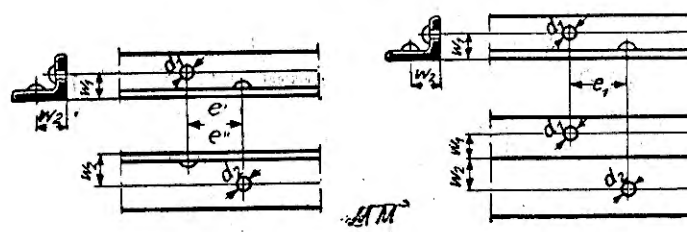
e — наименьшее расстоение, при котором в зависимости от диаметра головки и обжимки могут быть забиты заклепки.

e_1 — наименьшее расстояние, при котором в растянутых стержнях вычитывается одно заклепочное отверстие.

e_2 — наименьшее расстояние при котором в растянутых стержнях вычитываются два заклепочных отверстия.

e_4 — наименьшее расстояние, при котором обеспечивается расстояние „$3d$“.

Расстояния между заклепками



мм

∟	Диаметр заклепки		Расст. от края полки		Расстояния между заклепками						
	d_1	d_2	w_1	w_2	e'			e''			e_1
30 · 45	Толщина полки =				3	4	5	3	4	5	30
	8,5	11	17	25	16	17	17	0	0	0	
	8,5	8,5			14	15	16	0	0	0	
40 · 50	Толщина полки =				3	4	5	3	4	5	36
	11	14	22	28	16	17	18	0	0	9	
	11	11			12	13	14	0	0	0	
40 · 60	Толщина полки =				5	6	7	5	6	7	37
	11	17	22	32	21	22	23	0	0	11	
	11	14			18	19	20	0	0	0	
	11	11			14	16	17	0	0	0	
40 · 80	Толщина полки =				4	6	8	4	6	8	40
	11	23	22	45	26	28	29	0	0	0	
	11	20			23	25	26	0	0	0	
	11	17			21	22	24	0	0	0	
50 · 65	Толщина полки =				5	7	9	5	7	9	45
	14	20	28	35	22	24	26	0	15	18	
	14	17			19	21	23	0	0	14	
	14	14			15	17	20	0	0	0	
50 · 100	Толщина полки =				6	8	10	6	8	10	51
	14	26	28	55	30	31	32	0	0	0	
	14	23			26	28	29	0	0	0	
	14	20			23	25	26	0	0	0	
	14	17			20	22	24	0	0	0	
	14	14			16	19	21	0	0	0	
55 · 75	Толщина полки =				5	7	9	5	7	9	53
	17	23	30	42	27	29	30	0	0	16	
	17	20			23	26	27	0	0	0	
	17	17			20	23	25	0	0	0	

в неравнобоких угольниках.

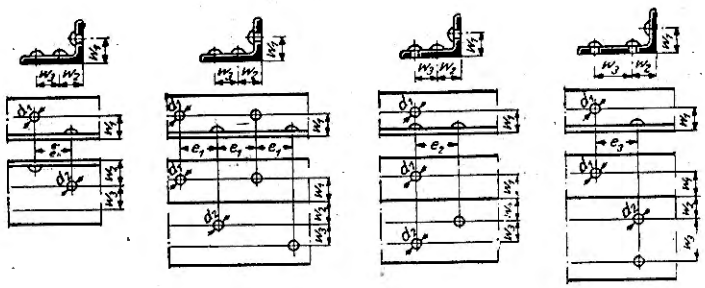
e', e'' — наименьшее расстояние, при котором заклепка в зависимости от диаметра головки и обжимки может быть поставлена в $\frac{\text{малой}}{\text{большой}}$ полке, если заклепка уже в $\frac{\text{большой}}{\text{малой}}$ полке сидит.

e_1 — наименьшее расстояние между заклепками, при котором в растянутых стержнях надо вычесть одно заклепочное отверстие.

мм

∟	Диаметр заклепки		Расст. от края полки		Расстояния между заклепками						
	d_1	d_2	w_1	w_2	e'			e''			e_1
60 · 90	Толщина полки =				6	8	10	6	8	10	56
	17	26	32	50	30	31	33	0	0	0	
	17	23			26	28	30	0	0	0	
	17	20			22	25	26	0	0	0	
	17	17			19	22	24	0	0	0	
65 · 75	Толщина полки =				6	8	10	6	8	10	60
	20	23	35	42	26	28	33	0	19	22	
	20	20			22	24	26	0	0	17	
	17	17			0	18	20	0	0	0	
65 · 80	Толщина полки =				6	8	10	6	8	10	60
	20	23	35	45	26	28	30	0	0	17	
	20	20			22	24	26	0	0	0	
	17	17			0	18	20	0	0	0	
65 · 100	Толщина полки =				7	9	11	7	9	11	65
	20	26	35	55	30	32	34	0	0	0	
	20	23			27	29	31	0	0	0	
	20	20			23	25	27	0	0	0	
	17	17			16	19	22	0	0	0	
75 · 90	Толщина полки =				7	9	11	7	9	11	70
	23	26	42	50	26	29	31	0	0	20	
	23	23			22	25	27	0	0	0	
	20	20			0	0	19	0	0	0	
75 · 100	Толщина полки =				7	9	11	7	9	11	70
	23	26	42	55	26	29	31	0	0	0	
	23	23			22	25	27	0	0	0	
	20	20			0	0	19	0	0	0	

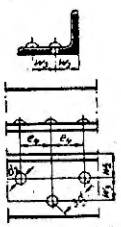
Расстояния между заклепками



мм

L	Диаметр заклепки d_1	d_2	Расст. от края полки w_1	w_2	w_3	Расстояния между заклепками e'				e''				e_1	e_2	e_3	e_4
65 · 115	Толщина полки =					6	8	10	—	6	8	10	—	70			
	20	26	35	50	25	29	31	33	—	0	0	0	—		74	—	74
	20	23				26	28	30	—	0	0	0	—		65	—	65
	20	20				22	24	26	—	0	0	0	—		55	—	55
65 · 130	Толщина полки =					8	10	12	—	8	10	12	—	75			
	20	26	35	50	40	31	33	34	—	0	0	0	—		67	—	67
	20	23				28	30	31	—	0	0	0	—		57	—	57
	20	20				24	26	28	—	0	0	0	—		45	—	45
75 · 130	Толщина полки =					8	10	12	—	8	10	12	—	82			
	23	26	42	50	40	28	30	32	—	0	0	22	—		67	—	67
	23	23				23	26	28	—	0	0	0	—		57	—	57
	20	20				0	17	20	—	0	0	0	—		45	—	45
75 · 150	Толщина полки =					9	11	13	—	9	11	13	—	87			
	23	26	42	55	55	29	31	33	—	0	0	0	—		56	—	56
	23	23				25	27	29	—	0	0	0	—		43	—	42
	20	20				0	19	22	—	0	0	0	—		40	—	24
75 · 170 · 10 75 · 170 · 12	Толщина полки =					10	12	—	—	10	12	—	—	91			
	23	29	42	60	65	33	35	—	—	0	0	—	—		58	73	58
	23	26				30	32	—	—	0	0	—	—		48	73	44
	23	23				27	28	—	—	0	0	—	—		45	73	24
	20	23				22	25	—	—	0	0	—	—		45	67	0
75 · 170 · 14 75 · 170 · 16	Толщина полки =					—	—	14	16	—	—	14	16	85			
	20	29	45	60	65	—	—	31	33	—	—	0	0		58	68	58
	20	26				—	—	27	29	—	—	0	0		48	68	44
	20	23				—	—	23	26	—	—	0	0		45	68	24
80 · 120	Толщина полки =					8	10	12	14	8	10	12	14	80			
	23	26	45	50	30	23	26	29	31	0	0	22	25		72	—	72
	23	23				18	22	25	27	0	0	0	25		63	—	63
	20	20				0	0	0	19	0	0	0	0		52	—	52

в неравнобоких угольниках.



$\frac{e'}{e''}$ — наименьшее расстояние, при котором заклепка в зависимости от диаметра головки и обжимки может быть поставлена в $\frac{\text{малой}}{\text{большой}}$ полке, если заклепка уже в $\frac{\text{большой}}{\text{малой}}$ полке сидят.

e_1 — наименьшее расстояние, при котором в растянутых стержнях надо вычесть одно заклепочное отверстие.

e_2 или e_3 — наименьшее расстояние, при котором в растянутых стержнях вычитываются два заклепочных отверстия.

e_4 — наименьшее расстояние, при котором обеспечивается расстояние „3 d“.

мм

L	Диаметр заклепки		Расст. от края полки			Расстояния между заклепками													
	d_1	d_2	w_1	w_2	w_3	e'					e''					e_1	e_2	e_3	e_4
90 · 110	Толщина полки =					9	11	13	—	—	9	11	13	—	—	84	74	—	74
	26	26	50	45	25	21	25	28	—	—	29	31	34	—	—		65	—	65
	23	23				0	0	18	—	—	20	23	26	—	—		55	—	55
	20	20				0	0	0	—	—	0	0	17	—	—				
90 · 130	Толщина полки =					10	12	14	—	—	10	12	14	—	—	90	67	—	67
	26	26	50	50	40	23	26	29	—	—	23	26	29	—	—		57	—	57
	23	23				0	0	20	—	—	0	0	20	—	—		45	—	45
	20	20				0	0	0	—	—	0	0	0	—	—				
90 · 150	Толщина полки =					10	12	14	—	—	10	12	14	—	—	90	56	—	56
	26	26	50	55	55	23	26	29	—	—	0	0	21	—	—		43	—	42
	23	23				0	0	20	—	—	0	0	0	—	—		40	—	24
	20	20				0	0	0	—	—	0	0	0	—	—				
90 · 250	Толщина полки =					10	12	14	16	—	10	12	14	16	—	118			
	26	32	50	60	140	32	34	37	39	—	0	0	23	26	—		65	80	0
	26	29				28	31	33	35	—	0	0	0	21	—		62	80	0
	26	26				23	26	29	31	—	0	0	0	0	—		59	80	0
	23	26				0	22	25	28	—	0	0	0	0	—		59	75	0
	23	23				0	0	20	23	—	0	0	0	0	—		55	75	0
100 · 150	Толщина полки =					10	12	14	—	—	10	12	14	—	—	95			
	26	26	55	55	55	0	0	21	—	—	0	0	21	—	—		56	—	56
	23	23				0	0	0	—	—	0	0	0	—	—		44	—	42
	20	20				0	0	0	—	—	0	0	0	—	—		40	—	24
100 · 200	Толщина полки =					10	12	14	16	18	10	12	14	16	18	105			
	26	32	55	60	90	24	28	31	33	36	0	0	23	26	29		60	82	34
	26	29				0	23	26	29	32	0	0	0	21	25		57	82	0
	26	26				0	0	21	25	28	0	0	0	0	12		53	82	0
	23	26				0	0	0	20	23	0	0	0	0	0		53	77	0
	23	23				0	0	0	13	18	0	0	0	0	0		50	77	0

ЛИТЕРАТУРА.

Г. Мюллер-Бреслау. Графическая статика сооружений.
В. Л. Кирпичев. Основания графической статики.
О. Генкель. Графическая статика.
С. П. Тимошенко. Курс статики сооружений.
С. Куницкий. Начала статики сооружений.
К. Симинский. Строительная механика.
Л. Проскуряков. Строительная механика.
М. Черепашинский. Стропильные и мостовые фермы.
А. Риттер. Элементарная теория и расчет стропильных и мостовых ферм.
Ф. Ясинский. Полное собрание сочинений. Т. I.
М. Ферстер. Металлические конструкции гражданских сооружений.
Н. Рынин. Металлическое покрытие.
К. Аистов. Статический расчет плоской железной фермы.
Н. Митинский. О расположении и расчете связей между металлическими стропильными фермами.
Р. Лауенштейн. Железные части зданий.
Г. Кирштейн. Строительное искусство.
М. Романович. Гражданская архитектура.
Th. Landsberg und E. Schmitt. Die Dächer.
G. Mehrtens. Statik der Baukonstruktionen und Festigkeitslehre.
E. Fölzer. Die Balken und Kragdächer.
G. Janetzky. Eisenkonstruktionen im Hochbau.
R. Doorentz. Eiserne Dächer.
O. Königer. Die Konstruktionen in Eisen.
R. Dietze. Die Berechnung eiserner Balken—und Bogenträger.
A. Gregor. Der praktische Eisenhochbau.
Brand. Lehrbuch der Eisenkonstruktionen.
J. Bonhomme et E. Silvestre. Constructions métalliques.
R. Gros. Les grand Barèmes de la construction métallique.

ТРУДЫ ТОГО ЖЕ АВТОРА:

Металлические стропильные фермы. 3-е издание. 23 листа, 356 фигур. (1-е издание удостоено премии имени *А. М. Княжевича*). Изд-во „Техника и Производство", Ленинград.

Быстрый и точный расчет стропильных ферм. 2-е издание. „Транспечать". Ц. 3 р. 75 к. (без переплета).

Графики для расчета элементов сооружений и машин. (Одобрено б. Отделом Ученого Комитета по технич. и професс. образованию). 4 листа, 18 графиков. Изд-во Суворина, Петербург. 1909 г. (Распродано).

Железобетонные конструкции и графики для расчета. Руководство и пособие, в 2-х частях. 2-е издание. 14 листов, 36 графиков. Государственное Издательство, 1921 г. (Распродано). Готовится 3-е издание.

Сжатый воздух—добывание и применение. 2-е издание. 10 листов, 53 фиг. Изд-во „Полярная Звезда", Петербург, 1923 г.

Жидкий воздух. 2-е издание. 4 листа, 13 фигур. Изд-во „Полярная Звезда", Петербург, 1923 г.

Счетный сектор. Издание ВСНХ, Москва. (Распродано). (Готовится 2-е издание).

Облегченные и приближенные вычисления. 8 листов. Изд-во „Начатки Знаний", Ленинград, 1926 г. Ц. 90 к.

Техника безопасности. 9 листов, 119 фигур. Изд-во Ленинградского Губпрофсовета, Ленинград. Ц. 1 р. 45 к.

Технический пролетариат в Германии. Издание журн. „Труд Инженера и Техника", Петербург, 1907 г.

Отдельные журнальные работы.

Новый графический способ определения усилий от подвижной нагрузки в крановых фермах. „Вестник О-ва Технологов", 1912 г. То же в журн. „Der praktische Maschinen-Konstrukteur", 1913 г.

Определение расчетных усилий из простых формул для типов стропильных ферм. „Вестник О-ва Технологов", 1910 г. То же в журн. „Der Eisenbau", 1910 г.

Упрощенный способ расчета круглых дымовых труб. „Вестник О-ва Технологов", 1911 г. То же в „Zeitschrift für Dampfkessel und Maschinenbetrieb", 1912 г.

Приближенное решение некоторых сложных случаев продольного изгиба. „Вестник Инженеров", 1925 г., То же в журн. „Der Bauingenieur", 1925 г.

Простое построение эпюры наибольших моментов для крановой (клепанной) балки. „Вестник Инженеров", 1927 г. То же „Der Bauingenieur" в 1927 г.

Расчет подкрановых балок посредством графика. „Предприятие", 1926 г.

Номографическое исчисление. „Предприятие", 1925 г.

Охрана труда и предохранительная техника. Записки Русского Технич. О-ва, 1908 г.

Определение производительности грузчиков в связи с охраной труда. „Предприятие", 1925 г.

Кессонные работы с точки зрения охраны труда. „Гигиена труда", 1921 г.

250
12920/c

Lord Sh. 59
Dependent Tip